

الحاسوب

و رياضيات المال والاستثمار

الدكتور

منصور الشمالي

الأستاذ الدكتور

محمد الصيرفي

مؤسسة حورس الدولية

الناشر

مؤسسة حورس الدولية

للنشر والتوزيع

١٤٤ ش طيبة سيورتنج الإسكندرية

ت/فاكس: ٠٣/٥٩٢٢١٧١ ٠٣/٥٩٣٠٥٩٨

٢٠٠٦

مدير النشر

مصطفى غنيم

رقم الإيداع بدار الكتب

٢٠٠٥/٤٤٠٣

الترقيم الدولي L.S.B.N

977-368-074-6

اسم المؤلف : أ.د. / محمد الصيرفي

د. منصور الشمالي

اسم الكتاب : "رياضيات المال والاستثمار"

تحذير

حقوق الطبع والتوزيع محفوظة للناشر

يحظر النشر أو النسخ أو الاقتباس أو
التصوير

بأي شكل إلا بموافقة خطية من الناشر

الإخراج وفصل الألوان

وحدة التجهيزات الفنية بالمؤسسة

جرافيك: أحمد أمين

إخراج فني:

مراجعة لغوية: عبد الرحيم محمد

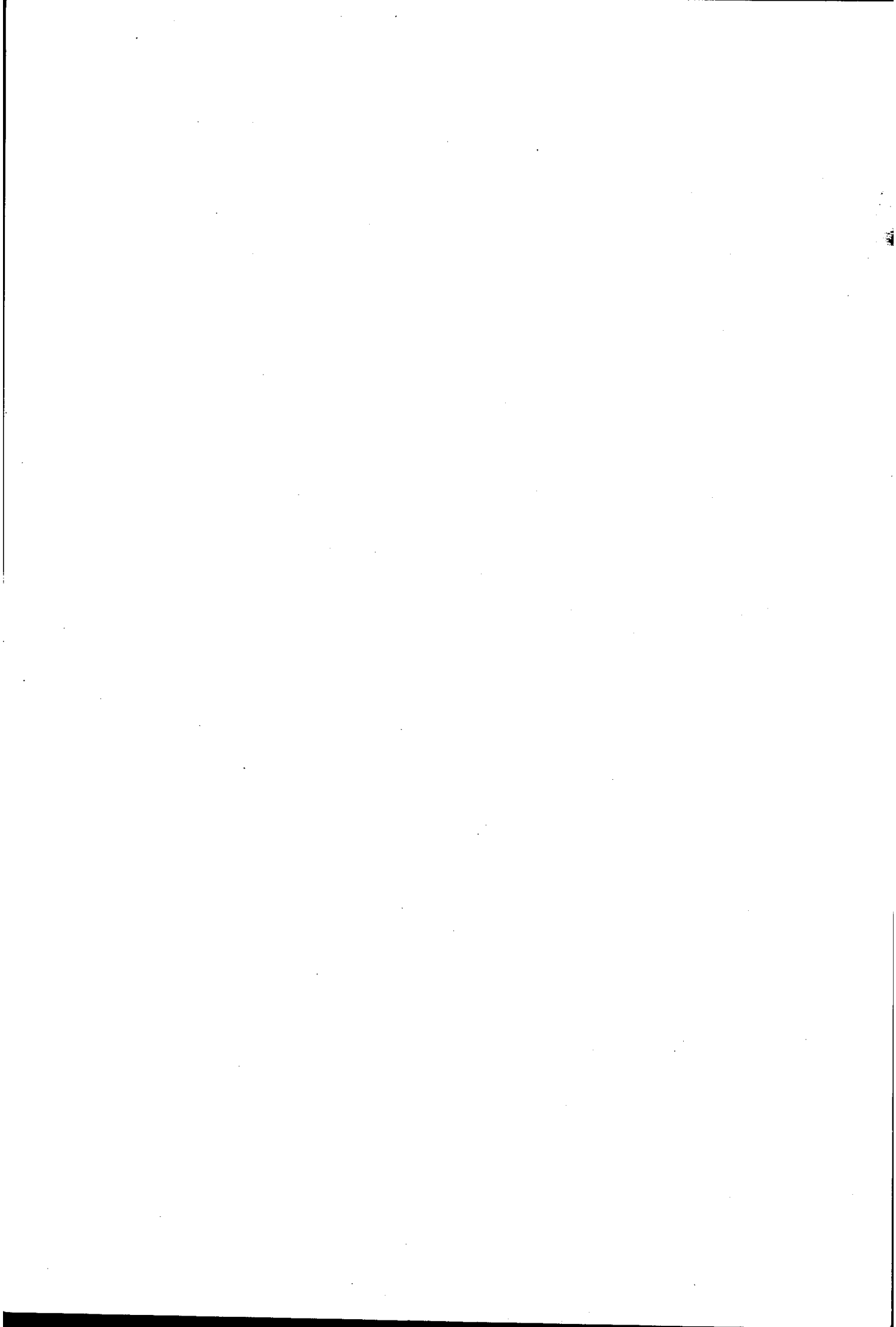
بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

﴿ الَّذِينَ تَتَوَفَّاهُمُ الْمَلَائِكَةُ طَيِّبِينَ يَقُولُونَ سَلَامٌ عَلَيْكُمْ

ادْخُلُوا الْجَنَّةَ بِمَا كُنْتُمْ تَعْمَلُونَ ﴾

صدق الله العظيم

"سورة النحل آية 32"



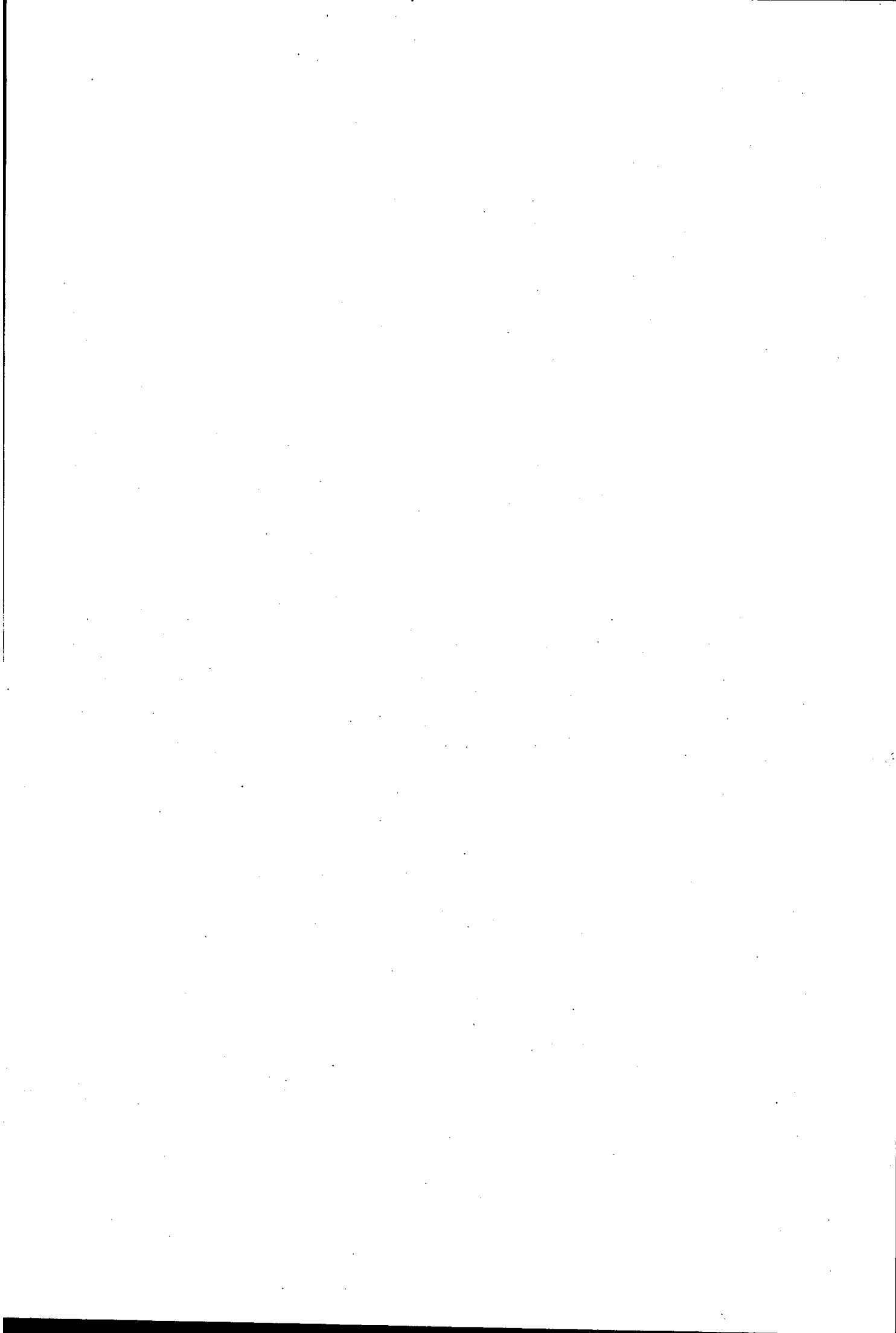
إهداء

إلى الباحثين عن العلم والمعرفة

إلى أولئك يسعون إلى نشر العلم

في أرجاء المعمورة

أليهم جميعا اهدي ما كتب



تقديم

إن النجاح في محيط التجارة يتطلب ممن يمارسها أن يكون نهازا للفرص، سريع البت في تصريف الأمور.

ويزداد هذا المعنى وضوحا إذا وضعنا في الاعتبار أن الأثمان في الأسواق المالية سريعة الحركة. وقد يترتب علي مرور دقائق تقلبات حادة في الأسعار تغير في مراكز المتعاملين وتقلب تقديراتهم رأسا علي عقب.

لهذا يجب أن يزود رجال الأعمال بثقافة رياضية من نوع خاص تمكنهم خلال محادثة تليفونية أو أثناء وقوفهم برهة قصيرة في البورصة من أن يعطوا فورا أو بجرة قلم النتيجة الحسابية للسعر بالتكاليف لصفقة يعرضها بائع ، أو تحديد نسبة الربح لسلعة ما ، أو غير ذلك من العمليات المالية و التجارية

فكان الأمر لا يتطلب مجرد الإلمام بالقواعد الحسابية العامة ، أو يقتصر على دراسة النظريات الرياضية فحسب ، بل يتطلب مرحلة أبعد مدي من هذا بكثير إنه يتطلب استنباط قواعد وأوضاع معينة تحقق الهدف الذي ببغيه رجال الأعمال

ولقد خطي العلم خطوات واسعة في هذا السبيل : فاستعان إلي جانب الطرق العلمية بالحاسبات الآلية لإجراء عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة ، بل وضمنى العلم خطوات أخرى أبعد مدي من هذا ، فظهر في عالم الوجود آلات تكتفي بمجرد إيجاد نتائج العمليات الحسابية ، بل إلي تدوين هذه العمليات أثناء حسابها ، في اليومية وفي الأستاذ والكشوف أو المستندات الخاصة بالعملية .

علي أن هذه الآلات ، مهما تعددت أنواعها والخدمات التي تؤديها، لا تغني إطلاقاً أن يكون التاجر ملماً كل الإلمام بالنظريات والأسس الخاصة بالرياضة المالية والتجارية.

والعمليات المالية والتجارية متعددة ومتشعبة، وقد اقتصر بحثنا فيها علي أهم الطرق المختصرة لإيجاد ناتج أية عملية منها، مراعين في ذلك ما طرأ علي النظم الاقتصادية من تغيرات حديثة في أنحاء العالم علي وجه عام.

هذا ولقد راعينا في هذا الكتاب أن يكون سلساً سهل الفهم وشاملاً لمجموعات كافية من التمارين كما أوردنا العديد من التطبيقات المالية مستخدمين في ذلك العديد من برامج الحسابات الآلية.

و نصيحتنا إلي أبناؤنا الطلاب والدارسين أن يحاولوا جهدهم في حل تمارين هذا الكتاب مستخدمين في ذلك الحاسبات الآلية والتي هي لغة العصر..... فذلك هو خير وسيلة لتثبيت موضوعات الكتاب في أذهانهم .

والله ولي المخلصين

أ.د. محمد الصيرفي

012/3695871

الفصل الأول

حسابات الفائدة

2- المركبة

1- البسيطة

الفصل الأول

حسابات الفائدة

أولا : الفائدة البسيطة

* مصطلحات أولية :

1- الفائدة :

هي ثمن استخدام أموال الغير لمدة محددة وبمعدل معين ويرمز لها بالرمز (ف) مع ملاحظة انه اذا ظل رأس المال المسحوب عنه فائدة ثابتا طوال مدة الاستثمار تسمى الفائدة بالبسيطة . إما إذا حسبت الفوائد آخر كل فترة وأضيفت إلى الأصل بحيث أعتبرت أصلا جديدا في بداية الفترة التالية وتحسب عنه فائدة بانها تسمى بالفائدة المركبة .

2- المبلغ المستثمر :

هي المبلغ الذي يدفعه الدائن للمدين في بداية مدة القرض ويمكن أن يكون في صورة مادية أو في صورة عينة وفي جميع الأحوال تجب تحديده مقيسا بوحدات النقود ويرمز له بالرمز (أ) .

3- مدة القرض (الاستثمار)

وهي المدة التي يستخدم فيها المدين أموال الدائن وهي تقاس بوحدة الزمن (السنة) ويرمز لها بالرمز (ن) فإذا تصادف وكانت المدة شهورا أو اسابيع فانها تنسب إلى السنة . بالرمز (م) في حالة حساب المدة بالايام والرمز (ش) في حالة حساب المدة بالشهور .

4- سعر الفائدة :

يقصد بسعر الفائدة المبلغ الذي يقوم المدين بدفعه للدائن مقابل استخدامه لوحدة متعارف عليها من رأس المال لمدة وحدة معينة من الزمن وعادة ما يذكر في صورة نسبة مئوية ويرمز لها بالرمز (ع) .

5- جملة المبلغ المستثمر :

هي جملة المبلغ التي يحصل عليها المستثمر في نهاية مدة الاستثمار .

المعادلات المستخدمة في حساب الفائدة البسيطة:

الفائدة = المبلغ المستثمر × سعر الفائدة × مدة الاستثمار

أي أن:
$$F = (A \times E \times N)$$

وهذا القانون كما هو واضح يحتوي على أربعة مجاهيل هي الفائدة والمبلغ المستثمر ، المعدل ، مدة القرض بالتالي متى علم أي ثلاثة من هذه العوامل يمكن بسهولة حساب العنصر الرابع كما يلي :-

$A = \frac{F}{E \times N}$	بمعني أن الأصل =	$\frac{\text{الفائدة}}{\text{المعدل} \times \text{الزمن}}$
$E = \frac{F}{A \times N}$	بمعني أن المعدل =	$\frac{\text{الفائدة}}{\text{المبلغ} \times \text{الزمن}}$
$N = \frac{F}{A \times E}$	بمعني أن مدة القرض =	$\frac{\text{الفائدة}}{\text{الأصل} \times \text{المعدل}}$

تدريبات عملية محلولة:

تدريب (1)

أحسب مقدار الفائدة البسيطة عن مبلغ 2000 دينار كويتي استثمر لمدة عامين .
إذا كان معدل الفائدة البسيطة 6 % سنوياً .

الحل :

$$أ = 2000 \quad ع = 6\%$$

$$ن = 2 \text{ سنة} \quad ف = ?$$

$$\therefore ف = أ \times ع \times ن$$

$$\therefore ف = 2000 \times \frac{6}{100} \times 2 = 240 \text{ ديناراً}$$

تدريب (2)

افترض تاجر من بنك الاسكندرية مبلغ 15000 دينار كويتي وفي نهاية
5 سنوات وجد أن الفائدة البسيطة المستحقة عليه بلغت 4500 دينار كويتي أحسب
معدل الفائدة .

الحل :

$$أ = 15000 \quad ع = ?$$

$$ن = 5 \text{ سنوات} \quad ف = 4500$$

$$\therefore ع = \frac{ف}{أ \times ن}$$

$$ع = \frac{4500}{5 \times 15000} = 0.6 = 6\% \text{ سنوياً}$$

تدريب (3)

حسبت الفائدة البسيطة عن مبلغا ما فبلغت 1050 دينارا وذلك بمعدل 3.5% بعد 5 سنوات فما هو أصل المبلغ .
الحل :

$$\begin{array}{ll} \text{ف} = 1050 & \text{أ} = ? \\ \text{ع} = 3.5\% & \text{ن} = 5 \text{ سنوات} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{أ} &= \frac{\text{ف}}{\text{ع} \times \text{ن}} \\ \therefore \text{أ} &= \frac{1050}{5 \times \frac{3.5}{1000}} = 6000 \text{ دينار} \end{aligned}$$

تدريب (4)

أودع تاجر مبلغ 2000 دينار في أحد المصارف بمعدل فائدة بسيطة 3% فإذا بلغت فائدة 15 دينار فما هي المدة التي أودع ومكثها المبلغ .
الحل :

$$\begin{array}{ll} \text{ف} = 15 & \text{ع} = 3\% \\ \text{أ} = 2000 & \text{ن} = ? \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ن} &= \frac{\text{ف}}{\text{أ} \times \text{ع}} \\ \therefore \text{ن} &= \frac{15}{0.3 \times 2000} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \text{ سنة} = 3 \text{ شهور} \end{aligned}$$

حساب الجملة بالفوائد البسيطة

يلاحظ أن في حالة الاستثمار بعوائد بسيطة فإن الأصل يظل ثابتاً طول مدة الاستثمار كما تظل الفوائد المستحقة عن كل فترة ثابتة

فإذا كان الأصل المستثمر 200 ديناراً وإذا كان معدل الفائدة السنوي مثلاً يساوي 5 % وإذا كان الاستثمار لمدة ثلاث سنوات فإن الفائدة المستحقة عن السنة الأولى يساوي 10 دينارات $(10 = 1 \times \frac{5}{100} \times 200)$ وهذا المبلغ هو عبارة عن الفائدة المستحقة عن كل سنة من سنوات الاستثمار بمعنى أن الفوائد المستحقة عن مدة الاستثمار جميعها $= 10 \times 3 = 30$ دينار
كذلك إذا كان معدل الفائدة الربع يساوي 1.5 % فإن الفائدة المستحقة على مبلغ 200 دينار كل ربع سنة .

$$= 200 \times \frac{1.5}{100} = 3 \text{ دينار}$$

فإذا كانت مدة الاستثمار سنتين فإن مقدار الفائدة المستحقة على مبلغ 200 دينار طول مدة الاستثمار

$$200 \times \frac{1.5}{100} \times 8 = 24 \text{ ديناراً كويتي}$$

والجملة في نهاية مدة الاستثمار

$$= 200 + 24 = 224 \text{ ديناراً كويتي}$$

وبصفة عامة يمكننا أن نقول أنه إذا كان معدل الفائدة السنوي (ع) وإذا كان الأصل المستثمر يساوي (أ) ومدة الاستثمار (ن) من السنوات.

فإننا نجد أن:

$$\begin{aligned} \text{مقدار الفائدة المستحقة عن كل سنة} &= أ \times ع \times 1 \\ \text{ومقدار الفائدة المستحقة عن (ن) من السنوات} &= أ \times ع \times ن \\ \text{وحيث أن جملة أي مبلغ} &= \text{الفوائد} + \text{أصل المبلغ} = أ + ف \\ \therefore \text{الجملة} &= (أ \times ع \times ن) + أ \\ &= أ(ع \times ن + 1) \end{aligned}$$

ويلاحظ أن القانون السابق صحيح لجميع قيم (ن) سواء كانت (ن) عددا صحيحا أو غير صحيح .

ولاستخدام هذين القانونين في إيجاد الجملة والفائدة يجب مراعاة القواعد الآتية :

أولاً : في الفوائد البسيطة نجد أن معدل الفائدة في الغالب يذكر عن مدة سنة وفي الحالات النادرة التي يذكر فيها المعدل عن فترة زمينة أقل من سنة فإن المعدل السنوي يمكن حسابه بضرب المعدل عن الفترة الواحدة \times عدد الفترات التي تحتوي عليها السنة الكاملة ، فالمعدل السنوي الذي يقابل معدل ربع سنوي قدره 2 % هو 8 % وإذا كان معدل الفائدة هو 3 % عن نصف سنة فإن المعدل السنوي يكون 6 % وهكذا.

ثانياً : بالنسبة لمدة الاستثمار نجد أنها في الفوائد البسيطة تكون قصيرة وغالبا تكون أقل من سنة . وقد تذكر المدة بالشهور أو بالأيام وفي هذه الحالات يراعى ما يلي :

(1) إذا ذكرت المدة بالشهور فإن

$$ن = \frac{\text{عدد الشهور}}{12}$$

(2) إذا ذكرت المدة بالأيام فإن

$$ن = \frac{\text{عدد الأيام}}{365} \text{ إذا كانت السنة بسيطة .}$$

$$\text{أو} = \frac{\text{عدد الأيام}}{366} \text{ إذا كانت السنة كبيسة.}$$

(3) إذا ذكرت المدة بالأيام ولم تحدد السنة بأنها سنة بسيطة أو كبيسة فتعتبر سنة

بسيطة وتحسب قيمة ن بقسمة عدد الأيام على 365.

(4) إذا كانت مدة الاستثمار عبارة عن عدد من الأيام يقع بعضها في سنة بسيطة

والبعض الآخر في سنة كبيسة فإن .

$$ن = \frac{2}{366} + \frac{1}{365}$$

حيث و₁ هو عدد أيام الاستثمار التي تقع في السنة البسيطة .

و حيث و₂ هو عدد أيام الاستثمار التي تقع في السنة الكبيسة .

(5) إذا لم يعط لنا مدة الاستثمار بل أعطي لنا تاريخ الإيداع (أو بصفة عامة

تاريخ بدء مدة الاستثمار) وتاريخ السحب (أو بصفة عامة تاريخ انتهاء مدة

الاستثمار) فإن المدة تحسب بعدد الأيام التي تقع بين هذين التاريخين مع

إضافة يوم واحد هو يوم الإيداع أو يوم السحب أي أننا نحسب المدة مع

أهمال يوم من اثنين هو يوم الإيداع أو يوم السحب .

فإذا أهملنا يوم الإيداع فإن المد تحسب كالآتي :

(1) يحسب عدد الأيام الباقية من الشهر الذي تم فيه الإيداع وذلك بطرح العدد

الدال على تاريخ الإيداع من عدد أيام الشهر الذي تم فيه الإيداع .

(2) يضاف إلي المدة السابقة جميع الأيام في الشهور الكاملة من مدة الاستثمار .

(3) يضاف عدد أيام الاستثمار في الشهر الذي تم فيه السحب بما فيه يوم السحب.

فإذا كان تاريخ الإيداع هو 15 مارس سنة 2005 وتاريخ السحب هو 23 يولية من السنة نفسها فإن مدة الاستثمار تكون كالآتي :

المدة الباقية من شهر مارس = 31 - 15 = 16 يوما

عدد الأيام في الشهور إبريل ومايو ويونية = 30 + 31 + 30 = 91 يوما

عدد أيام الاستثمار في شهر يولية = 23 يوما

مدة الاستثمار المطلوبة = 16 + 91 + 23 = 130 يوما

(6) في حساب عدد أيام الاستثمار يجب أن نتذكر أن شهر فبراير يكون 28 يوما في السنوات البسيطة و 29 يوما في السنوات الكبيسة . وأن السنة الكبيسة هي التي تقبل القسمة على 4 بدون باق إلا إذا كانت سنة قرنية ففي هذه الحالة لا تكون كبيسة إلا إذا كانت تقبل القسمة على 400 بدون باق فالسنوات 1700, 1800, 1900 سنوات بسيطة أما السنوات 1200, 1600, 2000 فهي سنوات كبيسة .

(7) هناك حالات يعطي فيها تاريخ الإيداع وتاريخ السحب ويكون واضحا فيها أن المدة تحسب بالشهور وليس بالأيام كأن يذكر أن الإيداع تم في أول شهر فبراير سنة 2005 والسحب في أول أغسطس من السنة نفسها أو أن الإيداع كان في منتصف شهر فبراير سنة 2005 والسحب في منتصف شهر أغسطس من السنة نفسها ففي كل من هاتين الحالتين مدة الاستثمار سنة شهور .

كذلك نجد حالات أخرى يكون واضحا فيها أن المدة بالسنوات وليست بالأيام أو بالشهور فإذا ذكر لنا مثلا أن تاريخ الإيداع كان في منتصف شهر مارس سنة 2002 وتاريخ السحب كان في منتصف مارس من 2004 فإن المدة تكون سنتين .

وهكذا

تدريبات عملية محلولة:-

تدريب (1)

أحسب الجملة وكذلك الفائدة التي تستحق بالنسبة لمبلغ 500 دينار كويتي
استثمر بفائدة بسيطة لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة سنوي قدره 6 %

الحل

في هذا التدريب نجد أن

$$\therefore \text{أ} = 500 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{ع} = 0.06$$

$$\text{ن} = 3 \text{ سنوات}$$

$$\therefore \text{ف} = 3 \times 0.06 \times 500 = 90 \text{ دينار}$$

$$\text{ج} = 90 \times 500 = 590 \text{ دينار}$$

تدريب (2)

أحسب الجملة والفائدة البسيطة بمبلغ 500 دينار كويتي استثمر لمدة سنة
ونصف بمعدل فائدة ربع سنوي قدره 2 %

الحل

إذا كان معدل الفائدة الربع السنوي هو 2 %

فإن معدل الفائدة السنوي يكون $8\% = 4 \times 2\%$

وعلي هذا نجد أن

$$\text{ع} = 0.08$$

$$\text{أ} = 500 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{ن} = 1.5 \text{ سنة}$$

$$\therefore \text{ف} = 1.5 \times 0.08 \times 500 = 60 \text{ دينار كويتي}$$

$$\therefore \text{ج} = 60 + 500 = 560 \text{ دينار}$$

تدريب (3)

سنة

يوم شهر سنة

أحسب جملة مبلغ 1000 دينار كويتي استثمر بفائدة بسيطة لمدة 25 10 2

بمعدل فائدة 6 % سنويا

الحل

الفائدة المستحقة تساوي

الفائدة لمدة سنتين + الفائدة لمدة 10 شهور + الفائدة لمدة 25 يوما

$$\text{الفائدة لمدة سنتين} = 1000 \times \frac{6}{100} \times 2 = 120 \text{ دينار}$$

$$\text{الفائدة المدة 10 شهور} = 1000 \times \frac{6}{100} \times \frac{10}{12} = 50 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{الفائدة المدة 25 شهور} = 1000 \times \frac{6}{100} \times \frac{25}{365} = 4.110 \text{ دينار كويتي}$$

أجمالي الفائدة المستحقة

$$= 120 + 50 + 4.110$$

$$= 174.110 \text{ دينار}$$

مقدار الجملة المطلوبة

$$= 174.110 + 1000$$

$$= 1174.110 \text{ دينار}$$

تدريب (4)

في أول فبراير سنة 2004 اقترض شخص مبلغ 1200 ديناراً كويتي من مصرف علي أن يسدده بفوائده في أول أكتوبر من السنة نفسها فاحسب مقدار الفائدة البسيطة التي تستحق علي هذا المبلغ والجملة التي يؤول إليها إذا حسبت الفوائد بمعدل 6 %

الحل

$$\text{مدة الاستثمار من أول فبراير حتى أول أكتوبر} = 8 \text{ شهور}$$

$$\therefore n = \frac{8}{12}$$

$$\text{وحيث أن } A = 1200$$

$$، ع = 0.06$$

$$\therefore F = 1200 \times \frac{6}{100} \times \frac{8}{12} = 48 \text{ ديناراً كويتي}$$

$$\text{والجملة جـ} = 1200 + 48 = 1248 \text{ ديناراً كويتي}$$

تدريب (5)

ما مقدار الفائدة والجملة في التدريب السابق إذا كانت مدة القرض تبدأ في أول فبراير سنة 2004 وتنتهي في أول أكتوبر من السنة التالية .

الحل

$$\text{المدة من } 2004/2/1 \text{ حتى } 2004/10/10 \text{ شهور} = 8 \text{ شهور}$$

$$\text{و المدة من } 2004/10/1 \text{ حتى } 2005/10/1 = 1 \text{ سنة}$$

∴ مدة الاستثمار = سنة وثمانية أشهر

$$\therefore \text{ن} = \frac{8}{12} = \frac{20}{12} \text{ سنة}$$

$$\therefore \text{ف} = 1200 \times \frac{6}{100} \times \frac{20}{12} = 120 \text{ دينار}$$

$$\text{ج} = 1200 + 120 = 1320 \text{ دينار}$$

تدريب (6)

في 14 نوفمبر سنة 2003 اشترى تاجر بضاعة بمبلغ 7453 دينار سدد منه 3000 دينار كويتي في الحال وطلب من البائع تأجيل سداد الباقي لمدة لا تزيد على ستة شهور وقد وافق البائع على التأجيل بشرط أن تحسب فوائد بسيطة على المبلغ المؤجل سداد بواقع 6 % سنوياً . والمطلوب حساب ما دفعه التاجر إذا كان قد قام بسداد المستحق عليه في 22 مارس سنة 2004 .

الحل

$$\text{الأصل المستثمر أ} = 7453 - 3000 = 4453 \text{ دينار}$$

$$\text{المعدل ع} = 0.06$$

مدة الاستثمار بالأيام

$$16 + 31 + 31 + 29 + 22 = 129 \text{ يوما}$$

غير أنه يلاحظ أن جزءاً من هذه المدة يقع في سنة بسيطة والجزء الآخر يقع في سنة كبيسة ولحساب قيمة ن في هذه الحالة نقسم المدة المذكورة إلى قسمين :

(1) عدد الأيام التي تقع في السنة البسيطة و₁ مثلاً .

(2) عدد الأيام التي تقع في السنة الكبيسة و₂ مثلاً .

$$n = \frac{29}{366} + \frac{19}{365}$$

نوفمبر ديسمبر

$$\text{وحيث أن } w_1 = 16 + 31 = 47 \text{ يوما}$$

يناير فبراير مارس

$$\text{كما أن } w_2 = 31 + 29 + 22 = 82 \text{ يوما}$$

$$\therefore n = \frac{82}{366} + \frac{47}{365}$$

ومنه نجد أن

$$\begin{aligned} & \left(\frac{82}{366} + \frac{47}{365} \right) \times \frac{6}{100} \times 4453 = \\ & 94.264 \text{ دينار كويتي} = \frac{82}{366} \times \frac{6}{100} \times 4453 + \frac{47}{365} \times \frac{6}{100} \times 4453 = \\ & 59.860 + 34.404 = \end{aligned}$$

$$\therefore \text{مقدار ما سدده التاجر} = 4453 + 94.264 = 4547.264 \text{ دينار كويتي}$$

ويلاحظ أن هناك فرقاً بين هذه النتيجة وبين النتيجة التي كنا نصل إليها لو أننا

حصلنا على قيمة n بقيمة المدة الاجمالية بالأيام على 265 أو 366.

فإذا اعتبرنا أن السنة 365 يوما فإن .

$$n = \frac{129}{365}$$

$$\text{والفائدة ف} = \frac{129}{365} \times \frac{6}{100} \times 4453$$

$$= 94.428 \text{ دينار}$$

زيادة عن القيمة الحقيقية قدرها

$$= 94.428 - 94.364 = 0.164 \text{ ديناراً}$$

كما أننا اعتبرنا أن السنة 366 يوماً فإن

$$n = \frac{129}{366}$$

$$\text{والفائدة ف} = \frac{129}{366} \times \frac{6}{100} \times 4453$$

$$= 94.170 \text{ دينار}$$

وهذه القيمة تقل عن القيمة الحقيقية بمقدار

$$94.264 - 94.170 = 0.94 \text{ ديناراً}$$

أنواع الفائدة البسيطة

الفوائد الصحيحة والفوائد التجارية

إذا كان مدة القرض أو الاستثمار كسراً من السنة وحسبنا المدة باعتبار أن السنة 365 أو 366 يوماً فإن الفائدة التي تحسب على هذا الأساس تسمى بالفائدة الصحيحة .

على أن العرف قد جري في الأوساط المالية والتجارية في مثل الأحوال على اعتبار أن السنة 360 يوماً (وهي ما تسمى بالسنة التجارية) . والفائدة المحسوبة على هذا الأساس تسمى بالفائدة التجارية .

وإذا رمزنا للأصل بالرمز (أ)

ولمعدل الفائدة بالرمز (ع)

وكانت مدة استثمار (و) من الأيام

فأن :

$$\frac{و}{365} \times ع \times أ = \text{الفائدة الصحيحة}$$

$$\frac{و}{360} \times ع \times أ = \text{الفائدة الصحيحة}$$

وبالقسمة نجد أن :

$$\frac{72}{73} = \frac{360}{365} = \frac{\text{الفائدة الصحيحة}}{\text{الفائدة التجارية}}$$

تدريب (1)

استثمر مبلغ 900 دينار كويتي لمدة 146 يوما ، فإذا كان معدل الفائدة 6 %

سنويا فاحسب الفائدة :

(أولا) إذا كانت صحيحة .

(ثانيا) إذا كانت تجارية .

الحل

$$\frac{146}{360} \times 0.06 \times 900 = \text{الفائدة الصحيحة (أولا)}$$

= 21.600 دينار كويتي

$$\frac{146}{365} \times 0.06 \times 900 = \text{الفائدة التجارية (ثانيا)}$$

= 21.900 دينار كويتي

ملاحظة : بعد حساب الفائدة الصحيحة يمكن إيجاد الفائدة التجارية هكذا :

$$\text{الفائدة التجارية} = \text{الفائدة الصحيحة} \times \frac{73}{72}$$

$$= 21.600 \times \frac{73}{72}$$

$$= 21.900 \text{ دينار كويتي}$$

النمر اليومية

إذا كانت مدة الاستثمار بالأيام فاننا نطلق لفظ النمر على حاصل ضرب

الأصل في عدد أيام الاستثمار . أي أن :

$$\text{النمر} = \text{الأصل} \times \text{عدد أيام الاستثمار}$$

فإذا رمزنا للأصل بالرمز (أ)

ولعدد الأيام بالرمز (و)

فإن :

$$\text{النمر اليومية} = أ \times و$$

القاسم :

إذا كان العدد 360 يقبل القسمة على ع فإن خارج القسمة يسمى بالقاسم أي أن :

$$\text{القاسم} = \frac{360}{ع}$$

$$\text{وحيث أن ع} = \frac{\text{المعدل المئوي}}{100}$$

$$\therefore \text{القاسم} = \frac{36000}{\text{المعدل المنوي}}$$

وفيما يلي بعض المعدلات المنوية والقواسم المناظرة لها :

المعدل المنوي	6	4½	4	3
القاسم	6000	8000	9000	12000

حساب الفوائد التجارية باستخدام النمر والقواسم :

إذا كانت مدة الاستثمار (و) من الأيام فإن :

$$\text{الفائدة التجارية} = \frac{و}{360} \times ع \times أ$$

$$= \frac{ع}{360} \times و \times أ$$

$$= \frac{360}{ع} \div و \times أ$$

$$\frac{\text{النمر}}{\text{القاسم}} = \text{الفائدة التجارية}$$

وإذا استثمر عدد من المبالغ أزمنة مختلفة كل منها عدد من الأيام ، وكان المعدل واحدا في جميع الحالات فإنه يمكننا حساب مجموع الفوائد التجارية لهذه المبالغ بالطريقة الآتية :

- أ- نوجد نمر كل مبلغ بضرب هذا المبلغ في عدد أيام استثماره.
- ب- نوجد مجموع النمر .
- ج- نوجد مجموع الفوائد التجارية باستخدام القانون .

$$\text{مجموع الفوائد التجارية} = \frac{\text{مجموع النمر}}{\text{القاسم}}$$

ومن السهل اثبات صحة هذا القانون .

تدريب (2)

اوجد مجموع الفوائد الناتجة من استثمار :

200 دينار كويتي لمدة 40 يوما

300 دينار كويتي لمدة 50 يوما

400 دينار كويتي لمدة 60 يوما

مع العلم بأن معدل الفائدة 6 % في جميع الحالات :

الحل

$$\text{مجموع النمر} = 200 \times 40 + 300 \times 50 + 400 \times 60$$

$$= 47000$$

$$\text{القاسم} = \frac{36000}{6} = 6000$$

$$\therefore \text{مجموع الفوائد} = \frac{47000}{6000}$$

$$= 7.833 \text{ دينار كويتي}$$

ملاحظة هامة

قد لا يقبل العدد 360 القسمة على المعدل كأن يكون المعدل 0.07 مثلاً. ففي

$$\text{هذه الحالة نعتبر أن المعدل} = 0.06 + 0.01$$

ثم نوجد الفوائد بمعدل 6 % بطريقة النمر . وبأخذ سدس الناتج تنتج الفوائد بمعدل

1 % . وبالجمع تنتج فوائد بمعدل 7 %.

وإذا كان المعدل 3.25 % مثلاً نعتبر أن المعدل 3 % + 0.25 % . ونوجد الفوائد بمعدل 3 % بطريقة النمر . وبقسمة الناتج على 12 تنتج الفوائد بمعدل 0.25 % وبالجميع تنتج الفوائد بمعدل 30.25 % .

وإذا كان المعدل 5.5 % مثلاً نوجد الفوائد بمعدل 6 % بطريقة النمر وبقسمة الناتج على 12 تنتج الفوائد بمعدل 0.5 % ، وبالطرح تنتج الفوائد بمعدل 5.5 % .

وهكذا يمكننا بشئ من التصرف أن نوجد الفوائد التجارية بطريقة النمر إذا لم يكن العدد 360 يقبل على .

تدريب (3)

أوجد مجموع الفوائد للمبالغ المذكورة في تدريب البند السابق إذا كان معدل

الفائدة :

(أولاً) 7.5 %

(ثانياً) 5 %

الحل

(أولاً) نوجد الفوائد بمعدل 6 % بطريقة النمر . وبقسمة الناتج على 4 تنتج الفوائد بمعدل 1½ % . وبالجمع تنتج الفوائد بمعدل 7.5 % ويكون الحل كالآتي :-

مجموع النمر

$$\text{الفوائد بمعدل 6 \%} = \frac{47000}{6000} = 7.833 \text{ ديناراً كويتي}$$

$$\text{الفوائد بمعدل 1½ \%} = 7.833 \times \frac{1}{4} = 1.958 \text{ دينار كويتي}$$

$$\therefore \text{الفوائد بمعدل 7.5 \% (بالجمع)} = 9.791 \text{ ديناراً كويتي}$$

(ثانيا) المعدل 5 % فالعدد 360 يقبل القسمة إذن على المعدل إلا أن خارج القسمة 7200 ولا يحسن أن يتخذ هذا العدد قاسما لصعوبة القسمة الشفوية وذلك تجري العمل كالآتي :

نوجد الفوائد بمعدل 6 % وبقسمة الناتج على 6 تنتج الفائدة بمعدل 1 % وبالطرح تنتج الفائدة المطلوبة . أي أن الحل يكون كما يلي :

$$\text{الفوائد بمعدل 6 \%} = \frac{47000}{6000} = 7.833 \text{ ديناراً كويتي}$$

$$\text{الفوائد بمعدل 1 \%} = 7.833 \times \frac{1}{6} = 1.306 \text{ ديناراً كويتي}$$

∴ الفوائد بمعدل 5 % (بالطرح) = 6.527 ديناراً كويتي

حساب الفوائد الصحيحة بطريقة النمر :

إذا كانت مدة الاستثمار و من الأيام فإن :

$$\text{الفائدة الصحيحة} = أ \times ع \times \frac{و}{365}$$

$$= أ \times و \times \frac{ع}{365}$$

$$\text{∴ الفائدة الصحيحة} = \text{النمر} \times \frac{ع}{365}$$

ملاحظة :-

يمكن أيضاً حساب الفائدة التجارية بطريقة النمر . ثم نجد الفائدة الصحيحة

$$\text{بضرب الفائدة التجارية في } \frac{72}{73}$$

تدريب (4)

أوجد مجموع الفوائد الحبيحة الناتجة من استثمار :

500 دينار لمدة 40 يوما

600 دينار لمدة 70 يوما

300 دينار لمدة 80 يوما .

مع العلم بأن المعدل السنوي للفائدة 2.5 % في جميع الحالات .

الحل

مبلغ	أيام	نمر
500 × 40	=	20000
600 × 70	=	42000
300 × 80	=	24000
		<hr/>
		86000
		المجموع

النمر الشهرية :

إذا كانت مدة استثمار مبلغ ما هي (و) من الأشهر وكانت الفائدة بسيطة فإن :

$$\text{الفائدة} = أ \times ع \times \frac{و}{12}$$

$$= أ \times و \times \frac{ع}{12}$$

أو

$$\text{الفائدة} = \text{النمر الشهرية} \times \frac{ع}{12}$$

حيث يسمى حاصل ضرب المبلغ في عدد أشهر استثماره بالنمر الشهرية .

$$\therefore \text{مجموع الفوائد} = \text{مجموع النمر} \times \frac{\text{ع}}{365}$$

$$\therefore \text{ف} = \frac{2.5 \times 86000}{365 \times 100} = 5.890$$

تدريب (5)

اقترض شخص المبالغ الآتية :

400 دينار لمدة 3 شهور

200 دينار لمدة 4 شهور

300 دينار لمدة 5 شهور

أحسب مجموع الفوائد المستحقة على هذه الديون إذا كان معدل الفائدة 6 % سنوياً في جميع الحالات .

الحل

مبلغ	أشهر	نمر شهرية
400 ×	3	1200
200 ×	4	800
300 ×	5	1500
		<u>3500</u>
		المجموع

$$\text{مجموع الفوائد} = \text{مجموع النمر الشهرية} \times \frac{\text{ع}}{12}$$

$$= \frac{6 \times 3500}{12 \times 100}$$

$$= 17.500 \text{ دينار كويتي}$$

تطبيقات عامة على الفائدة البسيطة

- (1) أحسب الفائدة البسيطة التي تستحق على مبلغ 3000 ديناراً كويتي لمدة سنتين وشهر واحد وذلك على أساس.
- (أ) معدل فائدة سنوي 6 %
- (ب) معدل فائدة نصف سنوي 4 %
- (ج) معدل فائدة ربع سنوي 1 %
- (د) معدل فائدة شهري $\frac{1}{2}$ %

[الإجابة 375 ، 250 ، 500 ، 375]

- (2) ما مقدار الفائدة في التمرين رقم (1) إذا كانت مدة الاستثمار هي 3 سنوات و 8 شهور و 24 يوماً .

- (3) أودع أحد الأشخاص مبلغ 2000 ديناراً كويتي في مصرف ليستثمر بفائدة بسيطة بمعدل 3 % سنوياً والمطلوب حساب الجملة والفائدة في الحالات الآتية :

الحالة	تاريخ الابداع	تاريخ السحب
1	أول أكتوبر 2003	أول مارس 2004
2	منتصف أبريل 2003	منتصف نوفمبر 2004
3	15 يناير 2003	25 أبريل 2003
4	20 سبتمبر 2003	15 أبريل 2004
5	10 فبراير 2003	25 نوفمبر 2003

(4) - احسب الفائدة التجارية التي تستحق على مبلغ 456789 دينار كويتي بمعدل فائدة سنوي 6 % في نهاية :

- أ- 60 يوما
ب- 6 أيام
ج- 66 يوما
د- 72 يوما
هـ- 120 يوما
و- 30 يوما

(5) ما مقدار الفائدة الصحيحة في التمرين السابق ؟

(6) ما مقدار الفائدة في التمرين رقم (4) إذا كان معدل الفائدة السنوي .

- أ- 1 1/2 %
ب- 3 %
ج- 1 %
د- 7 %
هـ- 5 %
و- 6.6 %
ز- 5.4 %

(7) ما مقدار الفائدة الصحيحة في التمرين رقم (6) .

(8) أودع شخص ما المبالغ الآتية في أحد المصارف :

المبلغ	تاريخ الابداع
200	1 يناير 2004
300	11 يناير 2004
400	21 يناير 2004
500	10 فبراير 2004

والمطلوب حساب جملة هذه المبالغ في 31 مارس سنة 2004 إذا كان البنك

يحسب الفوائد بمعدل سنوي 2 % .

(9) ما مقدار الجملة في التمرين (7) إذا كانت الفوائد التي يحسبها البنك فوائد صحيحة .

(10) حسبت الفائدة التجارية لمبلغ معلوم في نهاية مدة معلومة فوجدت 14.6 دينار كويتي فأحسب مقدار الفائدة الصحيحة لنفس المبلغ والمدة والمعدل .

(11) حسبت الفائدة الصحيحة لمبلغ معلوم في نهاية مدة معلومة وبمعدل معلوم فوجدت 28.8 دينار كويتي . فأحسب الفائدة التجارية لنفس المبلغ والمدة والمعدل .

(12) حسبت كل من الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ 1000 دينار كويتي بمعدل معلوم وفي نهاية مدة معلومة فوجد أن الفرق بينهما دينارا كويتي واحدا فما مقدار كل منها ؟

(13) احسب بأقل جهد ممكن من عمليات الضرب والقسمة الفائدة التجارية التي تستحق على مبلغ 98765432 دينارا كويتي بمعدل 6 % لمدة 60 يوما ، 66 يوما ، 80 يوما ، 40 يوما ، 198 يوما .

- ما مقدار الفوائد التجارية للمدد المختلفة في التمرين السابق إذا كان المعدل السنوي السنوي يساوي 5.4 % ، 7.2 % .

(14) أحسب بطريقة النمر الفوائد المستحقة على المبالغ الآتية وذلك بمعدل 6 % سنويا.

(أ) 100 دينار تستثمر لمدة 73 يوما .

300 دينار تستثمر لمدة 46 يوما .

400 دينار تستثمر لمدة 56 يوما .

600 دينار تستثمر لمدة 73 يوما .

(ب) 200 دينار تستثمر لمدة 3 شهور .

300 دينار تستثمر لمدة 5 شهور .

600 دينار تستثمر لمدة 7 شهور .

400 دينار تستثمر لمدة 9 شهور .

1000 دينار تستثمر لمدة 18 شهور .

(15) ما مقدار الفائدة الصحيحة في التمرين السابق .

(16) حسبت جملة 1000 دينار كويتي في نهاية عدد من الأيام وبمعدل معلوم وعلى وعلى أساس الفائدة التجارية فوجدت 1019.2 دينار كويتي ، فما مقدار جملته على أساس الفائدة الصحيحة .

أجوبة التمارين

- (1) (أ) 375 دينار (ب) 500 دينار
 (ج) 250 دينار (د) 375 دينار
 (2) (أ) 671.836 (ب) 895.781
 (ج) 447.891 (د) 671.836

(3)

الحالة	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
الجملة	2025	2095	2016.55	2033.98	2047.34
الفائدة	25	95	33.557	33.98	47.342

- (4) أ- 4567.89 ب- 456.789
 ج- 5024.679 د- 5481.468
 هـ- 9135.78 و- 2283.945
 (5) أ- 4505.310 ب- 450.531
 ج- 4955.841 د- 5406.372
 هـ- 9010.620 و- 2252.655

(6)

المعدل				المدة بالأيام
% 7	%1	% 3	%1½	
5329.205	731.315	2283.945	1141.973	60
532.921	73.132	228.395	114.197	6
5862.126	804.447	2512.340	1256.170	66
6394.047	877.579	2740.735	1370.367	72
10658.410	1462.630	4567.890	2283.946	120
2664.603	365.658	1141.973	570.987	30

المعدل			المدة بالأيام
%5.4	%6.6	%5	
4111.101	5024.679	3806.575	60
411.110	502.468	380.658	6
4522.211	5527.147	4187.233	66
4933.321	6029.615	4567.891	72
8222.202	10049.358	7613.150	120
2055.551	2512.340	1903.288	30

(7)

المعدل				المدة بالأيام
%1	% 3	%1½	% 6	
750.885	2252.655	1126.328	4505.310	60
75.089	225.266	112.633	450.531	6
825.974	2477.921	1238.961	4955.841	66
901.063	2703.187	1351.594	5406.372	72
1501.770	4505.310	2252.655	9010.620	120
375.443	1126.328	563.164	2252.655	30

المعدل				المدة بالأيام
%5.4	%6.6	%5	% 7	
4054.779	4955.841	3754.425	5256.195	60
405.478	495.584	375.443	525.620	6
4460.257	5451.425	4139.868	5781.815	66
4865.735	5947.009	4505.311	6307.435	72
8109.558	9911.682	7508.850	10512.390	120
2027.390	2477.921	1877.212	2628.098	30

1405.129 (9)

(8) الجملة 1405.2

14.4 (11)

(10) 29.2

(12) 73,72

(13) , 1086419.752 , 98765.432 , 987654.32
3251259.256 , 658436.214 , 1316872.427 , 329218.107

(14) المعدل 5.4 % : 977777.777 , 88788.889 , 888888.888
2933333.321 , 592592.592 , 1185185.184 , 296296.296
المعدل 7.2 % : 1303703.702 , 118518.518 , 1185185.184
3911111.106 , 790123.456 , 1580246.912 , 395061.728

(15) (أ) 14.55 (ب) 139.5

(16) 1018.937

ثانيا : الفائدة المركبة

الفائدة المركبة هي المبلغ المودع أو المستثمر والذي يزداد في كل فترة زمنية بمقدار الفائدة المستحقة عن هذه الفترة . حيث تعتبر جملة المبلغ في نهاية الفترة الزمنية رأس مال جديد في بدء الفترة الزمنية التالية . ثم نوجد الفائدة عن رأس المال الجديد في نهاية هذه الفترة ويضاف إلي رأس المال ويعتبر رأس مال جديد في بدء الفترة الزمنية التالية وهكذا إلي أن تنتهي مدد الاستثمار .

وبخلاصة القول أن الفائدة المركبة تستعمل في العمليات المالية طويلة الأجل وأنها تحسب في نهاية كل فترة وتضاف إلي الأصل في الفترة السابقة وتحسب الفائدة على الجملة في نهاية الفترة التالية .

فمثلا : إذا استثمرنا مبلغ 100 دينار كويتي بمعدل فائدة مركبة 4 % سنويا فإن الفائدة المستحقة في نهاية السنة الأولى هي أربعة دینارات تضاف إلي المبلغ الأصلي وهو 100 دينار كويتي ليصبح الأصل في بدء السنة الثانية 104 دينار كويتي وتصبح الفائدة في نهاية السنة الثانية $104 \times 0.4 = 4.16$ دينار كويتي وهكذا .

قانون الفائدة المركبة :-

بفرض أن (أ) ترمز إلي الأصل المستثمر أو المقترض ، (جـ) ترمز إلي
الجملة في نهاية عدد (ن) من السنوات ، (ع) معدل الفائدة المركبة السنوي ، (جـ₁)
إلي جملة الأصل في نهاية السنة الأولى ، (جـ₂) ترمز إلي جملة الأصل في نهاية
السنة الثانية ... ألخ .

فإن

$$ف_1 = أ \times ع .$$

$$\therefore ج_1 = أ + أ \times ع = أ(ع + 1)$$

$$ف_2 = ج_1 \times ع$$

$$= أ(ع + 1) \times ع .$$

$$ج_2 = أ(ع + 1) + أ(ع + 1) \times ع$$

$$= أ(ع + 1)^2$$

وهكذا

$$ج_3 = أ(ع + 1)^2 + أ(ع + 1)^2 \times ع .$$

$$= أ(ع + 1)^2 + أ(ع + 1)^3$$

بالمثل

$$ج_4 = أ(ع + 1)^4$$

ومن ثم نستنتج أن قانون الجملة بفائدة مركبة لعدد (ن) من السنوات

يمكن أن يوضع بالصيغة الآتية :-

$$\boxed{ج - أ = (ع + 1)^ن}$$

ومن هذا القانون يمكن اشتقاق العلاقات الآتية :-

$$\frac{ج}{(ع + 1)^ن} = أ$$

$$ع = \sqrt[n]{\frac{ج}{أ}} - 1$$

$$ن = \frac{\log ج - \log أ}{\log (ع + 1)}$$

هذا وتوجد طرق مختلفة لحساب جملة $(ع + 1)^ن$ منها :

1- طريقة الضرب العادي

مثال (1)

أوجد جملة مبلغ 1000 دينار كويتي يستثمر بمعدل فائدة مركبة 6 % سنويا

ولمدة ثلاث سنوات .

الحل

$$ج - أ = (ع + 1)^ن$$

$$\text{ج} = 1000 (1 + 0.06)^3 = 1000 (1.06)^3$$

$$= 1000 \times 1.06 \times 1.06 \times 1.06 = 1191.02 \text{ دينار كويتي}$$

$$\therefore \text{ف} = 1000 - 1191.02 = 191.02$$

2- نظرية ذات الحدين :

من المثال السابق يلاحظ أن

$$\text{ج} = 1000 (1 + 0.06)^3$$

$$(1 + 0.06)^3 = {}^3S_0 + {}^3C_1 {}^1S_1 + {}^3C_2 {}^2S_2 + {}^3C_3 {}^3S_3$$

$$= {}^3S_0 + {}^3C_1 {}^3S_1 + {}^3C_2 {}^3S_2 + {}^3C_3 {}^3S_3$$

$$= {}^3S_0 + {}^3C_1 {}^3S_1 + {}^3C_2 {}^3S_2 + {}^3C_3 {}^3S_3$$

$$= (1)^3 + {}^3C_1 (1)^2 (0.06) + {}^3C_2 (1) (0.06)^2 + {}^3C_3 (0.06)^3$$

$$= 1 + 3 \times 0.06 + 3 \times (0.06)^2 + (0.06)^3$$

$$= 1 + 0.18 + 0.0108 + 0.000216 = 1.191016$$

$$\therefore \text{ج} = 1000 (1.191016) = 1191.02$$

$$\therefore \text{ف} = 1000 - 1191.02 = 191.02 \text{ دينار كويتي}$$

3- جداول اللوغاريتمات :-

يلاحظ أن الطريقتين السابقتين تكونا غاية في الصعوبة وخاصة في حالة المدد الطويلة ولذا نلجأ إلى استخدام جداول اللوغاريتمات لإيجاد جملة الدينار الكويتي الواحد لعدد (ن) من السنوات . ومن المثال السابق :

$$\text{ج} - 1000 (1.06)^3$$

$$\therefore \text{لو ج} - \text{لو } 1000 + 3 \text{ لو } 1.06$$

$$\text{لو ج} - 3 + 3 \times 0.0253$$

$$\text{لو ج} - 3.0759 \quad \text{ومن جداول الأعداد المقابلة}$$

$$\therefore \text{ج} - 1191.00 \text{ دينار كويتي}$$

$$\therefore \text{ف} - 1191.00 - 1000 = 191 \text{ دينار كويتي}$$

جدول الفائدة المركبة :-

من الواضح أن الطرق السابقة كلها صعبة وتحتاج إلى عمليات حسابية معقدة ولا سيما إذا كانت مدة الاستثمار طويلة ولذلك وتسهيلاً لإيجاد جملة مبلغ ما يستثمر بفائدة مركبة فإننا نلجأ إلى استخدام الجدول المالية (الجدول الأول) والتي تتكون من قسمين وحدة للزمن ومجموعة من الأعمدة لمعدلات الفائدة المركبة المختلفة ويمكن الكشف في الجدول الأول أمام وحدات الزمن (ن) وتحت معدل الفائدة المركبة (ع) مع ملاحظة أن القيم العملية لمعدل الفائدة المنوي هي المحصورة بين 1 % - 8 % . ويمكن إيضاح ذلك من خلال التدريبات التالية :-

تدريب (1):

استثمر شخص مبلغ 2000 دينار كويتي لمدة 25 سنة بمعدل فائدة مركبة 5 % سنويا . فأوجد الجملة والفائدة المركبة .
الحل

$$ج - أ = (1 + ع) ^ n$$

$$ج - 2000 = (1 + 0.05) ^{25} 2000 - 2000$$

بالكشف في جداول الفائدة المركبة تحت معدل 5 % وأمام الزمن 25 نجد أنها تساوي 3.386355 .

$$ج . : 6772.710 = 3.386355 \times 2000$$

$$ج . : ف = 6772.710 - 2000 = 4772.710$$

تدريب (2):

ما هي جملة مبلغ 1000 دينار كويتي في نهاية 60 سنة بمعدل فائدة سنوي 4 % .

الحل

$$ج - 1000 = (1.04) ^{60}$$

وعلى افتراض أن الجداول المالية لا تعطي الجملة للزمن (ن) = 60 لذلك موجد جملة دينار كويتي لمدة 50 سنة وجملة دينار كويتي لمدة 10 سنوات .

$$\text{ج} - = [1000 \times (1.04)^{50} - 1000 \times 1.4824 \times 7.10668]$$

$$\text{ج} - = 10519.590$$

مع ملاحظة أنه بالطبع إيجاد القيمة مباشرة من الجداول الموجودة آخر الكتاب .

تدريب (3)

أقرض شخص مبلغ 2000 جنيه في أول سبتمبر 1979 أحسب الجملة التي تستحق لهذا الشخص في أول ديسمبر 1984 بمعدل فائدة مركبة 6 % سنوياً.

الحل

$$\begin{array}{c} \text{شهر} \quad \text{سنة} \\ \text{أول سبتمبر 1979} - \text{أول ديسمبر 1984} = 3 \text{ سنة} - 5 \text{ شهور} = 5 \frac{5}{12} \text{ سنة} \end{array}$$

$$n = 5 \frac{5}{12}$$

$$\therefore \text{ج} - = 2000 (1.06)^{5 \frac{5}{12}}$$

ونظراً لأن جداول الفائدة المركبة لا تحتوي على كسور الزمن لذا فقد جرت

العادة في الأوساط التجارية أن تقوم بحساب الفائدة البسيطة لكسور الزمن أما العدد

الصحيح من السنوات فتحسب عليه فائدة مركبة.

$$\therefore \text{ج} - = 2000 (1.06)^5 \left[1 + \frac{3}{12} \times \frac{6}{100} \right] = 2716.607 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (4):

أحسب الجملة التي يؤول إليها مبلغ 1000 دينار كويتي لمدة 55 سنة بمعدل 5.1%.

الحل

حيث أن المعدل 5.1 % غير موجود بالجدول

∴ نحسب معدل 5 % ، معدل 6 % ثم نحسب المعدل 0.1 %

وذلك كما يلي :

معدل 5 % لمدة 55 سنة = 14.6356132

معدل 6 % لمدة 55 سنة = 24.650397

∴ الفرق = 24.650397 - 14.6356132 = 10.014784

∴ الفرق الذي يعادل 0.1% = 10.014784 × 0.1% = 1.0014784

∴ (1.051)⁵⁵ = 14.6356132 + 1.0014874 = 15.6371006

∴ جـ = 15.6371006 × 1000 = 15637.100 دينار كويتي

تدريب (5) :

أستثمر شخص مبلغ ما بفائدة مركبة في أحد البنوك بمعدل 5% سنوياً وبعد 15

سنة بلغت جملته 1039.464 دينار كويتي. والمطلوب حساب الأصل المستثمر .

الحل

$$\frac{\rightarrow}{(ع+1)^N} = 1$$

$$\frac{1039.64}{15(1.05)} =$$

$$500 \text{ دينار كويتي} = \frac{1039.464}{2.028928} =$$

تدريب (6):

أحسب المدة التي يؤول في نهايتها مبلغ 1000 دينار كويتي بمعدل 6% إلى 2396.558 دينار كويتي بفائدة مركبة .

الحل

$$\frac{\text{لوج - لوا}}{\text{لو}(ع+1)} = N$$

$$\frac{1000 \text{ لو} - 2396.558 \text{ لو}}{1.06} =$$

$$15 \text{ سنة} = \frac{3 - 3.3795}{0.0253} =$$

تدريب (7):

أحسب الجملة التي يؤول إليها مبلغ 100 دينار كويتي في نهاية 3 سنوات ، 6 شهور . إذا كان معدل الفائدة 2½ % عن كل نصف سنة .

الحل

$$ن = 2 \times 3\frac{1}{2} = 7 \text{ وحدات زمن}$$

$$\therefore ج = (1 + 0.025)^7 \times 100$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة للمعدل $2\frac{1}{2}\%$ في عمود $(1+ع)$ أمام 7 وحدات زمن نجد أن :

$$1.025^7 = 1.18869 \text{ دينار كويتي}$$

$$\therefore \text{الجملة المطلوبة} = 1.18869 \times 100$$

$$= 118.869$$

تدريب (8) :

أجد الجملة التي يؤول إليها مبلغ 100 دينار كويتي في نهاية 4 سنوات وثلاثة

شهور إذا كان معدل الفائدة المركبة 5% سنوياً .

الحل

$$ج = (1.05)^{4\frac{3}{12}} \times 100$$

$$= 1.05^4 \times 1.05^{\frac{3}{12}} \times 100$$

أما قيمة 1.05^4 فنجدها في جداول الفائدة المركبة تحت 5% في عمود $(1+ع)$ أمام 4 وحدات زمن .

وأما قيمة $(1.05)^{\frac{3}{12}}$ فنجدها في جدول جملة وحدة النقود في كسر وحدة الزمن في عمود

$\frac{3}{12}$ أمام المعدل 5 % .

فبالتعويض من الجداول نجد أن :

$$ج - 100 \times 1.21551 \times 1.012272$$

$$= 123.043 \text{ دينار كويتي}$$

ملاحظات هامة

- (1) يمكن أيضا إيجاد قيمة $(1.05)^{\frac{3}{12}}$ باستخدام جداول اللوغاريتمات.
- (2) جري العرف في كثير من المعاملات المالية على أنه إذا تكونت المدة من عدد صحيح وكسر من السنوات فإن الاستثمار في كسر السنة يحسب من قوانين الفائدة البسيطة . وباستخدام هذه الطريقة يكون الحل كالآتي :-

$$\text{الجملة} = 100 \times 1.05^4 \left(1 + \frac{3}{12} \times \frac{5}{100} \right)$$

$$= 100 \times 1.21551 \times 1.0125 = 123.7 \text{ دينار كويتي}$$

والفرق بين الجوابين صغير نسبيا مما يبرر استخدام هذه الطريقة العملية السهلة.

استخدام جداول الفائدة المركبة في إيجاد الأصل ومعدل الفائدة والزمن .

يحتوي القانون ج - $(1 + e)^n$ على أربعة عناصر. إذا علم منها ثلاثة أمكن

إيجاد الرابع . وذلك على النحو الذي توضحه التدريبات التالية :-

تدريب (1):

احسب المبلغ الذي إذا استثمر لمدة 6 سنوات بمعدل 2 % سنوياً لأصبحت

جملة 11216.60 دينار كويتي.

الحل

$$\frac{A}{(1 + e)^n} = 1 \quad \therefore$$

$$1126.160 \div (1.02)^6 = \text{من جداول الفائدة المركبة}$$

$$1126.160 \div 1.12616 = 1000 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (2) :

ما هو معدل الفائدة السنوي الذي يؤول بموجبه مبلغ 1000 دينار كويتي إلي

1448.300 دينار كويتي في نهاية 15 سنة ؟

الحل

$$\therefore \rightarrow (1 + e)^n$$

$$\therefore 1448.300 = 1000 (1 + e)^{15}$$

$$\therefore (1 + e)^{15} = 1.44830$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة في عمود (1 + e) ن أمام 15 سنة نجد أن العدد

1.44830 موجودا تحت المعدل 2½ %.

تدريب (3):-

أحسب المدة التي تؤول مبلغ 1000 ديناراً كويتي في نهايتها إلى 1218.400

دينار كويتي علماً بأن معدل الفائدة المركبة 2½ %.

الحل

بالتعويض في قانون الجملة نجد أن :

$$1218.400 = 1000 \times 1.025^n$$

حيث n هي المدة المطلوبة .

$$\therefore 1.025^n = 1.21840$$

ومن هذه المعادلة يمكن إيجاد قيمة المدة بطريقتين .

الطريقة الأولى:-

بالبحث في جداول الفائدة المركبة في عمود (1 + ع) تحت المعدل 2.5% نجد أن العدد 1.21840 أمام 8 وحدات زمن .
 ∴ المدة المطلوبة 8 سنوات .

الطريقة الثانية:-

بأخذ لو غاريتم كل من الطرفين ينتج أن :

$$ن \text{ لو } 1.025 = \text{لو } 1.2184$$

$$∴ ن \times 0.0107 = 0.0856$$

$$∴ ن = 856 \div 107 = 8 \text{ سنوات}$$

تدريب (4):

إحسب المدة التي في نهايتها يؤول مبلغ 400 ديناراً كويتي إلى 492.280

ديناراً كويتي علماً بأن معدل الفائدة المركبة 5 % سنوياً .

الحل

بالتعويض في القانون جـ - (1 + ع) نجد أن

$$492.280 = 400 \times 1.05^n$$

$$1.230703 = 1.05^n$$

وبالبحث في الجداول تحت المعدل 5 % في خانة (1 + ع) نجد أن قيمة ن التي تحقق هذه العلاقة تقع بين 4 سنوات ، 5 سنوات .

نفرض أن $n = 4 + س$ حيث س تساوي كسرا أقل من الواحد الصحيح ونجد أن :-

$$(أ) \quad 1.21551 = (1.05)^4$$

$$(ب) \quad 1.27628 = (1.05)^5$$

$$(ج) \quad 1.23070 = (1.05)^n$$

فرق الجملة الناتج من فرق سنة - (ب) - (أ)

$$= 0.06077$$

فرق الجملة الناتج من فرق س - (ج) - (أ)

$$= 0.01519$$

وبالتناسب نجد أن :

$$س = \frac{0.01519}{0.06077} = 0.25$$

$$ن = 4 + 0.25 = 4.25 \text{ سنة}$$

$$= 3 \text{ شهور } 4 \text{ سنوات}$$

تدريب (5):-

إذا علم أن 100 ديناراً كويتي تؤول إلى 126.464 ديناراً كويتي في نهاية

10 سنوات فما هو معدل الفائدة المركبة ؟

الحل

بالتعويض في قانون الجملة بفائدة مركبة نجد أن :-

$$126.464 = 100 (1 + i)^{10}$$

$$\therefore (1 + i)^{10} = 1.26464 \quad (أ)$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة في عمود $(1 + i)$ نجد أن العدد 1.26464

ينحصر بين العددين المقابلين للمعدلين 2.25% ، 2.5% وذلك لأن

$$1.24920 = (1 + 0.0225)^{10} \quad (ب)$$

$$1.28008 = (1 + 0.025)^{10} \quad (ج)$$

نفرض أن المعدل المئوي المطلوب 2.25 + س حيث س أقل من 0.25 ونوجد قيمة

س كما يلي :-

الفرق في الجملة المقابل لفرق 0.25 في المعدل = (ج) - (ب)

$$= 1.28008 - 1.24920$$

$$= 0.3088$$

الفرق في الجملة المقابل لفرق س في المعدل = (أ) - (ب)

$$1.24920 - 1.26464 =$$

$$0.01544 =$$

وبالتناسب نجد أن :-

$$0.125 = \frac{0.01544}{0.03088} \times 0.25 = \text{س}$$

$$\text{المعدل المطلوب} = 0.125 \times 2.25 = 2.375 \%$$

استخدام جداول الفائدة المركبة في حساب المعدل إذا لم يكن موجودا بالجدول

يلاحظ أنه قد يحدث ألا يكون المعدل موجودا بالجدول وفي هذه الحالات

تُحسب قيمته بطريقة التناسب كما يتضح من التدريب الآتي :

تدريب (1) :-

ما هو معدل الفائدة المركبة الذي بموجبه يؤول مبلغ 200 ديناراً كويتي إلى

370 ديناراً كويتي في نهاية 15 سنة إذا أضيفت الفائدة كل سنة .

الحل

حيث أن $A = (1 + E)^n - C$

$$\therefore 370 = {}^{15}(1 + x) 200$$

$$\text{أي أن } 1.85 = {}^{15}(1 + x)$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة في الخانة الثانية أمام المدة 15 نجد أن العدد 185

يقع بين العددين المقابلين للمعدلين 4 % ، 4½ %.

وذلك لأن :

$$1.80094 = {}^{15}(0.04 + 1)$$

$$1.93528 = {}^{15}(0.045 + 1) ،$$

وعلى هذا فإن المعدل الذي يحقق المعادلة

$$1.85000 = {}^{15}(1 + x)$$

يجب أن يكون واقعا بين 4 % ، 4½ %.

نفرض أن هذا المعدل = 4 + س حيث س كسر أقل من ½ وهذا الكسر س

يمكن حسابه كالآتي :

الفرق في الجملة الذي يقابل ½ %

$$= 1.80094 - 1.93528$$

$$= -0.13434$$

الفرق في الجملة الذي يقابل س

$$1.85000 - 1.80094$$

$$0.04906$$

$$\frac{0.04906}{0.13434} \times \frac{1}{2} = \text{وبالتناسب نجد أن س}$$

$$0.18$$

وعلى هذا فإن معدل الفائدة المطلوب

$$0.18 + 4$$

$$4.18\%$$

وللمقارنة يمكننا إيجاد قيمة (ع) باستخدام اللوغاريتمات وذلك كالآتي :

$$1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{15}} = \text{ع}$$

$$\sqrt[15]{\frac{(370)^{15}}{(200)}} = (1 + \text{ع})$$

$$\sqrt[15]{1.85}$$

$$1.85 \text{ لو } \frac{1}{15} = (1 + \text{ع}) \text{ لو}$$

$$\frac{0.26717}{15}$$

$$0.01781$$

$$\therefore 1 + ع = 1.0418$$

$$\text{ومنه } ع = 0.0418$$

$$\text{أي أن المعدل السنوي} = 4.18 \%$$

تدريب (2) :

أحسب المعدل السنوي للفائدة الذي بموجبه يؤول مبلغ 100 ديناراً كويتي إلى 2000 ديناراً كويتي بعد 10 سنوات .

الحل

$$2000 = 1000 (1 + ع)^{10}$$

$$\therefore 2.000 = (1 + ع)^{10}$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة أمام المدة 10 نجد أن أعلى معدل

للفائدة موجود في الجداول وهو 6 % يعطي الجملة لدينارا الكويتي بعد 10 سنوات

$$1.79085 .$$

\therefore المعدل المطلوب أكبر من 6 %

ويتعين بذلك حسابه بطريقة اللوغاريتمات كالآتي :-

$$10 \text{ لو } (1 + ع) = \text{لو } 2$$

$$\therefore \text{لو } (1 + \bar{e}) - 0.30103 = 10 \div$$

$$- 0.030103$$

$$\therefore 1 + \bar{e} = 1.071808$$

$$\therefore \bar{e} = 0.071808$$

تدريب (3):

أحسب معدل الفائدة الاسمي السنوي الذي يدفع مرتين في السنة والذي بموجبه تؤول جملة مبلغ 1000 ديناراً كويتي إلى 1500 ديناراً كويتي بعد 10 سنوات .

الحل

إذا فرضنا أن المعدل السنوي الاسمي هو \bar{e} (2)

$$\text{فيكون معدل الفائدة عن نصف سنة} = \frac{\bar{e}}{2} = \frac{(2)}{2}$$

وبالتعويض في قانون الجملة نجد أن

$$1500 = 1000 (1 + \bar{e})^{20}$$

$$\therefore (1 + \bar{e})^{20} = 1.500$$

بالبحث في جداول الفائدة المركبة أمام 20 نجد أن \bar{c} تنحصر بين 2%، 2¼% ويمكن إيجاد قيمتها بطريقة التناسب كالاتي :

$$1.48595 = {}^{20}(0.02 + 1)$$

$$1.56051 = {}^{20}(0.0225 + 1)$$

الفرق الذي يقابل فرق المعدل ¼ % = 0.07456

$$1.48595 - 1.500 = {}^{20}(0.02 + 1) - {}^{20}(\bar{c} + 1)$$

$$0.01405 =$$

وهذا الفرق يقابل فرقا في المعدل

$$\% 0.0471 = \frac{1}{4} \times \frac{0.01405}{0.07456} =$$

$$\therefore \bar{c} = 0.02 + 0.000471 = 0.02471$$

∴ المعدل الاسمي السنوي = 2 \bar{c}

$$= 0.020471 \times 2 =$$

$$= 0.040942$$

المعدل الاسمي السنوي = 4.0942 %

استخدام جداول الفائدة المركبة في حساب المدة إذا لم تكن موجودة بالجداول
 يلاحظ أنه قد يحدث أن تكون المدة التي تحقق المعادلة غير موجودة بالجداول
 وفي هذه الحالة تحسب المدة بطريقة التناسب كما يتضح مما يلي :

تكريب (1):

أحسب المدة التي في نهايتها يؤول مبلغ 300 ديناراً كويتي إلى 369.210
 ديناراً كويتي بفائدة مركبة بمعدل 5 % سنوياً .

الحل

نفرض أن المدة ن

$$\therefore (1 + 0.05)^n = 369.210 \div 300$$

وبالتعويض في هذه العلاقة عن الكميات المعروفة نجد أن

$$1.23070 = \frac{369.210}{300} = (1.05)^n$$

وبالبحث في الجداول تحت المعدل 5 % وفي الخانة الثانية نجد أن قيمة ن التي تحقق

هذه العلاقة تقع بين 4 سنوات ، 5 سنوات .

أي أن قيمة ن أكبر من 4 وأقل من 5 .

نفرض أن $n = 4 + s$ حيث s تساوي كسرا أقل من واحد صحيح ، وهذا الكسر يحسب بطريقة التناسب كالآتي :

$$(1) \dots\dots\dots 1.21551 = (1-0.05)^4$$

$$(2) \dots\dots\dots 1.27628 = (1-0.05)^5$$

$$(3) \dots\dots\dots 1.23070 = (1-0.05)^n$$

$$(2) - (1) = 0.06077 \text{ وهو يساوي فرقا في الجملة ناتجا من فرق في المدة } = \text{سنة}$$

$$(3) - (1) = 0.01519 \text{ وهو يساوي فرقا في جملة ناتجا من فرق في الزمن } = s \text{ سنة}$$

وبالتناسب نجد أن

$$s = \frac{0.01529}{0.06077}$$

$$= 0.25$$

$$\therefore n = 4 + 0.25 = 4.25 \text{ سنة}$$

شهر	سنة
3	4

والمقارنة يمكننا إيجاد قيمة (ن) باللوغاريتمات وذلك كالآتي :

$$1.23070 = (1-0.05)^n$$

$$\therefore n \text{ لو } 1.05 = \text{لو } 1.23070$$

$$\therefore \text{ن} = \frac{1.23070 \text{ لو}}{1.05 \text{ لو}}$$

$$= \frac{0.0916}{0.02119}$$

$$= 4.25$$

$$= \begin{matrix} \text{شهر} & \text{سنة} \\ 3 & 4 \end{matrix}$$

تدريب (2):

أحسب المدة التي يؤول بعدها مبلغ 1000 ديناراً كويتي إلى 1500 ديناراً كويتي بمعدل أسمى سنوي 4 % يدفع 4 مرات في السنة .

الحل

إذا كان معدل الفائدة الاسمي السنوي 4 % يدفع 4 مرات في السنة فإن الاستثمار يكون بمعدل 1% عن كل ربع سنة .

ويكون لدينا

$$1500 = 1000 (1 + 0.01)^n$$

حيث أن (ن) = عدد فترات الاستثمار التي طول كل منها ¼ سنة ولايجاد قيمة (ن) من الجداول نقول $(1 + 0.01)^n$

بالبحث في جداول الفائدة المركبة تحت المعدل 1 % نجد أن قيمة ن التي تحقق المعادلة بين 40 ، 41

ولإيجادها بطريقة التناسب نقول

$$1.48886 = {}^{40}(0.01+1)$$

$$1.50375 = {}^{41}(0.01+1)$$

الفرق الذي يقابل فترة كاملة = 0.01489

فإذا كانت ن = 40 + س فيكون الفرق الذي يقابل س

$$1.48886 - 1.500 =$$

$$0.01114 =$$

$$0.748 = 0.01489 \div 0.01114 = \text{س}$$

$$40.748 = 0.748 + 40 = \text{ن}$$

وهذا يساوي عدد الفترات الزمنية للاستثمار والتي طول كل منها ثلاثة شهور

$$4 \div 40.748 = \text{المدة بالسنوات} =$$

$$10.187 = \text{سنة}$$

تدريب (3):

أحسب المدة التي يؤول بعدها مبلغ 1000 ديناراً كويتي إلى 6000 ديناراً كويتي بمعدل فائدة سنوي 3 % .

الحل

نفرض أن المدة بالسنوات (ن)

$$\therefore 6000 = 1000 (1 + 0.03)^n$$

$$\therefore 6.000 = (1 + 0.03)^n$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة تحت المعدل 3 % نجد أن

$$4.38291 = (1 + 0.03)^{50}$$

\therefore ن أكبر من 50 ولا يجاد نقول

$$(1 + 0.03)^{-50} = \frac{6}{4.38291}$$

$$= 1.36895$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة للمعدل 3 % نجد أن ن-50 (-ن مثلا) تتحصر بين 10 ، 11 ويمكن إيجاد ن بطريقة التناسب كالاتي

$$1.34392 = (1 + 0.03)^{10}$$

$$0.38423 = (1 + 0.03)^{11}$$

$$\text{الفرق} = 0.04031$$

وهو فرق يقابل فرقا في المدة سنة

فإذا كانت ن = 10 + س فإن الفرق الذي يقابل فرقا في المدة س

$$= 1.36895 - 1.34392$$

$$- 0.02503$$

$$- 0.04031 \div 0.02503 = \text{س}$$

$$- 0.621 \text{ سنة}$$

$$\therefore \bar{n} = 50 - 10 + 0.621 = 10.621$$

$$\therefore n = 50 + 10.621$$

$$- 60.621 \text{ سنة}$$

تدريب (4):

استثمر أحد الأشخاص مبلغ 1000 ديناراً كويتي لمدة (ن) من السنوات بمعدل سنوي (ع) وقد وجد أنه لو زادت المدة (ن) بمقدار 10 سنوات فإن الفائدة تزيد بمقدار 405.640 ديناراً كويتي ولو قلت المدة (ن) بمقدار 10 سنوات فإن الفائدة تقل بمقدار 316.890 ديناراً كويتي والمطلوب حساب كل من (ع ، ن).

الحل

إذا كانت المدة الأصلية (ن) والمعدل (ع)

فتكون الفائدة

$$(1) \quad 1000 - [1 - (ع + 1)^{-n}]$$

الفائدة في حالة ما إذا زادت المدة 10 سنوات

$$(2) \quad 1000 - [1 - (ع + 1)^{-n+10}]$$

والفائدة في حالة ما إذا انقضت المدة 10 سنوات

$$(3) \quad 1000 - [1 - (ع + 1)^{-n-10}]$$

الفرق بين (1) ، (2)

$$(4) \quad 405.640 - [1000 - (ع + 1)^{-n+10} - (ع + 1)^{-n}]$$

والفرق بين (1) ، (3)

$$(5) \quad 316.890 - [1000 - (ع + 1)^{-n+10} - (ع + 1)^{-n}]$$

بقسمة (4) على (5) نجد أن

$$\frac{405.640}{316.890} = \frac{[1 - (ع + 1)^{-10}] 1000 - (ع + 1)^{-n}}{[1 - (ع + 1)^{-10-n}] 1000 - (ع + 1)^{-n}}$$

$$\therefore (ع + 1)^{-10} = 1.28008$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة نجد أن قيمة ع التي تحث هذه المعادلة

هي 0.025

$$\therefore ع = 0.025$$

ولكن من المعادلة (4) نجد أن

$$405.640 = [1 - (1 + e)^{-10}] \times 1000$$

$$\text{وحيث أن } (1 + e)^{-10} = 1.28008$$

$$\therefore 405.640 = 0.28007 \times (1 + 0.025)^{-n}$$

$$1.44830 = 0.28008 \div 0.405640 = (1 + 0.025)^{-n}$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة تحت المعدل 2.5% نجد أن قيمة n التي تحقق

هذه المعادلة هي 15 .

$\therefore n = 15$ سنة .

المعدل الاسمي للفائدة وحساب الجملة به

وحدة الزمن المعترف بها في الأوساط المالية والتجارية هي السنة ولهذا نجد أنه في معظم العمليات المالية يذكر سعر الفائدة عن سنة كاملة .
غير أنه قد يذكر المعدل عن جزء من السنة مثل نصف سنة أو ربع سنة أو شهر ، فيقال معدل الفائدة 1½ % عن نصف سنة أو 1 % عن ¼ سنة وهكذا.
وفي هذه الحالة نجد أن المعدل السنوي يذكر بطريقتين :-

1- المعدل السنوي الاسمي : وهذا يساوي حاصل ضرب المعدل عن الفترة

الزمنية التي هي أقل من السنة \times عدد الفترات الموجودة في سنة كاملة.

2- المعدل الحقيقي السنوي : وهو يساوي مقدار الفائدة الفعلية التي تعود على

وحدة رأس المال في نهاية السنة على أساس أن الفائدة التي تدفع عن كل فترة

تحول إلى رأس مال بمجرد استحقاقها وتستثمر بنفس الطريقة التي يستثمر بها رأس المال الأصلي .

العلاقة بين المعدل الحقيقي والمعدل الاسمي السنوي :

إذا فرضنا أن المعدل الاسمي السنوي الذي يدفع م من المرات في السنة يساوي ع(م) وإذا فرضنا أن المعدل الحقيقي السنوي المقابل للمعدل ع(م) هو ع فإن العلاقة بين ع(م) ، ع يمكن استنتاجها كالآتي :

حيث أن المعدل الاسمي السنوي هو ع(م) يدفع على م من المرات فإن معنى هذا أن معدل الفائدة هو $\frac{ع(م)}{م}$ عن كل $\frac{1}{م}$ من السنة وعلى هذا فإن جملة ديناراً كويتي في نهاية الفترة الأولى وطولها $\frac{1}{م}$ من السنة .

$$= \left(\frac{ع(م)}{م} + 1 \right)$$

وجملة هذه الجملة في نهاية الفترة الثانية أي بعد $\frac{2}{م}$ من السنة .

وهكذا نجد أن جملة الدينار الكويتي في نهاية السنة الأولى أي في نهاية م من الفترات يساوي :

$$م \left(\frac{ع(م)}{م} + 1 \right)$$

ولكن من تعاريف المعدل الحقيقي للفائدة نعرف أن :

جملة الدينار الكويتي في نهاية السنة = $1 + ع$

$$\therefore (1 + ع) = \left(1 + \frac{ع(م)}{م}\right) \dots\dots\dots (3)$$

ومنه نجد أن

$$ع = - \left(1 + \frac{ع(م)}{م}\right) \dots\dots\dots (4)$$

$$ع(م) = م \left[1 - \frac{1}{م} (1 + ع)\right] \dots\dots\dots (5)$$

تدريب (1):

أوجد مقدار المعدل الحقيقي السنوي الذي يقابل معدل اسمي سنوي قدره 0.06

إذا كان هذا المعدل يدفع :

(أ) كل ستة شهور

(ب) كل 4 شهور

(ج) كل 3 شهور

(د) كل شهر

الحل

من المعادلة (4) نجد أن :

$$ع = - \left(1 + \frac{0.06}{م}\right) - 1$$

(أ) في هذا الحالة نجد أن فترة التحويل = $\frac{1}{2}$ سنة

$$\text{أي أن } m = 2$$

ومن هنا نجد أن

$$ع = 1 - \left(\frac{0.06}{2} + 1 \right)^{-2}$$

$$= 1 - (0.03 + 1)^{-2}$$

$$= 0.06090$$

(ب) حيث أن فترة التحويل تساوي 4 شهور

$$\therefore m = 3$$

$$ع = 1 - \left(\frac{0.06}{3} + 1 \right)^{-3}$$

$$= 1 - (0.02 + 1)^{-3}$$

$$= 0.06121$$

(ج) حيث أن فترة التحويل تساوي ثلاثة شهور

$$\therefore m = 4$$

$$ع = 1 - \left(\frac{0.06}{4} + 1 \right)^{-4}$$

$$= 1 - (0.015 + 1)^{-4}$$

$$- 0.06136$$

(Σ) حيث أن فترة التحويل تساوي شهرا واحدا

$$\therefore m = 12$$

$$ع - (1 + \frac{0.06}{12})^{-12} =$$

$$- (1 + 0.005)^{-12} =$$

$$- 0.06168$$

تدريب (2):

أحسب معدل الفائدة الاسمي الذي يدفع مرتين في السنة والذي يقابل معدل حقيقي 6 % .

الحل

بالتعويض في القانون رقم (5) عن القيم المعروفة نجد أن

$$ع = 2 - \frac{1}{2} (1 + 0.06)$$

$$\text{ولكن } 1.06 = \frac{1}{2} = 1.02956$$

(يمكن حساب هذه القيمة بطريقة اللوغاريتمات أو بالطريقة العادية لحساب الجذور

التربيعية)

$$\therefore ع = 2 - (1 - 1.02956)$$

$$0.05912 = 0.02956 \times 2 =$$

تدريب (3):

ما مقدار المعدل الإسمي في التدريب السابق إذا كانت الفائدة تدفع 4 مرات في

السنة ؟

الحل

بالتعويض في القانون رقم (5) نجد أن

$$ع(4) = [1 - \frac{\%}{100} (0.06 + 1)] 4 =$$

$$\text{ولكن } (1.06) \frac{\%}{100} = 1.014674$$

$$\therefore ع(4) = (1 - 1.014674) \times 4 =$$

$$0.014674 \times 4 =$$

$$0.058696 =$$

حساب الجملة بالمعدل الإسمي

إذا استثمر مبلغ بمعدل إسمي سنوي 6 % مثلاً يدفع 4 مرات في السنة فإن

معنى هذا أن المبلغ مستثمر بمعدل 1½ % عن كل ¼ سنة .

وعلى هذا فإن جملة المبلغ تكون معادلة لجملته في حالة ما إذا كان مستثمرا

بمعدل $1\frac{1}{2}\%$ عن الفترة ولعدد من الفترات يساوي عدد السنوات مضروباً في 4 .

وبصفة عامة يمكننا أن نقول أنه إذا استثمر مبلغ A من الدينارات الكويتية لمدة

n من السنوات بمعدل سنوي اسمي i يدفع على m من المرات في السنة فإن الجملة

تكون عبارة عن جملة مبلغ A مستثمر بمعدل $\frac{i}{m}$ عن الفترة لمدة $m \times n$ من

الفترات .

فإذا رمزنا للجملة بالرمز J فإن

$$J = A \left(1 + \frac{i}{m} \right)^{mn} \quad (6)$$

تكريب (1):

أحسب الفائدة التي يربحها مبلغ 500 ديناراً كويتي في نهاية 11 سنة وثلاثة شهور إذا معدل فائدة اسمي 5 % تدفع على 4 مرات في السنة .

الحل

في هذه الحالة نجد أن

$$A = 500$$

$$n = 11\frac{1}{4}$$

$$i = 0.05$$

م = 4

وبالتعويض في المعادلة (9) نجد أن

$$ج = 500 - \left(\frac{0.05}{4} + 1 \right) \times 4 \times 11.25$$

$$= 500 - (0.0125 + 1) \times 45$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة تحت المعدل 1 ¼ وأمام المدة 45 نجد من الخانة

الثانية أن

$$1.74895 = (0.0125 + 1) \times 45$$

$$\therefore ج = 500 \times 1.74895$$

$$= 874.475 \text{ ديناراً كويتي}$$

ومنه نجد أن الفائدة التي يربحها المبلغ خلال مدة الاستثمار

$$= 874.475 - 500$$

$$= 374.475 \text{ ديناراً كويتي}$$

تدريب (2):

أحسب الفائدة التي يربحها مبلغ 400 ديناراً كويتي في نهاية 10 سنوات
وثمانية شهور إذا استثمر بمعدل فائدة أسمى سنوي 5 % يدفع على ثلاث مرات في
السنة .

الحل

في هذا الحالة نجد

$$أ - 400 \text{ ديناراً كويتي}$$

$$ن - 10\frac{2}{3}$$

$$ع(أ) - 0.05$$

$$م - 3$$

وبالتعويض في المعادلة (6) نجد أن

$$ج - 400 = 10\frac{2}{3} \times 3 \left(\frac{0.05}{3} + 1 \right)$$

$$= 32 \left(\frac{1\frac{2}{3}}{100} + 1 \right) 400 -$$

= جملة مبلغ مقداره 400 ديناراً كويتي لمدة 32 سنة بمعدل فائدة $1\frac{2}{3}\%$

وحيث أن الجدول التي لدينا لا تعطي الجملة بمعدل $1\frac{1}{2}\%$ والجملة بمعدل

$1\frac{3}{4}\%$ ثم نحسب الفرق في الجملة المقابل للفرق بين المعدل $1\frac{2}{3}\%$ ، $1\frac{1}{2}\%$ أي

$\frac{1}{6}\%$ وذلك كالآتي :

$$\text{الجملة بمعدل } 1\frac{1}{2} \% = (0.015 + 1) \times 1.61032 = 1.61032$$

$$\text{الجملة بمعدل } 1\frac{3}{4} \% = (0.0175 + 1) \times 1.74221 = 1.74221$$

الفرق في الجملة العادل لفرق في المعدل $\frac{1}{4} \%$

$$1.61032 - 1.74220 =$$

$$-0.13186$$

$$\text{فإذا كان الفرق في المعدل } \frac{1}{6} \% = (1\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3})$$

فإن الفرق في الجملة

$$= \frac{0.12189}{\frac{1}{4}} \times \frac{1}{6}$$

$$= 0.08793$$

$$\therefore \text{الجملة بمعدل } 1\frac{2}{3} \%$$

$$= 0.08793 + 1.61032$$

$$= 1.69825$$

وتكون الجملة لمبلغ 400 ديناراً كويتي

$$= 1.69825 \times 400$$

- 679.300 ديناراً كويتي

∴ الفائدة المطلوبة

- 400 - 679.300

- 279.300 ديناراً كويتي

إيجاد قيمة الفائدة المركبة باستخدام لغة البيسك⁽¹⁾

نعالج في هذا التطبيق استخدام الكمبيوتر في إيجاد الفائدة المركبة وذلك وفقا للاقتراحات التالية.

1. أن سعر الفائدة الذي يستثمر علي أساسه المبلغ الحاضر هو وفق العرف المصرفي سعر خاص بمائة وحدة نقدية من الوحدات الخاصة بالدولة التي يجري فيها العمل، وأنه كذلك سعر خاص باستثمار هذه الوحدات المائة لمدة سنة. فعندما نقول أن سعر الفائدة الذي يجري العمل علي أساسه (12%) مثلا يعني ذلك أن المائة وحدة نقدية تحقق في نهاية عام فائدة مقدارها (12) وحدة نقدية.

2. أن تراكم الفوائد يمكن أن يكون علي أساس فترات زمنية يتفق عليها بين المصرف والعميل، حيث يمكن تحقيق التراكم علي أساس شهري أو ربع سنوي أو نصف سنوي أو سنوي. لذلك يجب ملاحظة مدة التراكم عند حساب الفوائد باستخدام السعر المتعارف عليه الخاص بالسنة.

3. أن تراكم الفوائد يكون تركيبيا، بمعنى أن الفوائد لا تحسب كل فترة زمنية علي أساس المبلغ الأصلي كما هو الحال عند حساب الفوائد البسيطة وإنما علي أساس المبلغ الذي تحقق بعد الاستثمار للفترة السابقة. فإذا فرضنا أن سعر الفائدة = (12%) مثلا يكون السعر للوحدة النقدية الواحدة = (0.12) ،

بذلك يصبح المبلغ في نهاية الفترة الزمنية الأولى =

$$' (1 + 0.12)$$

⁽¹⁾ د. عبد العزيز فهمي هيك - الكمبيوتر والرياضة المالية - دار الراتب الجامعية - بيروت من ص 11 إلى ص 17

ثم يصبح المبلغ الأصلي في نهاية الفترة الزمنية الثانية =

$$P (1 + 0.12) (1 + 0.12)$$

$$\text{أي } P (1 + 0.12)^2 =$$

ثم يصبح في نهاية الفترة الزمنية الثالثة = $P (1 + 0.12)^3$

ثم يصبح في نهاية الفترة الزمنية الرابعة = $P (1 + 0.12)^4$

ثم يصبح في نهاية الفترة الزمنية الخامسة = $P (1 + 0.12)^5$

ثم يصبح في نهاية الفترة (n) = $P (1 + 0.12)^n$

حيث (P) هو المبلغ الأصلي، (n) تعبر عن الفترات الزمنية التي يستثمر خلالها المبلغ، (r) تعبر عن سعر الفائدة الخاص بالوحدة النقدية الواحدة. وحيث أن الفترات الزمنية التي يتراكم علي أساسها المبلغ الأصلي يمكن أن تختلف، لذلك يمكن وضع قانون الفائدة المركبة في الصورة العامة الآتية:

$$S = P (1 + r / n)^{ny}$$

حيث (S) القيمة الإجمالية التي يؤول إليها المبلغ الحاضر بعد الاستثمار، (P) المبلغ الأصلي، أي المبلغ الحاضر المطلوب استثماره، (r) سعر الفائدة المتعاقد عليه الخاص بوحدة نقدية لمدة سنة، (n) عدد الفترات الزمنية السنوية التي يتم علي أساسها التراكم، فإذا كان التراكم شهريا تكون (n) = 12 ، وإذا كان التراكم ربع سنوي تكون (n) = 4 ، وإذا كان التراكم نصف سنوي تكون (n) = 2 ، وإذا كان التراكم سنويا تكون (n) = 1.

، (y) عدد السنوات التي يجري الاستثمار خلالها

وواضح أن تطبيق هذه القاعدة بطرق الحساب العادية يحتاج إلى مجهود حسابي شاق خاصة إذا كان عدد السنوات كبيراً، لذلك يمكن استخدام جداول الفائدة المركبة التي تعطي جملة وحدة نقدية تستثمر بسعر فائدة معين خلال فترات زمنية معينة. إلا أن الجداول قد لا تشمل مختلف الفوائد التي يجري التعاقد على أساسها، فقد يتم التعاقد على أساس (% 11.087) مثلاً وهو سعر لا تتضمنه الجداول. كذلك لا تشمل جداول الفائدة المركبة مختلف الفترات الزمنية خاصة عندما تكون الفترات موضوع التعاقد متضمنة عدة سنوات وعدة أشهر وعدة أيام. لذلك يكون من الأفضل استخدام الكومبيوتر وفق برنامج معين لإيجاد الجملة المطلوبة، حيث أن البرنامج يأخذ في الاعتبار حساب هذه الجملة على أساس مختلف الفترات الزمنية ومختلف الفوائد التي يجري التعاقد عليها بين المصرف وكل عميل على حدة.

تدريب (1):

احسب الجملة التي يؤول إليها مبلغ (13600) دينار في نهاية عشرة سنو بفائدة (% 9.5) سنوياً، إذا علمت أن تراكم الفوائد يكون على أساس أرباع السنة.

الحل

المبلغ الحاضر ، أي المبلغ الأصلي = 13600 دينار

الفائدة بمعدل سنوي = 9.5%

الفائدة الربع سنوية = $9.5 \div 4$

التراكم على أساس أرباع السنة.

بذلك تكون الفترات الزمنية = $10 \times 4 = 40$

بذلك تكون الجملة =

$$S = 13600 (1 + 0.09.5 / 4)^{40}$$

$$S = 13600 (1.02375)^{40} =$$

ويمكن إيجاد القيمة { (1.02375) } باستخدام اللوغاريتمات، أو من جداول الفوائد المركبة إذا توفرت هذه الجداول التفصيلية، وذلك على أساس أن الفائدة = (2.375 %) وأن المدة = (40) فترة زمنية.

باستخدام اللوغاريتمات تكون الجملة التقريبية (S) =

$$\text{Log } S = \text{Log } 13600 + 40 \text{ Log } 1.02375$$

فتكون الجملة هي العدد المقابل للوغاريتم (S) من جدول الإعداد المقابلة للوغاريتمات. وباستخدام جداول الفائدة المركبة تكون جملة ديناراً واحداً لمدة أربعين فترة زمنية بفائدة (2.375 %) = 2.557 دينار .
بذلك تكون الجملة المطلوبة =

$$13600 \times 2.557 = 34777.140 \text{ دينار}$$

تدريب (2):

احسب الجملة التي يؤول إليها مبلغ (32100) ديناراً في نهاية خمس سنوات ونصف بمعدل فائدة سنوي = (7%)، إذا علمت أن تراكم الفوائد يكون على أساس سنوي.

الحل

$$\text{الجملة} = \text{ديناراً } 46577.10 = 32100 \times 1.451$$

حيث أن جداول الفوائد المركبة تعطي جملة الدينار الواحد بفائدة (7%) سنوياً لمدة خمس سنوات ونصف بمبلغ (1.451) ديناراً

هذه العمليات المختلفة يمكن إجراؤها بسهولة وسرعة باستخدام البرنامج

الكمبيوتر الآتي:

```

10  CLS
20  Print "Future Value of an Investment"
30  DEFDBL A - Z
40  Print
45  Rem - Statements 50 To 120 Requice
49  User input
50  Print "Initial Investment";
60  Input P
70  Print "Nominal Interest Rate (%)"
80  Input r
90  Print "Number of Compounding Periods"
95  Per year";
100 Input n
110 Print "Number of years";
120 Input y
125 Rem - Calculate interest rate Per Period
128 Rem - Convert from Percent to decimal;
130  $R = r / n / 100$ 
135 Rem - Calculate Future Value by Formula
140  $S = P (1 + r) [ (n * y)$ 
145 Rem - Round off to nearest Piaster;
150 Print "Future Value - " ;
155 Print using "***** , **** , **** , **** , **", S
158 Print Blank Line to Separate Data From
159 Question
160 Print
165 Rem - Request or end program ? User
168 Input required
170 Print "More Data ? (1 = Yes, 0 = No)";
    
```

180	Input x
190	If X = 1 Then 40
200	End

وإذا كانت مدة الاستثمار تتضمن عدة سنوات وعدة أشهر يكون من الواجب تعديل البرنامج السابق وفق الخطوات التالية التي تتضمن الأسطر من رقم (10) حتى رقم (100) التي يتضمنها البرنامج السابق، ثم تعديل الأسطر التالية كي نأخذ في اعتبارنا السنوات والأشهر الخاصة بمدة الاستثمار و التي يمكن علي أساسها حساب عدد فترات التراكم.

10	CLS
20	Print "Future Value of an Investment"
.....
.....
100	Input n
110	Print "Number of years, months";
120	Input yo, M
124	Rem - Calculate years from years and months
125	$Y = (12 * yo + M) / 12$
128	Rem - Calculate interest Per Period ;
.....
.....
200	End

تدريب (3) :

احسب الجملة التي يؤول إليها مبلغ (24000) دينار في نهاية عشر سنوات وسبعة أشهر، وذلك بفائدة (8%) سنويا، إذا علمت أن تراكم الفوائد يكون علي أساس ربع سنوي.

الحل

المبلغ الأصلي = 24000 دينار

معدل الفائدة السنوي = 8%

معدل الفائدة الربع السنوي = 2% = 8% ÷ 4

عدد فترات التراكم = 4 × [(10 × 12 + 7) ÷ 12]

الجملة التي يؤول إليها المبلغ الأصلي = $24000 (1 + 0.02)^{127/3}$

= 55499.12 = 24000 × 2.3124

أما إذ كان التراكم يتحقق بشكل مستمر متواصل بحيث يكون شبيها بالنمو الطبيعي فإن جملة المبلغ المستثمر تحسب وفق القاعدة الآتية:

$$S = Pe^m$$

حيث (S) ترمز إلى الجملة التي سوف يؤول إليها المبلغ الحاضر الذي يرمز له بالرمز (P)، وحيث (e) ترمز إلى القيمة التقريبية (2.71828) وهي أساس اللوغاريتمات الطبيعية، وحيث (n) ترمز إلى عدد السنوات، (r) ترمز إلى معدل الفائدة للوحدة النقدية الواحدة. ويمكن أن ترمز (n) إلى عدد فترات التراكم، وفي هذه الحالة تكون (r) معدل الفائدة للوحدة النقدية الواحدة لكل فترة من فترات التراكم.

تدريب (4):

احسب الجملة التي يؤول إليها مبلغ (1600) دينار بفائدة (7.5 %) تتراكم باستمرار وتواصل خلال عشر سنوات.

الحل

أدخل إلي الكمبيوتر معدل الفائدة السنوي ؟ 7.5
 أدخل عدد السنوات وكسورها التي تتراكم فيها الفوائد ؟ 10
 أدخل المبلغ المطلوب استثماره ؟ 1600
 علي أساس هذه المدخلات وتبعاً للاستثمار المتواصل المستمر فإن مبلغ
 (16000) دينار يؤول إلي 3387.2 دينار.
 ويجري الحساب في الكمبيوتر باستخدام البرنامج التالي:-

```

10  CLS
15  Print "Continuous Interest Compounding"
20  Print "The Annual Interest Rate"
30  Print "To be Paid on the account"
40  Input r
50  If r <= 0 Then 20
60  Print "Number of years or fractions"
70  Print "of years that interest will accrue"
80  Print n
90  If n <= 0 then 60
100 Print "The initial deposit"
110 Print P
120 If P <= 0 Then 100
130 Print " With continuous compounding a deposit of"
140 Print " دينار "; "P" Grows in ";n;" years at ; "r;" %
145 To
150 Print " دينار "; Int (100 * (P * Exp (r/100 * n) + .5) /100
160 End.
    
```

تطبيقات عملية على الفائدة المركبة

1. أكمل الجدول الآتي

ج	ن	ع	أ
5653.3	20	0.05	
15213.225	70	0.05	
2713.81	20.5	0.05	
5333.122	20.1	0.05	
5528.136	20	0.025	
4660.2	20	0.08	
584.45	20	0.008	
1173.49	20.5	0.008	

2. أحسب المدة التي بعدها يصل رأس المال المستثمر إلي الضعف على أساس معدل

فائدة 2 % ، 4 % ، 6 % وذلك باستخدام .

أ- جداول الفائدة المركبة .

ب- جداول اللوغاريتمات .

3. أحسب معدل الفائدة الذي لو استثمر به مبلغ ما لمدة 15 سنة فإن جملته تصل إلي

ضعفه وذلك باستخدام جداول الفائدة المركبة وباستخدام جداول اللوغاريتمات .

4. باستخدام جداول الفائدة المركبة فقط احسب المجهول في الجدول الآتي :-

الأصل	الجملة	الفائدة	معدل الفائدة المنوي السنوي	المدة بالسنوات
1000	-	-	3.5 %	25
1000	-	806.11	3 %	-
100	-	226.204	-	40
2000	3000	-	2 %	-
200	-	100	-	15

5. استثمر أحد الأشخاص مبلغين لمدة 10 سنوات الأول بمعدل 4 % سنويا والثاني بمعدل 6 % وكانت جملة المبلغين 5061.94 ديناراً كويتي ولو أنه استثمر المبلغ الأول بمعدل 6 % والثاني بمعدل 4 % سنويا فإن جملة المبلغين تقل بمقدار 310.61 ديناراً كويتي فأوجد مقدار كل من المبلغين .

6. استثمر أحد الأشخاص مبلغ 1000 ديناراً كويتي لمدة معينة بمعدل معلوم فإذا كانت جملة المبلغ تزيد بمقدار 314.44 ديناراً كويتي عن جملته لو كانت مدة الاستثمار تقل بمقدار 5 سنوات وفي الوقت نفسه تقل بمقدار 373.45 ديناراً

كويتي عن جملته لو كانت مدة الاستثمار تزيد بمقدار خمس سنوات فأوجد المدة والمعدل .

7. استثمر أحد الأشخاص مبلغ 1000 ديناراً كويتي لمدة 10 سنوات بمعدل سنوي اسمي يدفع 4 مرات في السنة فوجد أن جملته أصبحت 2000 ديناراً كويتي والمطلوب حساب المعدل المجهول .

8. استثمر أحد الأشخاص مبلغ 1000 ديناراً كويتي بمعدل سنوي اسمي 5 % يدفع 4 مرات في السنة لمدة معلومة فوجد أن الجملة أصبحت 1500 ديناراً كويتي والمطلوب حساب مدة الاستثمار .

9. استثمر أحد الأشخاص مبلغاً ما بمعدل فائدة سنوي إسمي قدره 6 % يدفع على 12 مرة في السنة والمطلوب حساب المدة التي بعدها تصبح الفائدة المستحقة تعادل ضعف الأصل المستثمر .

10. أحسب المعدل الحقيقي السنوي للفائدة الذي يعادل معدل سنوي إسمي 5 % يدفع 4 مرات في السنة .

11. أحسب المعدل الاسمي السنوي الذي يدفع 4 مرات في السنة والذي يقابل معدل حقيقي سنوي قدره 5 %.

12. ما مقدار الجملة التي يؤول إليها مبلغ 1000 ديناراً كويتي إذا استثمر بمعدل

فائدة اسمي سنوي 5 % يدفع على 4 مرات في السنة وذلك لمدة 10 سنوات .

13. ما مقدار الجملة في التمرين السابق إذا كانت المدة 10 سنوات وثلاثة شهور.

14. ما مقدار الجملة في التمرين السابق إذا كانت المدة 10 سنوات وثلاثة شهور

وعشرة أيام .

15. ما مقدار الجملة في التمرين (3) إذا كان المعدل السنوي الاسمي هو 4 %

يدفع على 3 مرات في السنة .

16. ما مقدار الجملة في التمرين السابق إذا كانت المدة 10 سنوات وثلاثة شهور

وعشرة أيام .

أجوبة التمارين

(1) 1000 ، 500 ، 1000 ، 2000 ، 2000 ، 1000 ، 500 ، 1000

(2) باستخدام الجداول : 35 سنة ، 17.669 سنة ، 11.893 سنة

باستخدام اللوغاريتمات : 35 سنة ، 17.676 سنة ، 11.894 سنة

(3) 4.725 % ، 4.727 %

(4)

الأصل	الجملة	الفائدة	المعدل	المدة بالسنوات
1000	2363.24	1363.24	3.5%	25
1000	1806.11	806.11	3%	20
100	326.204	226.204	3%	40
2000	3000	1000	2%	20.473
200	300	100	2.736%	15

(5) 100 دينار كويتي ، 2000 دينار كويتي (6) 15 سنة ، 3.5 %

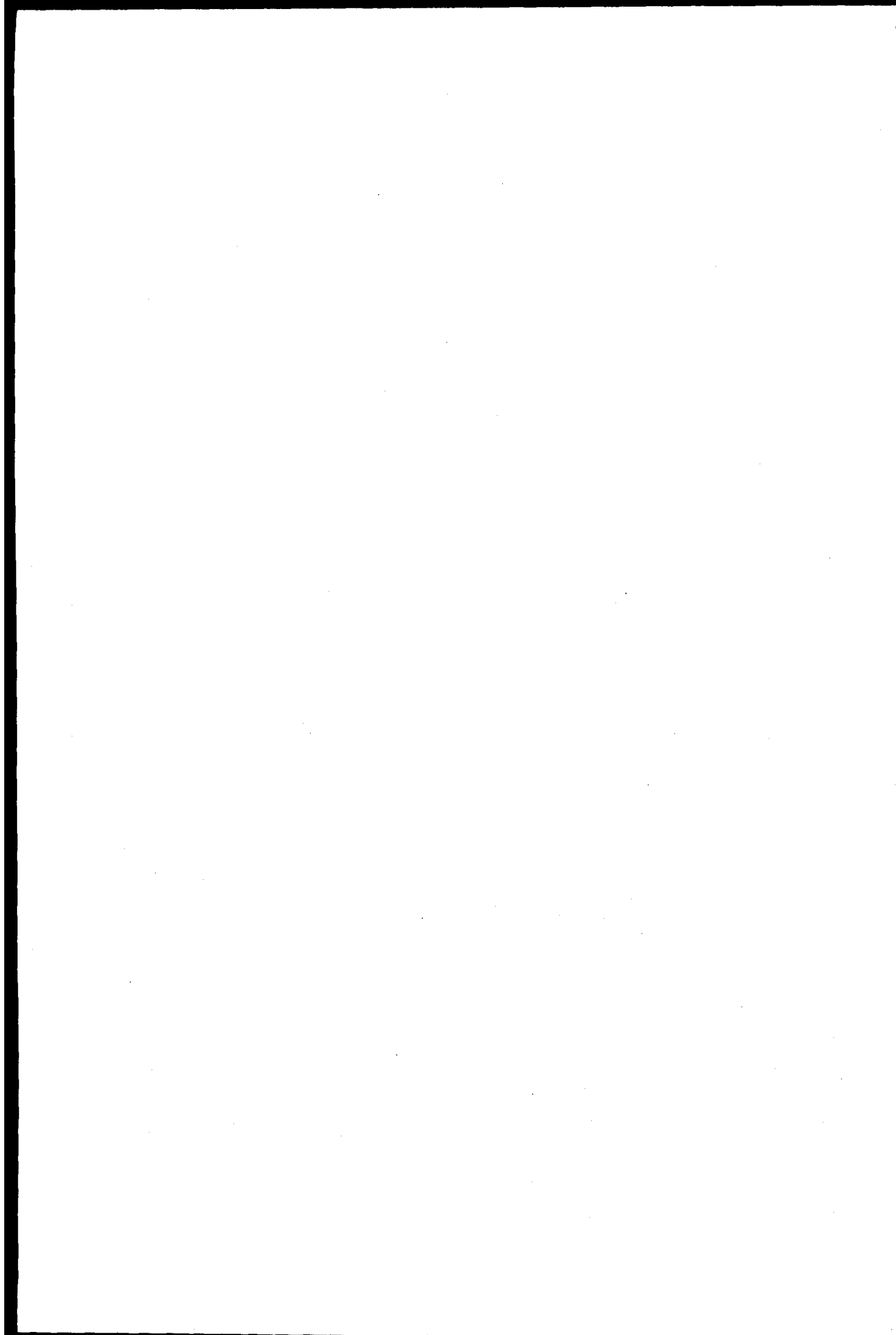
(7) 7% تقريباً (8) 8.16 سنوات

(9) 11.833 سنة (10) 5.095 %

(11) 4.9088 % (12) 1643.62

(13) 1664.16 (14) 1666.490

(15) 1488.770 (16) 1505.31



الفصل الثاني

الخصم والقيمة الحالية

الفصل الثاني

الخصم والقيمة الحالية

لما كان المدين يتعهد بموجب سند أو كمبيالة بسداد مبلغ معين للدائن في تاريخ معين ويطلق علي قيمة السند أو الكمبيالة أسم "القيمة الاسمية" وهي القيمة الواجبة السداد في التاريخ المتفق عليه "تاريخ الاستحقاق" وإذا قام المدين بسداد قيمة الدين قبل تاريخ الاستحقاق فإنه يطالب الدائن بالتنازل عن جزء معين من الدين مقابل الفائدة عن المدة من تاريخ السداد القريب حتى تاريخ الاستحقاق البعيد ويسمى مقدار الخصم هذا "بالخطيطة" ويسمى المبلغ الذي قام المدين بسداده بعد خصم الخطيطة "بالقيمة الحالية" وفي أحيانا أخرى قد يحتاج الدائن إلي اموال سائلة فيلجأ إلي أحد المصارف ليحصل علي صافي قيمة ما يملكه من كمبيالات وسندات نقدا قبل مواعيد استحقاقها فيحصل علي قيمة هذه الأوراق بعد قيام البنك بخصم العمولة ومصاريف التحصيل، ويسمى مجموع ما يقوم البنك بخصمه من القيمة الاسمية لكل سند أو كمبيالة بأسم "الأجيو":

هذا وسوف نستعرض فيمايلي مفهوم الخصم الخطيطة و الأجيو والقيمة الحالية وذلك علي النحو التالي:-

أولاً : الخطيطة :-

مفهوم الخطيطة هي عبارة عن الثمن الذي يحصل عليه المدين من الدائن في مقابل سداد قيمة ما لديه من أوراق تجارية قبل ميعاد الاستحقاق وتحسب قيمة ذلك الخصم بناء علي المدة المحصورة بين تاريخ السداد وتاريخ الاستحقاق وهو يمثل الفرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية للورقة التجارية أي أن :-

$$\text{الحطية} = \text{القيمة الاسمية} - \text{القيمة الحالية}$$

ويتوقف مقدار ذلك الخصم على:

1. القيمة الاسمية للورقة التجارية (حـ)
 2. مدة الخصم أو القطع (د)
 3. معدل الخصم أو معدل القطع (ع)
- هذا وتجد التفرقة بين نوعين من الحطية هما

(أ) الحطية الخارجية أو الخصم التجاري (ص)

ويسمى هذا النوع خصم البنك وهو يمثل فائدة القيمة الاسمية عن المدة من تاريخ السداد إلى تاريخ الاستحقاق ويتم حسابه على النحو التالي:

$$\text{ص} = \text{ح} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

القيمة الحالية التجارية (أ) = القيمة الاسمية - الخصم التجاري

$$\text{أ} = \text{ح} - \text{ح} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

$$\therefore \text{أ} = \text{ح} - (\text{ح} \times \text{ع} \times \text{ن})$$

ويمكن الآن اشتقاق العلاقات التالية:

$$\text{ص} = \frac{\text{نم}}{\text{ق}} = \frac{\text{ح} \times \text{ن}}{\text{ق}} = \frac{\text{ح} \times \text{ن} \times \text{ع}}{36000}$$

$$\text{ن} = \frac{\text{ص} \times \text{ق}}{\text{ح}} = \frac{\text{ص} \times \text{ق}}{36000 \times \text{ع}}$$

مع ملاحظة أنه إذا لم ينص صراحة على نوع الحطية تفيد الحطية خارجية.

تدريب (1)

استثمر شخص مبلغ 2500 ديناراً كويتي ابتداء من 11/7 ولمدة 90 يوم
وبمعدل 5.5 % أوجد مقدار الخصم التجاري والقيمة الحالية التجارية في 20/8/1989
إذا كان معدل الخصم 6 %

الحل

ينبغي لحل هذا التمرين تحديد قيم المجاهيل الأربعة التالية

أ ، ح ، ع ، ن

∴ ع = 6 %

∴ ن = تاريخ الاستحقاق - تاريخ السداد

(عبارة عن 90 يوم اعتباراً) - (20/8/1989)
من 11/7

↓
9/10 - 20/8 = 50 يوم

وهي تمثل جملة المبلغ بعد 90 يوم

- أ = (1 + ع) ن

$$2534.375 = \left(\frac{90}{360} \times \frac{5.5}{100} + 1 \right) 2500 =$$

∴ أ = 253.375

أ - ح - ص

$$2553.34 - 2534.375 = \text{ص}$$

$$\therefore \text{ص} = 2553.34 - 2534.375 = 21.035$$

تدريب (2)

في أول مارس 1989 قدمت الأوراق التالية للقطع بمعدل 9 % سنويا

100 ديناراً كويتي كمبيالة تستحق في 31/3

200 ديناراً كويتي كمبيالة تستحق في 20/4

300 ديناراً كويتي كمبيالة تستحق في 5/10

والمطلوب معرفة الحطيطة والقيمة الحالية التجارية للأوراق المذكورة

الحل:

مدة المبلغ الأول = 30 يوم

مدة المبلغ الثاني = 50 يوم

مدة المبلغ الثالث = 70 يوم

نمر المبلغ الأول = $3000 = 100 + 30$

نمر المبلغ الثاني = $10.000 = 200 + 50$

نمر المبلغ الثالث = $21.000 = 300 + 70$

مجموع النمر والمبلغ = 34.000

$$\therefore \text{ص} = \frac{\text{نم}}{\text{ق}}$$

$$\text{ص} = \frac{34000}{4000} = 8.5 \text{ ديناراً كويتي}$$

أ - ح - ص

$$أ = 600 - 8.5 - 591.5 \text{ ديناراً كويتي}$$

تدريب (3)

سند قيمته الاسمية 32 ديناراً كويتي يستحق الدفع في 8 سبتمبر 1989 قطع في 10 يونيه من نفس السنة بحطية خارجية بمعدل 12 % سنوياً وعمولة 0.1 % ومصاريف تحصيل $\frac{1}{16}$ % بشرط ألا تقل عن 100 درهم والمطلوب معرفة صافي قيمة السند .

الحل

يونيه يوليه أغسطس سبتمبر

$$ن = 20 + 31 + 31 + 8 = 90 \text{ يوم}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{ح \times ن}{ق}$$

$$0.96 = \frac{90 \times 32}{3000}$$

$$\therefore \text{العمولة} = \frac{1}{1000} \times 32 = 0.032$$

$$\text{مصاريف التحصيل} = \frac{1}{1600} \times 32 = 0.020 \text{ أو (الحد الأدنى)}$$

$$\therefore \text{الأجيو} = 0.1 + 0.032 + 0.96 = 1.092$$

$$\therefore \text{صافي قيمة السند} = \text{القيمة الاسمية} - \text{الأجيو}$$

$$\boxed{أ = ح - ح}$$

$$30.908 = 1.092 - 32 - \text{أ}$$

تدريب (4)

الحطـبـطـة التجـاريـة علي سـنـد يـسـتـحق الدفـع في 24/4/1989 هي 26 ديناراً كويتيـة فإذا كان معدل القطع 13 % سنوياً بتاريخ 24/1/1989 من نفس السنة فما هي القيمة الاسمية للسند .

الحل

$$\begin{array}{cccc} \text{يناير} & \text{فبراير} & \text{مارس} & \text{أبريل} \\ 7 & + 28 & + 31 & + 24 = 90 \text{ يوم} \end{array}$$

$$\frac{\text{ح} \times \text{ن} \times \text{ع}}{36000} = \text{ص} \quad \therefore$$

$$\therefore \text{ح} = \frac{36000 \times \text{ص}}{\text{ع} \times \text{ن}} = \frac{36000 \times 26}{13 \times 90} = 800 \text{ ديناراً كويتي}$$

تدريب (5)

كمبـالـة قيمـتها الحـالـيـة التجـاريـة 688.8 ديناراً كويتيـة قـطـعت بمـعدـل 13 % سنوياً ومدة القطع 120 يوم أوجد القيمة الاسمية

الحل

$$\left(\frac{\text{ع} \times \text{ن}}{36000} - 1 \right) \text{ح} = \text{أ} \quad \therefore$$

$$\therefore \left(\frac{13 \times 120}{36000} - 1 \right) \text{ح} = 688.8$$

∴ ح = 720 ديناراً كويتياً

تكريب (6)

كمبيالة قيمتها الاسمية 400 ديناراً كويتي قطع في 12/4/1989 بمعدل 9 % سنوياً فبلغت قيمتها الحالية التجارية 395 ديناراً كويتياً فما هو تاريخ استحقاق الكمبيالة ؟

الحل

$$\therefore \text{ن} = \frac{\text{ص} \times \text{ق}}{\text{ح}}$$

$$\therefore \text{ص} = \text{ح} - \text{أ} = 400 - 395 = 5 \text{ ديناراً كويتياً}$$

$$\therefore \text{ن} = \frac{4000 \times 5}{400} = 50 \text{ يوم}$$

تاريخ الاستحقاق = 50 يوم بعد 12/4 = أول يونيو 1989

(ب) الحطبة الداخلية أو الخصم الصحيح (ص)

وهي فائدة القيمة الحالية الحقيقية حيث تتمثل في فائدة القيمة الحالية (أ) التي إذا استثمرت طوال مدة القطع وبمعدل معلوم تصبح جملتها مساوية للقيمة الاسمية (ح) أي لن:

$$\text{ح} = \text{أ} (1 + \text{ع ن})$$

$$\therefore \frac{\text{ح}}{1 + \text{ع ن}} = \text{أ}$$

$$\text{ص} = \overline{\left(\frac{\text{ع ن}}{1 + \text{ع ن}} \right) \text{ح}}$$

ويمكن اشتقاق العلاقات الآتية:

$$\frac{ا \times ن \times ع}{36000} = 1 - ح = \frac{ا \times ن}{ق} = \overline{ص}$$

$$\frac{ح \times ق}{(ق \times ن)} = 1$$

$$\overline{ص} = \frac{(ق + ن)}{ن}$$

$$\overline{ص} \times ق = 1$$

تدريب (1)

قطعت كمبيالة قيمتها الاسمية 808 ديناراً كويتي قبل تاريخ استحقاقها بـ 60 يوم فاذا كان معدل الخصم 6 % فاحسب الحطيطة الداخلية والقيمة الحالية الصحيحة.

الحل

$$\overline{ص} = \left(\frac{ع \times ن}{ع + 1} \right) - ح$$

$$8 \text{ دينار} = \frac{0.01 \times 808}{1.01} = \frac{\frac{60}{360} \times \frac{6}{100}}{\frac{60}{360} \times \frac{6}{100} + 1} \times 808 =$$

$$\therefore \text{أ} - \text{ح} - \text{ص}$$

$$800 - 808 = 8 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (2)

خصمت كمبيالة قيمتها الاسمية 81 دينارا كويتي قبل تاريخ استحقاقها بـ 90 يوم فبلغ الخصم عنها 1 دينارا كويتي فما هو معدل الحطيطة الداخلية

الحل

$$\therefore \text{ن} = \frac{\text{ص} \times \text{ق}}{1}$$

$$\therefore \text{أ} - \text{ح} - \text{ص}$$

$$80 = 1 - 81 =$$

$$\therefore 90 = \frac{\text{ق} \times 1}{80}$$

$$\therefore \text{ق} = 80 \times 90 = 7200$$

$$\therefore \text{ق} = \frac{36000}{\text{ع}}$$

$$\therefore 7200 = \frac{36000}{\text{ع}} = 36000$$

$$ع = \frac{36000}{7200} = 5\%$$

تدريب (3)

كمبيالة قيمتها الاسمية 925 ديناراً كويتي قطع في 10 أبريل 1989 بمعدل 10 % سنوياً فبلغت قيمتها الحالية الحقيقية 900 ديناراً كويتي فما هو تاريخ استحقاقها.

الحل

$$\frac{\overline{ص} \times ق}{1} = ن$$

$$\therefore \overline{ص} = 925 - 900 = 25 \text{ ديناراً كويتي}$$

$$\therefore ن = \frac{3600 \times 25}{900} = 100 \text{ يوم}$$

∴ تاريخ الاستحقاق = 100 يوم بعد 10 أبريل = 19 يوليو 1989

العلاقة بين الحطیطة الداخلية والخارجية:

من دراستنا للحطیطتين يمكن استنتاج مايلي:-

$$\frac{\overline{ص}}{\overline{ج}} = \frac{ص}{ن} \quad (1)$$

$$\overline{ص} = (ن + 1) \overline{ص} \quad (2)$$

$$\frac{\overline{ص}}{ع + 1} = \overline{ص} \quad (3)$$

$$\overline{ص} - \overline{ص} = \frac{ع}{ع + 1} \times \overline{ص} = \overline{ص} - \overline{ص} \quad (4)$$

تدريب (1)

خصمت كمبيالة بمعدل 6 % سنويا تستحق بعد 60 يوما فبلغ الخصم التجاري عنها دينارا كويتي واحد فما مقدار الخصم الصحيح.

الحل

$$\overline{ص} - \overline{ص} = (ع + 1) \quad \therefore$$

$$\overline{ص} = 1 \left(\frac{60}{360} \times \frac{6}{100} + 1 \right)$$

$$\therefore \overline{ص} = 0.99 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (2)

إذا كان الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح هو 0.6 دينار كويتي لكمبيالة تستحق الدفع بعد 6 شهور فاذا علمت أن معدل الخصم 4 % سنويا فأوجد القيمة الاسمية لهذه الكمبيالة.

الحل

$$\overline{ص} - \overline{ص} = \overline{ص} \times ع \times ن \quad \therefore$$

$$\frac{6}{12} \times \frac{4}{100} \times \overline{\text{ص}} = 6$$

$$\therefore \overline{\text{ص}} = 30 \text{ ديناراً كويتي}$$

$$\text{ص} = 30 + 0.6 = 30.6 \text{ ديناراً كويتي}$$

$$\therefore \overline{\text{ح}} = 30.6 \times \frac{4}{100} \times \frac{6}{12}$$

$$\therefore \underline{\text{ح}} = 1530 \text{ ديناراً كويتي}$$

تدريب (3)

شخص مدين بالمبالغ الآتية

200 ديناراً كويتي تستحق السداد بعد 50 يوماً

300 ديناراً كويتي تستحق السداد بعد 60 يوماً

400 ديناراً كويتي تستحق السداد بعد 70 يوماً

وقد أراد هذا الشخص سداد جميع هذه الديون الآن.

إحسب المبلغ الواجب دفعه سداداً لهذه الديون جميعاً إذا كان معدل الحطيطة التجارية 6 % سنوياً.

الحل

مبالغ أيام نمر

$$10000 = 50 \times 200$$

$$18000 = 60 \times 300$$

$$28000 = 70 \times 400$$

$$\underline{\text{مجموع النمر}} = 56000$$

$$\text{القاسم} = \frac{36000}{6} = 6000$$

$$\text{مجموع الحطیطة} = \frac{56000}{6000}$$

$$= 9.333 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{مجموع القيم الاسمية} = 900 \text{ دينار كويتي}$$

∴ المبلغ الواجب دفعه اليوم سدادا للديون

$$900 - 9.233 = 890.667 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (4)

ما مقدار الحطیطة في التكریب السابق إذا كانت المبالغ تستحق السداد بعد

3 شهور، 4 شهور، 5 شهور علي الترتیب؟

الحل

مبالغ	شهور	نمر
200	3	x 600 =
300	4	x 1200 =
400	5	x 2000 =
مجموع النمر =		3800

$$\text{الخصم التجاري} = \text{النمر الشهرية} \times \frac{ع}{12}$$

$$= \frac{6 \times 3800}{12 \times 100}$$

$$= 19 \text{ دينار كويتي}$$

∴ المبلغ الواجب دفعه اليوم سدادا للديون :

$$= 900 - 19 = 881 \text{ دينار كويتي}$$

ثانيا - العمولة ومصرفات التحصيل والمهلة:

إذا تقدم دائن إلى بنك لخصم أوراق تجارية فإن البنك يتقاضى ما يسمى بالعمولة وذلك بالإضافة إلى الحطية التجارية أو المصرفية التي سبق الحديث عنها. وتتمثل العمولة في هيئة نسبة مئوية أو نسبة في الألف من القيمة الاسمية لكل ورقة تقدم للخصم.

فتكون العمولة مثلا 1% (واحد في الألف) أو $\frac{1}{8} \%$ ($\frac{1}{8}$ في المائة

$$= \frac{1}{80} \% \text{ من القيمة الاسمية } 1\%$$

وإذا كان المسحوب عليه (المدين) مقيما في مكان ليس للبنك فروع فيه فالغالب أن يتقاضى البنك من الساحب (الدائن) مصرفات تحصيل. وتكون مصرفات التحصيل في هيئة نسبة مئوية أو نسبة في الألف من القيمة الاسمية للورقة.

وفي حساب العمولة أو مصرفات التحصيل لا يدخل في الاعتبار عامل الزمن المتبقي على استحقاق الورقة.

وغالبا ما يشترط البنك حدا أدنى لمصرفات التحصيل فتكون مثلا $\frac{1}{2} \%$ ($\frac{1}{2}$ في الألف) من القيمة الاسمية لكل ورقة بشرط ألا تقل عن 150 درهم أو 200 درهم أو غير ذلك.

ويطلق لفظ الأجيو على مجموع الحطية والعمولة ومصاريف التحصيل.

وفي معظم الحالات يضيف البنك إلى المدة الباقية على استحقاق الورقة التي قدمت للقطع يوما واحدا (وربما يومين أو ثلاثة في النادر) يسمى يوم مهلة. ويضيف البنك يوم مهلة إلى المدة الباقية على استحقاق الورقة عند حساب الحطيطة.

تدريب (1):

كمبالة بمبلغ 1800 ديناراً كويتي تستحق في 31 مارس 2004 قطعت في بنك يوم أول يناير 2005 وقد حسب البنك يوم مهلة للدين ومصاريف تحصيل بمعدل $\frac{1}{2}\%$ من القيمة الاسمية. فإذا علم أن معدل الحطيطة في البنك 4% سنوياً ومعدل 01% من القيمة الاسمية فماذا كان صافي القيمة الحالية للورقة ؟
الحل

المدة الباقية على استحقاق الورقة:

يناير فبراير مارس

$$= 30 + 28 + 31$$

$$= 89 \text{ يوما}$$

$$\therefore \text{مدة الخصم} = 89 + 1 = 90 \text{ يوما}$$

$$\text{الحطيطة} = \frac{90 \times 1800}{900} = 18 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{العمولة} = 1800 \times \frac{1}{1000} = 1.800 \text{ دينار}$$

$$\text{مصاريف التحصيل} = 1800 \times \frac{1}{2000} = 0.900 \text{ ديناراً كويتي}$$

الاجبو = الحطبة + العمولة + مصاريف التحصيل

$$0.900 + 1.800 + 18 =$$

$$= 20.700 \text{ دينار كويتي}$$

$$\therefore \text{ صافي القيمة الحالية للورقة} = 20.700 - 1800$$

$$= 1779.300 \text{ دينار كويتي}$$

أمثلة متنوعة علي الحطبة

تدريب (1)

خصم تاجر ثلاث كمبيالات في بنك قيمتها الاسمية 2000 ، 3000 ، 4000 دينار كويتي واستحقاقها بعد 150 ، 90 ، 40 من الأيام علي الترتيب فإذا علم أن البنك يحسب عمولة 01% وأن صافي الأوراق الحالية 8899.75 ديناراً كويتياً فكم كان معدل الحطبة ؟

الحل

نفرض أن معدل الحطبة ع

مبالغ أيام نمر

$$30000 = 150 \times 2000$$

$$270000 = 90 \times 3000$$

$$160000 = 40 \times 4000$$

$$730000 = \text{مجموع النمر}$$

$$\text{الحطبة} = \frac{ع}{360} \times 730000$$

$$= \frac{73000}{36} \times \text{ع}$$

$$\text{العمولة} = \frac{1}{1000} (4000 + 3000 + 2000)$$

$$= 9 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{مجموع الخصم} = \text{مجموع القيم الاسمية} - \text{صافي القيمة الحالية}$$

$$= 9000 - 8899.750 \text{ دينار كويتي}$$

$$= 1001.250 \text{ دينار كويتي}$$

$$\therefore \text{الحطية} + \text{العمولة} = \text{مجموع الخصم}$$

$$\therefore \frac{73000}{36} \times \text{ع} + 9 = 1001.25$$

وبضرب كل من الطرفين في 36 ينتج أن

$$73000 \times \text{ع} + 324 = 3609$$

$$73000 \times \text{ع} = 3285$$

ومنه نجد أن

$$\therefore \text{ع} = 0.045$$

أي أن معدل الحطية 4.5 % سنوياً

تدريب (2)

كمبالة تستحق في 31 ديسمبر 2004 قيمتها الاسمية 600 دينار كويتي خصمت في بنك معين وكان معدل الحطية 6% سنويا والعمولة 1% ومصاريف التحصيل 200 درهم وكان صافي قيمتها الحالية 590 دينار كويتي. فإذا علم أن البنك يحسب مهلة يوم للمدين ففي أي يوم قدمت الكمبالة للخصم ؟

الحل

$$\text{مجموع الخصم} = 600 - 590 = 10 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{العمولة} = 600 \times \frac{1}{1000} = 0.600 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{الحطية} = \text{مجموع الخصم} - (\text{العمولة} + \text{مصاريف التحصيل})$$

$$= (0.200 + 0.600) - 10$$

$$= 9.200 \text{ دينار}$$

$$\therefore \text{الحطية} = \text{القيمة الاسمية} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

$$9.2 = 600 \times \frac{6}{100} \times \text{ن}$$

ومنها نجد أن :

$$\text{ن} = \frac{93}{360} \text{ من السنوات}$$

$$= 92 \text{ يوما}$$

وهذه المدة = 3 أشهر تقريبا

مجموع أيام لأشهر الثلاث السابقة ليوم الإستحقاق:

أكتوبر نوفمبر ديسمبر

$$31 + 30 + 31 =$$

$$= 92 \text{ يوما}$$

∴ تاريخ تقديم الورقة للخصم هو آخر سبتمبر 2004

تدريب (3)

اشترى تاجر بضاعة بمبلغ 700 ديناراً كويتي ودفع ثمنها 300 ديناراً كويتي فوراً وحرر بالباقي كمبيالتين الأولى تستحق بعد 3 شهور والثانية تستحق بعد 6 شهور وكانت القيمة الاسمية للأولى ضعف القيمة الاسمية للثانية، وقد حددت القيمة الاسمية لكل منهما بحيث إذا خصمتا في بنك يوم تحريرهما يحصل البائع على باقي ثمن بضاعته. فإذا علم أن معدل الحطيطة في البنوك 4.5 % سنوياً فما هي القيمة الاسمية لكل كمبيالة؟

الحل

$$\text{الباقي من ثمن البضاعة} = 700 - 300 = 400 \text{ دينار}$$

وهذا يساوي مجموع القيمتين الحاليتين للكمبيالتين

نفرض أن القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى 2 س

فتكون ان القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية س

$$\therefore \text{القيمة الحالية التجارية} = \text{ق.س} \times (1 - \text{ع ن})$$

$$\therefore \text{القيمة الحالية للورقة الأولى} = 2 \text{ س} \left(\frac{3}{12} \times \frac{4.5}{100} - 1 \right)$$

$$\text{القيمة الحالية للورقة الثانية} = \text{س س} \left(\frac{6}{12} \times \frac{4.5}{100} - 1 \right)$$

\therefore باقي الثمن = مجموع القيمتين الحاليتين للورقتين:

$$\therefore 400 = 2 \text{ س} \left(\frac{3}{12} \times \frac{4.5}{100} - 1 \right) + \text{س} \left(\frac{6}{12} \times \frac{4.5}{100} - 1 \right)$$

$$= 2 \text{ س} - \frac{9}{400} \text{ س} + \text{س} - \frac{9}{400} \text{ س}$$

$$= 3 \text{ س} - \frac{9}{200} \text{ س}$$

$$= \frac{591}{200} \text{ س}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{200 \times 400}{591} = 135.364$$

أي أن القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية 135.364 ديناراً كويتي
فتكون القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى 270.728 ديناراً كويتي

تدريب (4)

اشترى تاجر بضاعة بمبلغ 600 ديناراً كويتي وبعد مضي 4 شهور من شرائها باعها بالكيفية الآتية:

- دفع المشتري 170 ديناراً كويتياً فوراً وحرر كمبيالة بمبلغ 500 ديناراً كويتي لأمر البائع تستحق بعد 8 شهور.

- احسب مكسب التاجر يوم بيعه للبضاعة مع العلم بأن معدل الفائدة والحطية (التجارية) 6% سنوياً.

الحل

ثمن البضاعة بعد 4 شهور من شرائها:

$$= 600 + 600 \times \frac{4}{12} \times \frac{6}{100}$$

$$= 612 \text{ دينار كويتي}$$

وهذا هو الثمن يوم بيعها وقد دفع من ذلك مبلغ 170 دينار كويتي فوراً

$$\therefore \text{الباقي من الثمن} = 612 - 170$$

$$= 442 \text{ دينار}$$

\therefore المكسب يوم البيع = القيمة الحالية للكمبيالة - باقي الثمن

$$= 442 - \left(500 - 500 \times \frac{8}{12} \times \frac{6}{100} \right)$$

$$= 442 - 20 + 500$$

-38 دينار

ثالثا : القيمة الحالية

إذا قلنا إن مبلغ 100 دينار كويتي يستحق السداد بعد 5 سنوات من الآن فإن قيمة المبلغ اليوم لابد أن تكون أقل من 100 دينار كويتي، وعلي وجه الدقة يجب أن تكون هذه القيمة مساوية للمبلغ الذي لو استثمر بمعدل الفائدة الداخل في الاعتبار لألت جملته إلى 100 دينار كويتي بعد 5 سنوات من اليوم. والقيمة اليوم هي ما نسميه بالقيمة الحالية.

وعلي وجه العموم إذا كان هناك مبلغ ح من الدينارات الكويتية يستحق السداد بعد ن من السنوات وكانت أ هي القيمة الحالية لهذا المبلغ، فمعنى هذا، كما ذكرنا، أن (أ) هي المبلغ الذي لو استثمر بفائدة مركبة مدة ن من السنوات لكانت جملته في نهاية هذه المدة مساوية للمبلغ ح. وعلي ذلك فإن القيمة الاسمية (ح) والقيمة الحالية (أ) تربطها العلاقة:

$$ح = أ (1 + ع) ^ ن$$

$$أو \quad \frac{ح}{(1 + ع) ^ ن} = أ$$

فإذا وضعنا في هذه العلاقة ح = 1 ، ن = 1 فإنه ينتج من ذلك أن:

$$\frac{1}{1 + ع} = \text{القيمة الحالية لمبلغ دينار يستحق بعد سنة}$$

وقد جرت العادة على استخدام الرمز (ح) للدلالة على هذه القيمة . أي أن (ح) هي

القيمة الحالية لمبلغ دينار كويتي واحد يستحق بعد سنة . فيكون :

$$1 - (1 + i)^{-n} = \frac{1}{1 + i} - i$$

$$1 - \frac{1}{(1 + i)^n} = i$$

$$1 - \frac{1}{(1 + i)^n} = i$$

تدريب (1):

أوجد القيمة الحالية لمبلغ 1000 دينار كويتي يستحق السداد بعد 6 سنوات على اعتبار أن معدل الفائدة المركبة 4% سنوياً .
الحل

$$\frac{1000}{(1 + 0.04)^6} = \text{القيمة الحالية}$$

$$\frac{1000}{1.26532} =$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة تحت 4% في عمود (1 + i) أمام 6

سنوات نجد أن

$$1.26532 = (1.04)^6$$

$$\text{القيمة الحالية} = \frac{1000}{1.26532} = 788.193 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (2):

احسب القيمة الحالية لمبلغ 100 دينار كويتي يستحق السداد بعد 5 سنوات ،
9 شهور من الآن على أساس معدل فائدة إسمي سنوي 4% يدفع 4 مرات في السنة .
الحل

$$\text{المدة} = 4 \times 5 \frac{9}{12} = 23 \text{ وحدة زمن}$$

$$\text{القيمة الحالية} = 100 \times \text{ع}^{32} \text{ بمعدل } 1\%$$

$$= 0.79544 \times 100 = 79.544 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (3):

أوجد القيمة الحالية لمبلغ 100 دينار كويتي يستحق السداد بعد 10 سنوات من
الآن على أساس معدل فائدة 4¼ % سنويا .
الحل

$$\text{القيمة الحالية} = 100 \text{ ح}^{10} \text{ بمعدل } 4\frac{1}{4}\%$$

ولعدم وجود 4¼ % في الجداول الملحقه بالكتاب يمكن إيجاد ح¹⁰ باستعمال هذه

الجدول كما يلي :

$$\text{ح}^{10} \text{ بمعدل } 4\% = 0.67556$$

$$\text{ح}^{10} \text{ بمعدل } 4\frac{1}{4}\% = \underline{0.64393}$$

$$\text{الفرق في قيمة ح}^{10} \text{ المناظر لفرق معدل قدره } \frac{1}{2}\% = 0.03166$$

$$\frac{0.03163}{2} = \therefore \text{الفرق في قيمة ح}^{10} \text{ المناظر لفرق معدل قدره } \frac{1}{4} \%$$

$$0.01582 =$$

$$0.65974 = \therefore \text{ح}^{10} \text{ بمعدل } 4\frac{1}{4} \% = 0.67556 - 0.01582$$

لاحظ أن القيمة الحالية تنقص كلما زاد المعدل .

تدريب (4):

أوجد القيمة الحالية لمبلغ 100 دينار كويتي يستحق السداد بعد 6 سنوات ،
4 شهور على أساس معدل فائدة 5 % سنويا .
الحل

$$\frac{8\frac{4}{12}}{100} = \text{القيمة الحالية ح}$$

$$\frac{4}{12} \text{ فإذا لم تكن ح موجودة بالجدول نجري العمل كالآتي :}$$

$$0.67684 = \text{ح}^8 \text{ بمعدل } 5\%$$

$$0.64461 = \text{ح}^9 \text{ بمعدل } 5\%$$

$$0.03223 = \text{فرق قيمة ح}^{\text{المقابلة لفرق 1 في قيمة ن}}$$

$$0.03223 = \therefore \text{فرق قيمة ح}^{\text{المقابلة لفرق } \frac{1}{3} \text{ في قيمة ن}}$$

$$3$$

$$0.01074 =$$

$$\therefore \text{ح}^{\frac{8}{12}} \text{ بمعدل } 5\% = 0.67684 - 0.01074 = 0.66610$$

لاحظ أن القيمة الحالية تنقص بزيادة المدة

تدريب (5):

تستحق 1000 دينار كويتي السداد بعد 10 سنوات من الآن . أوجد المعدل السنوي الذي بمقتضاه تكون القيمة الحالية لهذا المبلغ مساوية 781.200 دينار كويتي.

الحل

$$\therefore \text{القيمة الحالية} = \text{القيمة الاسمية} \times \text{ح}^n$$

$$\therefore 781.200 = 1000 \times \text{ح}^{10} \quad \text{بالمعدل المطلوب}$$

$$\therefore \text{ح}^{10} = 0.78120$$

وبالبحث في جدول الفائدة المركبة في عمود حⁿ أمام 10 وحدات زمن نجد أن العدد

$$0.78120 \text{ يقع تحت المعدل } 2\frac{1}{2}\%$$

تدريب (6):

أوجد معدل الفائدة الاسمي السنوي الذي يدفع مرتين في السنة والذي بمقتضاه تكون القيمة الحالية لمبلغ 1000 دينار كويتي يستحق السداد بعد 17 سنة ، 6 شهور مساوية 569.370 دينار كويتي .

الحل

$$ن = 2 \times 17.5 = 35 \text{ وحدة زمن}$$

$$569.370 = 1000 \times ح^{35}$$

$$\therefore ح^{35} = 0.56937$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة في عمود ح ن أمام المدة 35

نجد أن العدد 0.56937 يقع تحت معدل أكبر من 1½ % وأقل من 1¾ % ويمكن

حساب المعدل كما يلي :

$$(أ) \quad ح^{35} \text{ بمعدل } 1\frac{1}{2} \% = 0.59387$$

$$(ب) \quad ح^{35} \text{ بمعدل } 1\frac{3}{4} \% = 0.54487$$

$$(ج) \quad ح^{35} \text{ بالمعدل المطلوب} = 0.56937$$

$$(أ) - (ب) = 0.04900$$

وهذا الفرق يقابل فرقا في المعدل يساوي ¼ %

نفرض أن المعدل المطلوب 1½ % + س

حيث س كسر أقل من ¼ ويمكن حسابه كالآتي :

$$\text{الفرق في القيمة الحائية المقابل للكسر س} = (أ) - (ج)$$

$$= 0.02450$$

وبالتناسب نجد أن :

$$\frac{1}{8} = \frac{0.02450}{0.04900} \times \frac{1}{4} = \text{س}$$

$$\therefore \text{المعدل} = \frac{1}{8} + 1\frac{1}{2}$$

$$= 1\frac{5}{8} \% \text{ عن كل نصف سنة}$$

$$\therefore \text{المعدل الإسمي السنوي المطلوب} = 2 \times 1\frac{5}{8} = 3\frac{1}{4} \%$$

تكريب (7):

حسبت القيمة الحالية لمبلغ 1000 دينار كويتي على أساس معدل فائدة 3 % سنوياً فكانت 553.680 ديناراً كويتياً . أوجد المدة التي يستحق بعدها سداد المبلغ الأصلي .

الحل

$$553.680 = 1000 \times \text{ح}^n \text{ بمعدل } 3 \%$$

$$\therefore \text{ح}^n \text{ بمعدل } 3 \% = 0.55368$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة المركبة تحت معدل 3 % في خانة حⁿ نجد أن هذا العدد موجود أمام المدة 20 .

تدريب (8):

تستحق 400 دينار كويتي في آخر ديسمبر 2004 وكانت قيمتها الحالية في تاريخ معين 312 ديناراً كويتياً . فما هو هذا التاريخ إذا كان معدل الفائدة 5 % سنوياً ؟

الحل

$$312 = 400 \times \text{ح}^n \text{ بمعدل } 5\%$$

حيث n هي مدة الخصم.

$$\therefore \text{ح}^n \text{ بمعدل } 5\% = 0.78$$

ومن الجدول نجد أن هذا العدد واقع بين قيمتي ح^5 ، ح^6 بمعدل 5%

إذ نجد أن :

$$\text{ح}^5 \text{ بمعدل } 5\% = 0.78353 \quad (أ)$$

$$\text{ح}^6 \text{ بمعدل } 5\% = 0.74622 \quad (ب)$$

$$\text{ح}^n \text{ بمعدل } 5\% = 0.78000 \quad (ج)$$

$$\text{الفرق بين } (أ) ، (ب) = 0.03731$$

$$\text{الفرق بين } (أ) ، (ج) = 0.00353$$

والفرق بين (أ) ، (ب) ناشئ من 365 يوماً

نفرض أن الفرق بين (أ) ، (ج) ناشئ من s من الأيام

$$\therefore \text{س} = \frac{0.00353}{0.03731} \times 365$$

$$= 35 \text{ يوما}$$

$$\therefore \text{مدة الخصم} = 5 \text{ سنوات ، } 35 \text{ يوما}$$

$$\therefore \text{تاريخ الخصم} = 31 \text{ ديسمبر } 2004 - 5 \text{ سنوات ، } 35 \text{ يوما}$$

$$= 26 \text{ نوفمبر } 1999$$

تدريب (9) :

احسب مقدار القيمة الحالية لمبلغ 600 دينار كويتي تستحق السداد بعد 16 سنة بمعدل فائدة $4\frac{1}{4}\%$ سنويا .

الحل

$$1 = \frac{600}{15^{(0.0425+1)}}$$

$$= 600 \times \text{ح}^{15} \text{ بمعدل } 4\frac{1}{4}\%$$

ونظرا لأن المعدل $4\frac{1}{4}\%$ ليس موجودا بالجدول فإننا نوجد قيمة ح¹⁵ بالتناسب

كالآتي :

من الجدول نجد أن:

$$0.55526 = \text{ح}^{15} \text{ بمعدل } 4\%$$

$$0.51672 = \text{ح}^{15} \text{ بمعدل } 4\frac{1}{4}\%$$

$$0.03854 = \text{الفرق}$$

وهذا الفرق في القيمة الحالية يقابل فرقاً في المعدل قدره $\frac{1}{2}\%$

∴ الفرق المقابل $\frac{1}{4}\%$

$$= \frac{1}{0.5} \times 0.03754 \times \frac{1}{4} =$$

$$= 0.01927$$

وعلي هذا فإن قيمة ح¹⁵ بمعدل $4\frac{1}{4}\%$

$$= 0.55526 - 0.01927 = 0.53599$$

∴ القيمة الحالية المطلوبة = $0.53599 \times 600 =$

$$= 321.594 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (10) :

احسب مقدار القيمة الحالية لمبلغ 900 دينار كويتي يستحق السداد بعد

8 سنوات وثلاثة شهور بمعدل فائدة 4% سنوياً.

الحل

$$\text{القيمة الحالية} = 900 \times \text{ح}^{8\frac{1}{2}} \text{ بمعدل } 4\%$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة تحت المعدل 4% نجد من الخانة الثالثة أن:

$$ح^8 = 0.73069$$

$$ح^9 = 0.70259$$

$$\text{الفرق} = 0.02810$$

وهذا الفرق في القيمة الحالية يقابل فرقاً في المدة يساوي سنة.

∴ الفرق في القيمة الحالية المقابل لمدة ¼ سنة.

$$= ¼ \times 0.02810$$

$$= 0.007025$$

وهذا الفرق يطرح من قيمة ح⁸ للحصول على قيمة ح^{8%}

وذلك لأن القيمة الحالية تنقص كلما زادت المدة

$$∴ ح^{8\%} = ح^8 - 0.007025$$

$$= 0.73069 - 0.007025$$

$$= 0.723665$$

∴ القيمة الحالية المطلوبة = 0.723665×900

$$= 651.299 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (11) :

ما مقدار القيمة الحالية في التدريب السابق إذا كان معدل الفائدة هو معدل
اسمى سنوي 4% يدفع مرتين في السنة.

الحل

في هذه الحالة تكون $E = 0.02$

$$N = 2 \times 8.25$$

$$= 16.5$$

$$\therefore \text{القيمة الحالية} = 900 \times H^{16.5} \text{ بمعدل فائدة } 2\%$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة تحت المعدل 2% نجد من الخانة الثالثة أن:

$$H^{16} = 0.72845$$

$$H^{17} = \underline{0.71416}$$

$$\text{الفرق} = 0.01429$$

وهذا الفرق في القيمة الحالية يقابل فرقا في المدة يساوي سنة.

\therefore الفرق المقابل $\frac{1}{2}$ سنة

$$= 0.01429 \times \frac{1}{2}$$

$$= 0.07145$$

وهذا الفرق يجب طرحه من قيمة ح¹⁶ لنحصل علي ح^{16.5}

$$\therefore \text{ح}^{16.5} = 0.72845 - 0.007145 = 0.721305$$

\therefore القيمة الحالية المطلوبة

$$= 0.721305 \times 900$$

$$= 649.175 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (12) :

إذا حسبت القيمة الحالية لمبلغ 1000 دينار كويتي تستحق السداد بعد 15 سنة بمعدل سنوي للفائدة ووجد أنها تساوي 716.230 دينار كويتي. فما هو مقدار المعدل المئوي للفائدة

الحل

$$\text{ح} - 1000$$

$$\text{أ} - 716.230$$

$$\text{ن} - 15$$

$$\therefore 716.230 = 1000 \times \text{ح}^{15}$$

$$\text{أي أن ح}^{15} = 0.71623$$

وبالسبب في جداول الفائدة المركبة في الخانة الثالثة أمام المدة 15 نجد أن العدد

$$0.71623 \text{ يقع تحت المعدل } 2\frac{1}{4} \%$$

$$\therefore \text{ المعدل المنوي المطلوب } = 2\frac{1}{4} \%$$

تدريب (13) :

ما مقدار المعدل في التدريب السابق إذا علم أن الاستثمار هو بمعدل فائدة سنوي اسمي يدفع مرتين في السنة ؟

الحل

في هذه الحالة نجد أن

$$1 - 0.71623 =$$

$$1000 -$$

$$2 \times 15 =$$

$$20 =$$

$$\therefore 1000 - 0.71623 = 30$$

$$\therefore 0.71623 = 30$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة في الخانة الثالثة أمام المدة 30 نجد أن العدد

0.71623 يقع تحت معدل أكبر من 1% وأقل من 1¼% وهذا المعدل المجهول

يمكن إيجاده بطريقة التناسب كالاتي:

$$(1) \quad \text{ح}^{30} \text{ بمعدل } 1\% = 0.74192$$

$$(2) \quad \text{ح}^{30} \text{ بمعدل } 1\frac{1}{4}\% = 0.68889$$

$$(3) \quad \text{ح}^{30} \text{ بالمعدل المجهول} = 0.71623$$

$$0.05303 = (2) - (1)$$

وهذا الفرق يقابل فرقا في المعدل يساوي ¼%

نفرض أن المعدل المجهول = 1 + س

حيث س يساوي كسرا أقل من ¼ ويمكن حسابه كالاتي

الفرق في القيمة الحالية المقابل للكسر س

$$- (1) - (3)$$

$$= 0.74192 - 0.71623$$

$$= 0.02569$$

وبالتناسب نجد أن:

$$\text{س} = \frac{0.02569}{0.05303} \times \frac{1}{4}$$

$$= 0.121$$

∴ المعدل المجهول

$$= 1.121 \%$$

وحيث أن هذا هو معدل الفائدة الذي يدفع كل نصف سنة.

$$\therefore \text{المعدل السنوي الإسمي المطلوب} = 0.121 \times 2 = 2.242 \%$$

تدريب (14) :

حسبت القيمة الحالية لمبلغ 900 دينار كويتي على أساس معدل فائدة سنوي 4% فوجبت 327.608 فما هي المدة التي بعدها يستحق سداد المبلغ الأصلي

الحل

$$\text{ح} = 900 \quad \text{أ} = 327.608$$

$$\text{ع} = 0.04$$

وإذا فرضنا أن المدة المجهولة = ن من السنوات

$$\therefore 327.608 = 900 \times \text{ح}^{\text{ن}} \text{ بمعدل } 4\%$$

$$\therefore \text{ح}^{\text{ن}} \text{ بمعدل } 4\% = 0.37512$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة تحت المعدل 4% وفي الخانة الثالثة التي تعطي

قيمة ح ن نجد أن العدد 0.37512 موجود أمام المدة 0.25 .

∴ المدة المطلوب = 25 سنة

تدريب (15) :

احسب المدة في التدريب السابق إذا كانت القيمة الحالية 369 دينار كويتي

الحل

نفرض أن المدة المطلوبة = ن

وحيث أن

ح = 900 ، ع = 0.04

أ = 389 ،

∴ 369 - 900 ح ن بمعدل 4%

∴ ح ن = 900 ÷ 369

= 0.41

وبالبحث في جداول الفائدة تحت المعدل 4% وفي خانة القيمة الحالية أي الخانة الثالثة نجد أن العدد 0.41 موجود بين القيمة الحالية التي تقابل المدة 22 والقيمة الحالية التي تقابل المدة 23.

أي أن ن تكون أكبر من 22 وأقل من 23

نفرض أن $n = 22 + s$ حيث s كسر أقل من واحد صحيح ويمكن إيجاد كالاتي :

$$(1) \quad \text{ح}^{22} \text{ بمعدل } 4\% = 0.42196$$

$$(2) \quad \text{ح}^{23} \text{ بمعدل } 4\% = 0.40573$$

$$(3) \quad \text{ح}^n \text{ بمعدل } 4\% = 0.41000$$

$$(1) - (2) = 0.01623$$

= فرقا في القيمة الحالية يعادل فرقا في المدة سنة كاملة

$$(1) - (3) = 0.01196$$

= فرقا في القيمة الحالية يعادل فرقا في المدة s سنة

∴ بالتناسب نجد أن

$$s = \frac{0.01196}{0.01623}$$

$$= 0.737$$

∴ المدة المطلوبة

$$= 22 + 0.737$$

$$= 22.737 \text{ سنة}$$

تدريب (16)

ما هي المدة في التدريب السابق لو أن الاستثمار كان بمعدل اسمي $4\frac{1}{2}\%$ يدفع مرتين في السنة ؟

الحل

في هذه الحالة نجد أن المعدل الذي تحسب به القيمة الحالية هو $\frac{4.5}{2}$

$$= 0.25\% \text{ عن كل نصف سنة}$$

نفرض أن المدة بانصاف السنوات = ن

$$\text{ع} = 0.0225 , \quad \text{أ} = 369$$

$$\text{ح} = 900$$

$$\therefore 396 = 900 \times \text{ح}^n \text{ بمعدل } 2.25\%$$

$$\therefore \text{ح}^n = 0.41 \text{ بمعدل } 2.25\%$$

وبالبحث في جداول الفائدة تحت المعدل 2.25% في الخانة التي تعطي القيمة

الحالية - أي الخانة الثالثة - نجد أن العدد 0.41 يقع بين القيمتين الحاليتين المقابلتين

للمدتين 40 ، 41

أي أن (ن) تكون أكبر من 40 وأقل من 41

نفرض أن $n = 40 + s$ حيث s كسر أقل من واحد صحيح وتحسب قيمته كالآتي :

$$(1) \quad \text{ح}^{40} \text{ بمعدل } 2\frac{1}{4}\% = 0.41065$$

$$(2) \quad \text{ح}^{41} \text{ بمعدل } 2\frac{1}{4}\% = 0.40161$$

$$(3) \quad \text{ح}^n \text{ بمعدل } 2.25\% = 0.41000$$

$$(1) - (2) = 0.00904$$

وهذا الفرق يعادل فرقا في المدة يساوي (أ)

$$(1) - (3) = 0.00065$$

وهذا الفرق يعادل فرقا في المدة يساوي (س)

∴ بالتناسب نجد أن

$$s = \frac{0.00065}{0.00904}$$

$$= 0.072$$

$$\therefore n = 40 + 0.072$$

= 40.072 فترة طول كل منها ستة شهور

ومنه نجد أن المدة المطلوبة بالسنوات

$$= \frac{n}{2}$$

$$= \frac{40.072}{2}$$

$$= 20.036 \text{ سنة}$$

إيجاد القيمة الحالية باستخدام لغة البيسك

يعالج هذا التطبيق البرنامج الكمبيوتر الذي يمكن باستخدامه حساب القيمة الحالية التي يجب استثمارها لتحقيق مبلغ معين بعد سنوات محددة للاستثمار.

واستخدام هذا البرنامج يتطلب إدخال البيانات الخاصة بالمبلغ الآجل وعدد سنوات الاستثمار، وفترات التراكم للفوائد خلال العام الواحد، ومعدل الفائدة التي يجري على أساسها الحساب.

وتحسب القيمة الحالية باستخدام القاعدة الآتية وهي مشتقة من القاعدة التي سبق الإشارة إليها في التطبيق الأول.

$$P = \frac{S}{(1 + r/n)^{ny}}$$

تكريب (1):

كم يكون المبلغ الذي يستثمر حالياً كي يمكن الحصول على (20000) ديناراً بعد عشرة سنوات إذا علمت أن الفوائد تحسب بمعدل (85%) وأن التراكم يكون كل ربع سنة.

الحل

- 20000 دينار

- 4 فترات

- 8.5%

جملة المبلغ المطلوب تحقيقه (S)

عدد فترات التراكم في السنة

سعر الفائدة

$$4 \times 10 = 40 -$$

عدد فترات التراكم خلال مدة الاستثمار

$$\frac{20000}{(1 + 8.5/4)^{40}} -$$

∴ القيمة الحالية (P)

$$8624.80 -$$

وواضح أن العمليات الحسابية تحتاج إلى مجهود كبير إذا أردنا إجرائها باستخدام اللوغاريتمات أو باستخدام جداول الفائدة المركبة حيث تحتاج إلى إجراء عمليات تضمين إذا لم تكن الجداول تتضمن سعر الفائدة المحدد والفترات الزمنية عندما تكون كسورا. لذلك نحقق السرعة والدقة في إيجاد القيمة الحالية للمبلغ المطلوب تحقيقه باستخدام البرنامج الكمبيوتر الآتي:-

```

10  CLS
20  Print "Initial investment"
30  DEFDBL A - Z.
40  Print
45  Rem - Statements 50 to 120 require user input
50  Print "Total Value After y years ";
60  Input S
70  Print "Number of compounding periods per yrae";
80  Input n
90  Print "Number of years";
100 Input y
110 Print "Nominal Interest Rate (%)";
120 Input r
125 Rem - Calculate Interest Rate per period;
128 Rem - Convert from % to decimal
130 r = r / n / 100
135 Rem - Calculate Initial Investment by Formula
    
```

140	$P = S / (1 + r) [(n * y)$
145	Rem – Round off to nearest piaster, Print
150	Print "Initial Investment = ";
155	Print using "****,***,***,**"; P
158	Rem – Print Blanc Line to Separate Question from
159	Data
160	Print
165	Rem – Restart or end program? User input
168	Required
170	Print "More Data"? (1 = Yes, 0 = No)" ;
180	Input X
190	If X = 1 Then 40
200	End

تطبيقات عملية

1. أحسب القيمة الحالية لمبلغ 1000 ديناراً كويتي يستحق السداد بعد 10 سنوات بمعدل فائدة حقيقي سنوي 4 %.
2. ما مقدار الخصم في التمرين السابق ؟
3. ما مقدار القيمة الحالية والخصم في التمرين رقم (1) إذا كان المعدل هو معدل سنوي اسمي 4 % يدفع على أربع مرات في السنة ؟
4. ما مقدار القيمة الحالية في التمرين (3) إذا كان المعدل السنوي الاسمي يدفع على ثلاث مرات في السنة ؟
5. ما مقدار القيمة الحالية في التمرين (1) إذا كانت المدة 10 سنوات وثلاثة شهور وعشرة أيام ؟
6. ما مقدار القيمة الحالية في التمرين السابق إذا كان المعدل هو معدل سنوي اسمي 4 % يدفع على 4 مرات في السنة ؟
7. مبلغ 1000 ديناراً كويتي يستحق السداد بعد 15 سنة حسب قيمته الحالية بمعدل ما فوجدت 500 ديناراً كويتي والمطلوب حساب هذا المعدل إذا علم أنه معدل حقيقي سنوي .
8. ما مقدار المعدل في التمرين السابق إذا كان معدلاً اسمياً يدفع على 3 مرات في السنة .

9. حسبت القيمة الحالية لمبلغ 1000 ديناراً كويتي بمعدل حقيقي سنوي 5 % فوجدت 500 ديناراً كويتي والمطلوب حساب المدة التي يستحق بعدها سداد المبلغ .

10. ما هي المدة في التمرين السابق على أساس معدل سنوي اسمي 6 % يدفع على 4 مرات في السنة .

11. مبلغان يستحقان السداد بعد 10 سنوات حسبت قيمتهما الحالية الأول على أساس معدل فائدة سنوي 4 % والثاني على أساس معدل فائدة سنوي 6 % فوجد مجموعها 1792.34 ديناراً كويتي . وإذا حسبت قيمة كل منهما على أساس معدل فائدة سنوي اسمي 5 % يدفع على 4 مرات في السنة فإن قيمتهما تزيد بمقدار 32.89 ديناراً كويتي . والمطلوب حساب مقدار كل من المبلغين .

12 - أحسب العدد المجهول في الجدول الآتي:

1030	؟	؟	100	القيمة الاسمية
؟	1940	؟	؟	القيمة الحالية التجارية
1000	؟	1000	؟	القيمة الحالية الصحيحة
؟	60	؟	؟	الخصم التجاري
؟	؟	؟	؟	الخصم الصحيح
9 %	؟	5 %	8 %	معدل الخصم أو الفائدة
؟ شهر	4 شهر	72 يوما	36 يوما	المدة

13 - مبلغ 1040 ج يستحق السداد بعد ثمانية شهور من الآن حسب الخصم التجاري والخصم الصحيح فوجد أن الفرق بينهما يساوي 1.6 ج أوجد معدل الخصم السنوي.

14 - احسب الخصم الصحيح والخصم التجاري لمبلغ 1020 ديناراً كويتي بمعدل خصم قدره 8% سنوياً فوجد أن الفرق بينهما يساوي 40 فلساً فما هي المدة التي يستحق بعدها سداد المبلغ ؟

15 - احسب الخصم الصحيح والتجاري لمبلغ ما يستحق السداد بعد ستة شهور وذلك بمعدل 6% سنوياً فوجد أن الفرق بينهما يساوي 90 ديناراً فأوجد مقدار المبلغ ؟

16 - دين مقدار 3000 ديناراً كويتي يستحق السداد في 5 مايو سنة 1959 وقد اتفق المدين مع الدائن في 4 فبراير سنة 1959 على أن يدفع الأول للأخير مبلغ 2940 ديناراً كويتي سداداً للدين فما هو معدل الفائدة الذي خصم به الدين إذا كان الخصم بالطريقة التجارية ؟

17 - ما مقدار المعدل في التمرين السابق إذا كان الخصم أجري بالطريقة الصحيحة ؟

18 - في أول يناير سنة 1960 قطع تاجر الأوراق التجارية الآتية:

(أ) ورقة قيمتها الإسمية 200 ج تستحق في أول فبراير سنة 1960

(ب) ورقة قيمتها الإسمية 100 ج تستحق في أول يولييه سنة 1960

(ج) ورقة قيمتها الإسمية 700 ج تستحق في أول أغسطس سنة 1960

(د) ورقة قيمتها الإسمية 300 ج تستحق في أول سبتمبر سنة 1960

احسب بطريقة النمر الخصم التجاري المستحق على هذه الأوراق إذا كان معدل الخصم 6% سنوياً.

19 - احسب بطريقة النمر مقدار الخصم التجاري المستحق على الأوراق الآتية

إذا كان معدل الخصم السنوي 6% وإذا كان تاريخ الخصم هو 5 فبراير سنة 1960

المبلغ	تاريخ الاستحقاق
1000	20 فبراير 1960
2000	15 مارس 1960
500	2 أبريل 1960
400	16 مايو 1960
600	31 يولييه 1960

20 - شخص مدين لآخر بالمبالغ الآتية

1500 ج تستحق بعد 20 يوما

2000 ج تستحق بعد 30 يوما

1500 ج تستحق بعد 40 يوما

فإذا علم أنه اتفق مع الدائن علي أن يسدد له مبلغ 4975 ديناراً كويتي في الحال أداء لهذه الديون فما هو معدل الخصم الذي استخدم في هذه العمليات.

أجوبة التمارين

- (1) 675.560
- (2) 324.44
- (3) 671.65
- (4) 328.35 ، 672.510 دينار كويتي
- (5) 668.345 دينار كويتي
- (6) 664.27 دينار كويتي
- (7) 4.734 %
- (8) 4.6638 %
- (9) 14.21 سنة
- (10) 11.639 سنة
- (11) 1000 دينار كويتي ، 2000 دينار كويتي
- (12)

1030	2000	1010	1000	القيمة الاسمية
999.9	1940	999.9	992	القيمة الحالية التجارية
1000	1491.748	1000	992.064	القيمة الحالية الصحيحة
30.9	60	10.1	8	الخصم التجاري
30	58.252	10	7.936	الخصم الصحيح
9%	9%	5%	8%	معدل الخصم
4 شهور	4 شهور	72%	36 يوما	المدة

- (13) 6% (14) 3 شهور
- (15) 1030 (16) 8%
- (17) 8.16% (18) 7.5 دينار كويتي
- (19) 44.683 (20) 6%

الفصل الثالث

خصم الأوراق التجارية

الفصل الثالث

خصم الأوراق التجارية

الأوراق التجارية هي أوراق ذات صيغ معطومة تمثل ديونا قصيرة الأجل ومن أمثلة الأوراق التجارية والكمبيالات والسندات الإذنية. فالسند الإذني مثلا عبارة عن تعهد من جائب المدين بأن يسدد للدائن مبلغا معلوم في وقت معين كما أن الكمبيالة عبارة عن أمر من الدائن للمدين بأن يقوم الأخير بسداد مبلغ معين إلى شخص معلوم في تاريخ محدد. وفي هذه الحالة يسمى الدائن بالساحب أما المدين فيسمى المسحوب عليه والشخص الذي يسدد له المبلغ المطلوب يسمى المستفيد.

وقد يكون لدى أحد التجار عدد من الأوراق التجارية تستحق السداد في تواريخ مقبلة مختلفة فإذا رغب في الحصول على قيمتها في الحال فإنه يلجأ إلى تاجر آخر أو بنك من البنوك ويبيع له الأوراق التي لديه في مقابل حصوله على قيمتها الحالية وفي هذه الحالة نقول أن تاجر الدائن قد خصم أو قطع أوراقه التجارية لدى البنك.

وسواء قام البنك بعملية الخصم أو قام بها تاجر آخر فإن الخصم يحسب بالطريقة التجارية كما أن القيمة التي يحصل عليها التاجر الدائن (أي مالك الأوراق التجارية) تكون عبارة عن مجموع القيم الحالية التجارية لها. وذلك على النحو الذي يتضح من التدريبات التالية:-

تدريب (1):

في 2004/5/1 قطع تاجر الأوراق التجارية الآتية:

- كمبيالة قيمتها الإسمية 500 دينار كويتي تستحق في 15 يونيو سنة 2004.
 - سند إذني قيمته الإسمية 400 دينار كويتي يستحق في 10 يوليو سنة 2004.
 - كمبيالة قيمتها الإسمية 600 دينار كويتي تستحق في 19 أغسطس سنة 2004
- احسب مقدار المبلغ الذي يتسلمه التاجر إذا حسب الخصم في كل حالة بمعدل خصم قدره 6% سنويا.

الحل

المدة الباقية علي تاريخ استحقاق الورقة الأولى:

$$\begin{array}{r} \text{مايو} \quad \text{يونيه} \\ 30 + 15 = 45 \text{ يوما} \end{array}$$

المدة الباقية علي تاريخ استحقاق الورقة الثانية:

$$\begin{array}{r} \text{مايو} \quad \text{يونيه} \quad \text{يوليه} \\ 30 + 30 + 10 = 70 \text{ يوما} \end{array}$$

المدة الباقية علي تاريخ استحقاق الورقة الثالثة:

$$\begin{array}{r} \text{مايو} \quad \text{يونيه} \quad \text{يوليه} \quad \text{أغسطس} \\ 30 + 30 + 31 + 19 = 110 \text{ يوما} \end{array}$$

مبالغ أيام نمر

$$22500 = 45 \times 500$$

$$28000 = 70 \times 400$$

$$66000 = 110 \times 600$$

$$116500 = \text{مجموع النمر}$$

$$\text{مقدار الخصم} = 116500 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{360}$$

$$19.417 \text{ دينار كويتي} =$$

مجموع القيم الاسمية للأوراق

$$1500 + 400 + 600 = 1500 \text{ دينار كويتي}$$

القيمة الحالية التجارية للأوراق جميعها

$$1500 - 19.417 =$$

$$1480.583 \text{ دينار كويتي} =$$

تدريب (2):

في 15 يونيو سنة 2004 باع تاجر الأوراق التجارية الآتية:

الورقة	تاريخ استحقاقها	قيمتها الاسمية	البنك المشتري
(1)	24 أغسطس سنة 2004	500 دينار كويتي	بنك مصر
(2)	23 سبتمبر سنة 2004	600 دينار كويتي	بنك مصر
(3)	23 أكتوبر سنة 2004	400 دينار كويتي	بنك مصر
(4)	28 أكتوبر سنة 2004	900 دينار كويتي	البنك الأهلي

فإذا فرض أن القيمة الحالية التجارية التي حصل عليها التاجر من جميع هذه الأوراق هي 2348.5 دينار كويتي وأن البنك الأهلي حسب الخصم بمعدل 8% سنويا فاحسب مقدار معدل الخصم الذي استخدمه بنك مصر

الحل

مجموع القيم الاسمية للديون

$$900 + 400 + 600 + 500 =$$

$$= 2400 \text{ دينار كويتي}$$

مجموع الخصم علي الأوراق كلها

$$2348.5 - 2400 =$$

$$51.5 \text{ دينار كويتي}$$

المدة الباقية علي تاريخ استحقاق الورقة الرابعة

يونيه يوليه أغسطس سبتمبر أكتوبر

$$= 15 + 31 + 31 + 30 + 28 = 135 \text{ يوما}$$

مقدار الخصم علي الورقة الرابعة فقط

$$= 900 \times \frac{8}{100} \times \frac{135}{360}$$

$$= 27 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار الخصم علي الأوراق الثلاثة الأولى

$$= 51.5 - 27$$

$$= 24.5 \text{ دينار كويتي}$$

المدة الباقية علي تاريخ استحقاق الورقة الأولى

يونيه يوليه أغسطس

$$= 15 + 31 + 24 = 70 \text{ يوما}$$

المدة الباقية علي تاريخ استحقاق الورقة الثانية

يونيه يوليه أغسطس سبتمبر

$$= 15 + 31 + 31 + 23 = 100 \text{ يوما}$$

المدة الباقية علي تاريخ استحقاق الورقة الثالثة

يونيه يوليه أغسطس سبتمبر أكتوبر

$$= 15 + 31 + 31 + 30 + 31 = 130 \text{ يوما}$$

مبالغ أيام نمر

$$35.000 = 70 \times 500$$

$$60.000 = 100 \times 600$$

$$52.000 = 130 \times 400$$

$$\text{مجموع النمر} = 147000$$

نفرض أن معدل الخصم بالنسبة للدينار الواحد = ع

∴ مقدار الخصم

$$= \frac{ع}{360} \times 147000$$

ولكن مقدار الخصم = 24.5 دينار كويتي

$$\therefore \frac{147000}{360} \text{ ع} = 24.5$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{360 \times 24.5}{147000}$$

∴ معدل الخصم المئوي

$$= \frac{254}{10} \times \frac{360}{147000} \times 100 = 6\%$$

النقاط العملية الواجب مراعاتها في خصم الأوراق التجارية

هناك نقاط عملية يجب مراعاتها في حالات خصم الأوراق التجارية وأهم هذه

النقاط مايلي:

(1) المهلة

(2) العمولة ومصروفات التحصيل

أولاً : المهلة

بعض البنوك التي يلجأ إليها الدائنون لخصم أوراقهم تضيف إلى المدة الباقية

على تاريخ الاستحقاق مدة تسمى المهلة (يوم واحد مثلاً) وهذه يجب إضافتها إلى

المدة الأصلية لإيجاد مقدار الخصم. وذلك كما يتضح من التدريب التالي.

تدريب (3) :

في أول يناير سنة 2004 قطع تاجر كمبيالة قيمتها الاسمية 1000 دينار كويتي تستحق السداد في 31 مارس من السنة نفسها فإذا كان البنك يضيف مهلة للسداد قدرها يوم واحد فاحسب مقدار القيمة الحالية علي أساس معدل خصم 6% سنويا.

الحل

المدة من 2004/1/1 إلي 2004/3/31

يناير فبراير مارس

$$= 30 + 28 + 31 = 89 \text{ يوما}$$

مدة الخصم

$$= 89 + 1 = 90 \text{ يوما}$$

$$= 1000 \times \frac{90}{360} \times \frac{6}{100}$$

$$= 15 \text{ دينار كويتي}$$

القيمة الحالية التجارية

$$= 1000 - 15 = 985 \text{ دينار كويتي}$$

ثانيا : العمولة ومصرفات التحصيل:

إذا كان البنك هو الذي يقوم بعملية خصم الأوراق التجارية للدائن فإنه بالإضافة إلى المبلغ الذي يخصمه من القيمة الاسمية يتقاضى أيضا عمولة علي هذه العملية كما قد يتقاضى مصرفات تحصيل. وتكون العمولة وكذلك مصرفات التحصيل نسبة مئوية أو نسبة في الألف من القيمة لكل ورقة.

فيعال مثلا إن البنك يحصل عمولة مقدارها 1 % (واحد في الألف) من القيمة الاسمية أو يخصم مصرفات تحصيل $\frac{1}{2}\%$ (نصف في الألف) من القيمة الاسمية.

ويلاحظ أن نسبة العمولة أو نسبة مصرفات التحصيل تذكر بصرف النظر عن طول المدة الباقية علي تاريخ الاستحقاق فهي في الغالب تكون ثابتة بالنسبة لمدة الخصم، أي سواء أكانت مدة الخصم 10 أيام أو عشرة شهور. وذلك كما يتضح من التدريب التالي:-

تدريب (4):

ما مقدار صافي المستحق للكمبيالة في التدريب السابق إذا كان البنك يتقاضى عمولة مقدارها 1% من القيمة الاسمية للكمبيالة ويتقاضى أيضا مصرفات تحصيل بمعدل $\frac{1}{2}\%$ من القيمة الاسمية ؟

الحل

مقدار الخصم كما في التدريب السابق

= 15 دينار كويتي

مقدار العمولة

$$= \frac{1}{1000} \times 1000$$

= 1 دينار كويتي

مقدار مصروفات التحصيل

$$= \frac{1}{1000} \times \frac{1}{2} \times 1000$$

= 0.5 دينار كويتي

إجمالي الخصم

$$= 0.5 + 1 + 15$$

= 16.5 دينار كويتي

مقدار الصافي المستحق للدائن

$$= 1000 - 16.5 = 983.5 \text{ دينار كويتي}$$

المعدل السنوي للخصم الإجمالي:

يلاحظ في التدريب السابق أن المدة الباقية على تاريخ استحقاق الكمبيالة هي أصلاً 89 يوماً فقط وأن إجمالي الخصم الذي أجراه البنك في هذه العملية هو 16.5 دينار كويتي أي أن مقدار الخصم بالنسبة للسنة الكاملة

$$= \frac{360}{89} \times 16.5$$

$$= 66.7 \text{ دينار كويتي}$$

وهذا الخصم هو عن القيمة الاسمية كلها وهي 1000 دينار كويتي

∴ مقدار الخصم الإجمالي بالنسبة للدينار عن سنة كاملة

$$= \frac{66.7}{1000} = 0.0667$$

وهذا و ما نسميه بمعدل الخصم الإجمالي السنوي .

وعلي هذا فإن معدل الخصم الإجمالي السنوي يمكن تعريفه بأنه إجمالي الخصم الذي

يجريه البنك بالنسبة للدينار الواحد من القيمة الاسمية وبالنسبة لوحدة الزمن وهي

السنة.

كذلك يمكن إيجاد المعدل الأجمالي للخصم كالآتي:

$$16.5 = \frac{89}{360} \times ع \times 1000$$

ومنه نجد أن :

$$ع = \frac{360}{89 \times 1000} \times 16.5 = 0.0667$$

تدريب (5):

قطع تاجر في بنك مصر في يوم 12 سبتمبر سنة 2004 كمبيالة قيمتها الاسمية 240 دينار كويتي استحقاق في 11 نوفمبر سنة 2004 فإذا كان البنك يخصم الأوراق التجارية بمعدل 6% سنوياً ويتقاضى عمولة 1% من القيمة الاسمية كما يتقاضى أيضاً مصاريف تحصيل بمعدل ½% من القيمة الاسمية بحد أدنى 200 درهم لمصروفات الورقة الواحدة، فاحسب معدل الخصم الإجمالي السنوي.

الحل

المدة الباقية علي تاريخ الاستحقاق الأصلي:

سبتمبر أكتوبر نوفمبر

$$= 18 + 31 + 11 = 60 \text{ يوما}$$

مقدار الخصم التجاري

$$= 240 \times \frac{6}{100} \times \frac{60}{360}$$

$$= 2.400 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار العمولة

$$= 240 \times \frac{1}{1000}$$

$$= 0.240 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار مصروفات التحصيل

$$= 240 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1000}$$

$$= 0.120 \text{ دينار كويتي}$$

وحيث أن هذا أقل من 200 درهم

∴ مصروفات التحصيل التي حسبها البنك

$$= 200 \text{ درهم} = 0.200 \text{ دينار}$$

مقدار الخصم الاجمالي عن 60 يوما

$$= 2.400 + 0.240 + 0.200$$

$$= 2.840 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار الخصم الإجمالي بالنسبة للسنة الكاملة

$$= 2.840 \times \frac{360}{60}$$

$$= 17.040 \text{ دينار كويتي}$$

∴ معدل الخصم الإجمالي السنوي

$$= \frac{17.040}{240} = 0.071$$

أي أن المعدل المئوي

$$100 \times 0.071 =$$

$$= 7.1 \%$$

ويمكن إيجاد المعدل الإجمالي للخصم بطريقة أخرى كالآتي:

نفرض أن المعدل (ع)

$$\therefore 2.840 = 240 \times \text{ع} \times \frac{60}{360}$$

$$= 40 \text{ ع}$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{2.840}{40} = 0.071 =$$

$$= 7.1 \%$$

كشوف الخصم:

عندما يتقدم تاجر إلى أحد البنوك بعدد من الأوراق التجارية لخصمها والحصول على

قيمتها الحالية فإن البنك يعطيه كشفاً بالأوراق المخصوصة يوضح به مايلي:

1. القيمة الاسمية لكل ورقة.

2. الشخص المدين أو المسحوب عليه الورقة.

3. تاريخ استحقاق الورقة.

4. عدد الأيام الباقية علي تاريخ الاستحقاق.

5. مقدار الخصم المستحق علي ورقة.

6. مقدار عمولة التحصيل.

7. مقدار مصروفات التحصيل.

وهذا البيان يسمى كشف الخصم كما قد يسمى فاتورة الخصم أو حافظة للخصم.

وهناك طريقتين لإعداد هذه الحافظة هما:-

أ - الطريقة المستقيمة:

وهنا يقسم الحساب الي طرفين أحدهما مدين والآخر دائن ويقسم كل جانب الي ست خانات هي:

1. خانة تاريخ البدء: وهو التاريخ الذي تقيد فيه العمليات النقدية والمالية سواء كانت مدينة أو دائنة.

2. خانة المبالغ : ويسجل فيها المبالغ المودعة والمسحوبة.

3. خانة البيان : حيث يوضح أمام كل مبلغ نوع عملية القيد.

4. خانة تاريخ الاستحقاق: ويظهر فيها تاريخ سريان الفائدة علي المبالغ.

5. خاتمة عدد الايام : حيث يظهر فيها المدة المحصورة بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ الاقفال.

6. خاتمة نمر المبالغ: وهي عبارة عن حاصل ضرب كل مبلغ في مدة الاستثمار وبعد ملئ البيانات السابقة نقوم بتجميع نمر المبالغ في كل جانب علي حدة وتحديد رصيد النمر في حالة معدل الفائدة المشترك ونحسب الفوائد علي رصيد النمر أو علي كل جانب علي حدة في حالة أختلاف معدل الفائدة ثم يتم ترصيد جانبي المبالغ يوم اقفال الحساب (مع ملاحظة أنه في الحسابات الجارية بدون فوائد يتم تصوير الحساب حتى العمود الثالث) .

ب - طريقة الأرصدة الهمبورجية:

وسميت بهذا الاسم لأن أول استخدامها كان في مدينة "همبورج" بالمانيا وهذه الطريقة هي الطريقة المستخدمة في معظم البنوك وفيها:

1. تقيد المبالغ الدائنة والمبالغ المدينة في كشف واحد في خانتين مستقلتين مرتبة حسب تاريخ الاستحقاق.

2. يحسب رصيد المبالغ أولا بأول بعد كل عملية ايداع أو سحب.

3. تحسب المدة الدورية من تاريخ استحقاق العملية الي تاريخ استحقاق العملية التي نلبيها مباشرة والمدة بالنسبة لآخر عملية تحسب من تاريخ استحقاقها الي تاريخ أقفال الحساب.

4. تستخرج النمر وفقا لكل رصيد بضرب الرصيد في المدة المقابلة له.

5. اذا كان المعدل مشترك ترصد النمر ومنها تحسب الفائدة وتضاف مكانها الطبيعي في خانة الحركة ثم يستخرج الرصيد النهائي.

6. اذا كان هناك معدلان فتجمع النمر في كل من الخانتين وتحسب الفائدة لكل من النوعين ثم يستخرج رصيد الفائدة ويوضع في الجانب الطبيعي له في خانة الحركة ويستخرج الرصيد بعد ذلك.

أنواع الحسابات الجارية:

أ - الحسابات الجارية بالفوائد: حسابات جارية بمعدل فائدة مشترك. حيث تعد كشوف الخصم وفقا لأي من الطريقتين التاليتين :-.

1- الطريقة المستقيمة:

وهنا نفرق بين حالتين الأولى نجد فيها أن جميع المبالغ تستحق قبل تاريخ الاقفال والثانية وجود مبالغ تستحق بعد تاريخ الأقفال.

الحالة الأولى: مبالغ تستحق قبل تاريخ القفال:

تدريب (1) :

إليك العمليات الجارية الخاصة بشركة النصر للبتروك لدي بنك القاهرة.

والمطلوب: أفعال الحساب الجاري بتاريخ 2004/6/30

علما بأن معدل الفائدة المشترك 4% سنويا

المبالغ المدوعة		المبالغ المسحوبة	
رصيد دائن 400 دينار كويتي يستحق 2/29	3/1	200 دينار كويتي بضاعة بفاتورة رقم 09	3/15
800 دينار كويتي نقدية مودعة	3/10	300 دينار كويتي مسحوبة نقدية	4/10
500 دينار كويتي مودع بتاريخه	3/5	500 دينار كويتي ثمن شراء خامات استحقاق 5/16	5/15
		400 دينار كويتي مسحوبا لاجور العمال	5/30

والآن لاحظ مايلي:

$$1- \text{ تم حساب رصيد الفائدة} = \frac{\text{رصيد النمر}}{\text{القاسم}} = \frac{69800}{9000}$$

$$= 7.756 \text{ دينار كويتي}$$

2- ظهرت الفوائد في الجانب الدائن لوجود رصيد دائن.

3- عند فتح الحساب بتاريخ 2004/7/1 سيسجل في الجانب بتاريخ قيد 1989/7/1

وتاريخ استحقاق 2004/6/30 .

الحالة الثانية وجود مبالغ تستحق بعد تاريخ الاقفال:

وهنا يجب مراعاة الآتي:

1- تقيد المبالغ وتواريخها وبيانها ثم نجد تواريخ استحقاقها كالمعتاد.

2- المبالغ التي تستحق قبل تاريخ اقفال الحساب نوجد مدتها ونمرها.

3- المبالغ التي تستحق بعد تاريخ الاقفال تكون مدة كل منها هي المدة المحصورة بين

تاريخ الاقفال وتاريخ استحقاقها وعند ايجاد نمرها تقيد في الجانب العكسي.

تدريب (2) :

أقل الحساب الجاري الآتي والخاص بشركة الشرق بالسويس لدى البنك الأهلي بتاريخ

2004/6/30 بمعدل فائدة مشترك 6% سنويا.

المبالغ المدونة		المبالغ المسحوبة	
700 دينار كويتي رصيد قديم 4/30	5/1	400 دينار كويتي بنك مسحوبا	5/1
500 دينار كويتي شيك بتاريخه	5/16	200 دينار كويتي كمبيالة تستحق 7/10	6/2
200 دينار كويتي كمبيالة لمدة شهر	6/15	300 دينار كويتي شيك مسحوب	6/5

<p>(311) بنك القاهرة بيان حساب شركة القصر للبورسل مقتلا بتاريخ 2004/6/30 بمعدل 4 % سنويا</p>											
الحل:											
تاريخ التدوير	بيان	تاريخ الاستحقاق	للم	نمر	تاريخ التدوير	بيان	تاريخ الاستحقاق	للم	نمر	تاريخ التدوير	بيان
3/15	-	200	3/15	21400	107	3/15	بضاعة للتقوية رقم 1	200	-	3/15	48800
4/10	-	300	4/10	24300	81	4/10	مستويات تقنية	300	-	4/10	89600
5/15	-	500	5/15	23000	46	5/15	شن مركب علم	500	-	5/15	12500
5/30	-	400	5/30	12400	31	5/30	مستويات تقنية	400	-	5/30	
	756	3.2		69800		الرصيد					
	756	17.7		150900							
	756										50900

2- طريقة الأرصدة الهمبورجية:

أهم ما يجب مراعاته بالنسبة لهذه الطريقة هو ضرورة ترتيب العمليات الجارية طبقاً لاولويات حدوثها بصرف النظر عن كونها دانة أو مدينة.

الحالة الأولى

• مبالغ تستحق قبل تاريخ الاقفال:

تدريب (3) :

اقفل الحساب الجاري الخاص بالجمعية التعاونية للبترول فرع السويس لدي بنك اسكندرية بتاريخ 1989/12/31 بمعدل فائدة مشترك 6%.

المبالغ المدوعة		المبالغ المسحوبة	
1000 دينار كويتي مبالغ مدوعة	10/8	600 نقدية مسحوبة	10/2
600 دينار كويتي شيك مودع	10/18	700 دينار كويتي مسحوبات	10/25
500 دينار كويتي نقدية مدوعة	11/10	400 دينار كويتي شيك مسحوب	11/1
300 دينار كويتي شيك مودع	12/15	600 دينار كويتي قيمة بضاعة	12/8

<p>الحل: (316)</p> <p>بنك الإسكندرية</p> <p>بيان حساب الجمعية للتوزيعية للثروة بالعملة</p> <p>مقتلا بتاريخ 2004/2/31 بحسب 6 % سنويا</p>									
تاريخ القيد	بيان	حركة المبلغ		الأرصدة		تاريخ الاستحقاق	الأيام	القيمة	
		منه	له	منه	له			منه	له
10/2	مستحقات نقدية	600	-	600	-	10/2	6	3600	-
10/8	نقدية مودعة	-	1000	-	400	10/8	10	-	4000
10/18	شيك مودع	-	-	600	1000	10/18	7	-	7000
10/25	مستحقات	700	-	-	300	10/25	7	-	21000
11/1	شيك مسحوب	400	-	100	-	11/1	9	900	-
11/10	نقدية مودعة	-	-	500	400	11/10	28	-	11200
12/8	شحن بضاعة مشتراه	600	-	-	-	12/8	7	1400	-
12/15	بنك مودع	-	-	300	100	12/15	16	-	1600
	القوائم	-	3.333	-	-	-	-	-	-
	رصيد المبلغ لائقه	103.433	-	-	-	-	-	-	-
	رصيد القدر	-	-	-	-	-	-	-	-
								25900	25900

والآن لاحظ ما يلي :-

$$1- \text{ تم حساب الفوائد الدائنة } = \frac{2000}{6000} = 3.333 \text{ دينار كويتي}$$

2- تحتسب مدة الاستحقاق على أساس الفترة بين مدة استحقاق المبلغ والمبلغ الذي يليه مباشرة .

• الحالة الثانية مبالغ تستحق بعد تاريخ الاقفال:

وهنا يلاحظ أنه عند حساب الايام تحسب مدة الرصيد الذي يستحق بعد تاريخ الاقفال فتحسب المدة من تاريخ الاقفال الي تاريخ استحقاق كل منها وتكتب هذه الايام أمام المبالغ فقط وعند حساب النمر تنقل الي الجانب العكسي.

تدريب (1) :

المطلوب: اقفال الحساب الجاري الاتي والخاص بالمعهد الفني التجاري لدي البنك

الأهلي بتاريخ 2004/7/31 بمعدل مشترك 5%

600 دينار كويتي نقدية مودعه	6/10	700 دينار كويتي بنك مسحوب	6/15
500 دينار كويتي شيك مودع	7/12	300 دينار كويتي مسحوبات	7/2
700 دينار كويتي كمبيالة حق 8/10	7/28	500 دينار كويتي كمبيالة حق 15	7/25
		8/	

الحل:										
(318)										
لبنك الأهلي - فرع السويس										
بيان بحساب المصروفات للتجاري للحساب الأجنبي										
مقتلا بتاريخ 2004/7/31 بمعدل 5 % سنوياً										
الدين		الايام	تاريخ الاستحقاق	الأرصدة		حركة المبالغ		بيان	تاريخ القيد	
له	منه			له	منه	له	منه			
3000	-	5	6/10	600	-	600	-	نفعية مودعة	6/10	
-	1700	17	6/15	-	100	-	700	مستوفيات	6/15	
-	4000	10	7/2	-	400	-	300	مستوفيات	7/2	
1300	-	13	7/12	100	-	500	-	شيك مودع	7/12	
7500	-	15	8/15	-	400	-	500	كبيالة	7/25	
-	7000	10	8/10	300	-	700	-	كبيالة مودعة	7/28	
900	-	-	-	-	-	-	0.125	رصيد للدين والفوائد		
-	-	-	-	-	-	-	229.875	رصيد دائن		
12700	12700			1800	1800					

تدريب (2) :

في يوم أول مارس 2004 قطع تاجر الأوراق المالية التالية:

في بنك مصر كمبيالة بمبلغ 600 دينار كويتي علي أحد العملاء بالإسكندرية تستحق

في 2004/4/18

- كمبيالة بمبلغ 500 دينار كويتي علي أحد العملاء بالزقازيق تستحق في 15 مايو

سنة 2004

- كمبيالة بمبلغ 900 دينار كويتي علي أحد العملاء بالقاهرة تستحق

في 28 مايو سنة 2004

- كمبيالة بمبلغ 100 دينار كويتي علي أحد العملاء بالمنصورة تستحق

في 29 يونيو سنة 2004

والمطلوب: عمل فاتورة الخصم التي يقدمها البنك للتاجر علما بأن البنك خصم هذه

الأوراق بمعدل 6% سنويا وحسب عمولة بمعدل 1% ومصروفات تحصيل علي

الورقتين الثانية والرابعة فقط بمعدل 0.1% بحيث لا تقل مصروفات التحصيل للورقة

الواحدة عن 150 درهم.

الحل

الورقة الأولى:

عدد الأيام الباقية علي استحقاق الورقة الأولى

مارس أبريل

$$= 30 + 18 = 48 \text{ يوما}$$

مقدار الخصم المستحق علي الورقة الأولى

$$= \frac{48}{360} \times \frac{6}{100} \times 600$$

$$= 4.800 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار العمولة المستحقة عليها

$$= \frac{1}{1000} \times 600$$

$$= 0.6 \text{ دينار كويتي}$$

الورقة الثانية:

عدد الأيام الباقية علي الورقة الثانية

مارس أبريل مايو

$$= 30 + 30 + 15$$

$$= 75 \text{ يوما}$$

مقدار الخصم المستحق علي الورقة الثانية

$$= 500 \times \frac{6}{100} \times \frac{75}{360}$$

$$= 6.25 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار العمولة

$$= 500 \times \frac{1}{1000}$$

$$= 0.5 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار مصروفات التحصيل

$$= 500 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1000}$$

$$= 0.250 \text{ دينار كويتي}$$

الورقة الثالثة:

عدد الأيام الباقية علي تاريخ الاستحقاق

مارس أبريل مايو

$$= 30 + 30 + 28 = 88 \text{ يوما}$$

مقدار الخصم المستحق

$$= 900 \times \frac{6}{100} \times \frac{88}{360}$$

$$= 13.2 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار العمولة

$$= 900 \times \frac{1}{1000}$$

$$= 0.9 \text{ دينار كويتي}$$

الورقة الرابعة:

عدد الأيام الباقية

مارس أبريل مايو يونيو

$$= 30 + 30 + 31 + 29 = 120 \text{ يوما}$$

مقدار الخصم المستحق

$$= 100 \times \frac{6}{100} \times \frac{120}{360}$$

$$= 2 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار العمولة المستحقة

$$= 100 \times \frac{1}{1000} = 0.1 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار مصروفات التحصيل

$$= \frac{1}{1000} \times \frac{1}{2} \times 100$$

$$= 0.050 \text{ دينار كويتي}$$

وحيث أن هذا المبلغ أقل من 150 درهما

∴ مصروفات تحصيل الورقة الرابعة

$$= 150 \text{ درهم}$$

$$= 0.150 \text{ دينار كويتي}$$

ملخص

مجموع القيم الاسمية للأوراق كلها

$$= 100 + 900 + 500 + 600$$

$$= 2100 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار الخصم بمعدل 6% علي الأوراق كلها

$$= 2.000 + 13.200 + 6.250 + 4.800$$

$$= 26.250 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار العمولة المستحقة علي الأوراق كلها

$$0.1 + 0.9 + 0.5 + 0.6 =$$

$$= 2.1 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار مصروفات التحصيل

$$0.150 + 0.250 =$$

$$= 0.400 \text{ دينار كويتي}$$

إجمالي الخصم

$$0.400 + 2.100 + 26.250 =$$

$$= 28.750 \text{ دينار كويتي}$$

صافي المستحق

$$28.750 - 2100 =$$

$$= 20750.250$$

أما فاتورة الخصم الخاصة بهذه العملية فتكون علي النحو الآتي:

بنك مصر

القاهرة في أول مارس سنة 1961

حافضة خصم الأوراق التجارية المقدمة من

عدد الأوراق المخصصة 4

القيمة الاسمية 2100 دينار كويتي

الصافي المستحق 2071.250 دينار كويتي

معدل الخصم 6% سنويا

معدل العمولة 1%

معدل مصروفات التحصيل 1/2% بحد أدنى 150 درهم

مصرفات تحصيل			نمر	أيام	استحقاق	المسحوب عليه	القيمة الاسمية	
دينار	درهم	معدل					دينار	درهم
--	--	--	28800	48	18 أبريل	الاسكندرية	600
--	250	1/2%	27500	75	15 مايو	الزقازيق	500
--	--	--	79200	88	28 مايو	القاهرة	900
--	150	1/2%	12000	120	29 يونيه	المنصورة	100
	400		157500		بيان القطع		2100
					درهم دينار			
					26 حطيطه بمعدل 6% سنويا			
					2 عمولة بمعدل 1%			
					400 مصروفات تحصيل		28	750
					الصافي استحقاق أول مارس 2004		2071	250

ويلاحظ أن صافي المستحق للعميل يمكن حسابه مباشرة من فاتورة الخصم إذ أن معظم العمليات يمكن حسابها بالنظر كما أن استخدام طريقة النمو يسهل العمل كثيرا.
تدريب (3) :

المطلوب عمل فاتورة الخصم في تدريب رقم (2) إذا كان البنك يضيف مهلة يوم لكل ورقة تجارية ويحسب الخصم بمعدل 8% بدلا من 6% ويحسب مصروفات تحصيل علي الورقة الأولى والثالثة بمعدل 1/2% وفي الورقة الثانية والرابعة بمعدل 1% وبعد أدنى 200 درهم للورقة الواحدة.

الحل

يمكن إعداد فاتورة الخصم مباشرة كالآتي:

بنك مصر

القاهرة في أول مارس سنة 2004

حافضة خصم الأوراق التجارية المقدمة من

عدد الأوراق المخصومة 4

القيمة الاسمية 2100 دينار كويتي

الصافي المستحق 2071.250 دينار كويتي

معدل الخصم 6% سنويا

معدل العمولة 1 %

معدل مصروفات التحصيل 1/2 % بحد أدنى 150 درهم

مصرفات تحصيل			نمر	أيام	استحقاق	المسحوب عليه	القيمة الاسمية	
دينار	درهم	معدل					دينار	درهم
--	300	1/2 %	29400	48	18 أبريل	الاسكندرية	600
--	500	1 %	38000	75	15 مايو	الزقازيق	500
--	450	1/2 %	80100	88	28 مايو	القاهرة	900
--	200	1 %	12100	121	29 يونيه	المنصورة	100
1	450		159600				2100
بيان القطع								
درهم دينار								
35 467 حطيطه بمعدل 8 %								
سنويا								
2 100 عمولة بمعدل 1 %								
1 450 مصروفات تحصيل							39	017
							2060	983
الصافي استحقاق أول مارس درهم								

إعداد كشوف الحساب باستخدام لغة البيسك

يعالج هذا التطبيق البرنامج الكمبيوتر الذي يمكن استخدامه لحساب وطبع الفوائد التي يستحقها العميل لدى مصرف ما عن استثماراته. وينظم طبع البيانات بحيث تظهر في شكل كشف بين:

1. الرصيد الدوري.
 2. الفوائد التي تجمعت بين دورتين.
 3. مجموع الفوائد التي تجمعت في نهاية مدة معينة.
 4. السعر الفعلي للفائدة بناء على ما حققته الاستثمارات فعلا.
 5. يمكن أن يكون الكشف خاصا باستثمار واحد أو باستثمار معين تضاف إليه ودائع أو تسحب منه سحبات معينة.
- فإذا كان الكشف خاصا باستثمار واحد يجب إدخال البيانات بالمبلغ المستثمر، والمعدل الاسمي للفائدة، وعدد فترات تراكم الفوائد في العام الواحد. ويمكن إعداد الرصيد عن أربع فترات سنويا كحد أقصى. أما إذا كان هناك ودائع وسحوبات خلال العام يجب إدخال البيانات الخاصة بها إلى الكمبيوتر، وفي هذه الحالة يكون تراكم الفوائد يوميا باعتبار السنة (360) يوم، وفي هذه الحالة يطبع الرصيد مع كل دبيعة وكل سحب.

تدريب (1):

أودع العميل (2000) دينارا لمدة عشرة أعوام على أن تتراكم الفوائد شهريا، كم يكون رصيده وفوائده عن السنتين الأخيرتين، علما بأن الفوائد تحسب بسعر (9.5%)، وأن ليس هناك ودائع إضافية أو سحبات.

وفقاً لهذه المعلومات يصل الرصيد إلى (5152.11) ديناراً في نهاية السنة العاشرة وبذلك تكون الفوائد التي تجمعت خلال الأعوام العشرة مبلغ (3152.11) دينار، ويكون كشف الحساب عن السنتين الأخيرتين كالاتي، حيث يصل المعدل الفعلي للفائدة إلى (9.9247%) في السنة الواحدة.

السنة	الرصيد	الفائدة	تجميع الفوائد
Year	Balance	Interest	Accum. Interest
9	4365.84	2365.84	2365.84
	4470.35	104.51	2470.35
	4577.37	107.01	2577.37
	4686.94	109.58	2686.94
10	4799.14	112.20	2799.14
	4914.03	114.88	2914.03
	5031.66	117.63	3031.66
	5152.11	120.45	3152.11

تكريب (2):

أودع العميل ألف دينار لمدة عام بمعدل أسمى للفائدة (8%) علي أن يودع شهرياً مبلغ (50) دينار، وعلي أن تتراكم الفوائد مع كل ودیعة شهرية. بهذه البيانات يكون كشف الحساب كالاتي، حيث يصل الرصيد إلى (1705.99) دينار في نهاية العام، وبذلك يصل السعر الفعلي للفائدة إلى (8.3227%) للسنة الواحدة.

Year	Balance	Interest	Accumulated. Interest
1	1056.70	6.70	6.70
	1113.78	7.08	13.78
	1171.24	7.46	21.24

1229.08	7.84	29.08
1287.31	8.23	37.31
1245.94	8.62	45.94
1404.95	9.01	54.95
1464.36	9.41	64.36
1524.16	9.81	74.16
1584.37	10.20	84.37
1644.97	10.61	94.97
1705.99	11.01	105.99

تدريب (3):

أودع العميل ألف دينار بمعدل أسمى للفائدة (8%) علي أن يسحب كل ربع سنة مبلغ (150) دينار.

بهذه البيانات يكون الكشف الحسابي كالاتي، حيث يصل رصيد هذا العميل إلي (464.71) دينار، وبذلك يكون السعر الفعلي للفائدة (8.3227%) للسنة الواحدة.

Year	Balance	Interest	Accum. Interest
1	870.17	20.17	20.17
	737.71	17.54	27.71
	604.58	14.87	52.58
	464.71	12.14	64.71

هذه العمليات الحسابية يمكن تنفيذها وإعداد كشف الحساب المطلوب باستخدام البرنامج الكومبيوتر الآتي:

```

10  CLS
20  Print "Earned Interest Table"
30  DEFDBL A - Z
40  DEF SNG J,K
50  Print
55  Rem - Statements 60 to 260 require user input
60  Print "Principal";
70  Input P

```

```

80  Print "Nominal Interest Rate (%)";
90  Input I
95  Rem - Convert Percent to decimal
100 I = I / 100
110 Input "Number of deposits / withdrawals per year"; N 1
120 IF N1 <> ABS (Int (N1)) Then Print "Please use a
125 Positive integer value "; Go to 110
128 Rem - Don't ask for amount if frequency is zero
130 IF N1 = 0 Then 190
135 Rem - Deposits are entered as a positive number
138 Rem - Withdrawls are entered as a negative number
140 Print "Amount of deposit / with drawl";
150 Input R
155 Rem - Interest is compounded daily
160 N = 360

165 Rem - Print at each Deposit / with drawl
170 L 2 = N 1
180 Go to 230
190 Print "Number of compounding periods per year";
200 Input N
210 N 1 = 0
215 Rem - Print four times per year
220 L 2 = 4
230 Print "Start with what year";
240 Input X
250 Print "Znd Printing with what year";
260 Input Y
265 Rem - Start Printing at the beginning of a year
270 X = Int (X)
275 Rem - Initiate running totals
280 B 0 = P
290 I1 = 0
300 I2 = 0

```



```

310 13 = 0
320 K = 66
330 P 1 = 4
340 Rem - Start Printing ?
350 IF J 0 < X Then 520
355 Rem - Start Printing ?
360 IF K < 55 Then 510
365 Rem - Space to next page (assumed 66 lines per
368 Page )
370 For K 1 = K to 66
380 Print
390 Next K 1
400 K = 6
405 Rem - Print Headings
410 Print "Earned Interest Table"
420 Print "Principal ": P"; at; I/100;" % Nominal
425 For "; Y"; Years "
425 Rem - Skip deposit / withdrawl heading if there
428 are none
430 IF N 1 = 0 Then 460
440 Print "Regular deposit / wihtdrawl "; R "; N 1 "Times
445 Per year
448 Rem - K counts the number of printed lines per
449 Page
450 K = K + 1
460 Print "Effective Interest Rate";
470 Print using "****,*****"; 100* ((1+I/N) [ N - 1 ) ; Print"
475 % Per year"
480 Print
490 Print "Year"; Tab (14); "Balance", "Interest", "accum.
495 Interest"
498 Rem - Calculate Interest
500 Print
505 Rem - Print Year Number

```

```

510  Print using "****"; J0;
520  L1 = 1
530  N2 = 1
540  P2 = 1
550  For J1 - 1 To N
555  Rem - Deposits / withdrawl any more this year ?
560  IF N2 > N1 Then 600
565  Rem - Time to make Deposit / wirthdrawl ?
570  IF N2 > N1 J1 / N Then 600
575  Rem - Calculate New Balance
580  B0 - B0 + R
585  Rem - Count deposits / withdrawals made per year
590  N2 = N2 + 1
600  B2 = B0 * ( 1 + 1 / N )
605  Rem - I 1 = Amount Interest Accumulated
608  Period
610  I 1 = B2 - B0
615  Rem - I3 = Amount Interest Accumulated
618  Between posting
620  I3 = I3 + I1
625  Rem - I2 = Total Interest Accumulated to date
630  I2 = I2 + I1
640  IF P2 / P1 > J1 / N Then 6770
650  P2 = P2 + 1
655  Rem - Year to Start Printing ?
660  IF J0 < X Then 740
665  Rem - Time to Print a Line ?
670  IF J1 / N < L1 / L2 Then 740
680  L1 = L1 + 1
690  Rem - Print using statements used to align table with
695  Rem - Values rounded to the nearest Piaster for each
698  Posting
700  Print using "***** , **** , *****"; B 2, I 3, I 2
710  I 3 = 0
    
```

```

720   K = K + 1
725   Rem - Print Three blanks to align table needed
728   Rem - Because the year number is printed with
729   First Positing only of each year
730   Print " _____ " ;
740   B0 = B2
745   Rem - No more lines to Print in last year ?
750   IF J0 + J1 / N - 1 > Y Then 810
760   Next J1
765   Rem - Start Printing ?
770   IF J0 < X Then 800
780   Print
790   K = K + 1
800   Next J0
810   Print
820   Rem - Restart or end program ?
830   Print " Change data and recomputed? (1 = Yes, 0 = No)";
840   Input Z
850   Print
860   IF Z = 1 Then 50
870   End
    
```

تطبيقات عملية

1 - في يوم 17 يونيو 1961 باع تاجر الأوراق التجارية الآتية:

الورقة	تاريخ استحقاقها	قيمتها الاسمية	البنك المشتري
1	25 أغسطس 2004	1000 دينار كويتي	البنك الأهلي
2	24 سبتمبر 2004	1200 دينار كويتي	البنك الأهلي
3	24 أكتوبر 2004	800 دينار كويتي	البنك الأهلي
4	30 أكتوبر 2004	1800 دينار كويتي	بنك مصر

فإذا فرض أن القيمة الحالية التجارية التي حصل عليها التاجر لجميع هذه الأوراق هي 4697 دينار كويتي وأن بنك مصر حسب الخصم بمعدل 8% سنوياً دون أن يضيف أي مهلة على المدة فاحسب مقدار معدل الخصم الذي استخدمه البنك الأهلي علماً بأنه يضيف يوماً واحداً إلى مدة خصم كل ورقة كمهلة سداد.

(الإجابة 0.6)

2 - في أول مارس سنة 2004 قطع تاجر كمبيالة قيمتها الاسمية 2000 دينار كويتي

تستحق السداد في 28 يونيو من السنة نفسها والمطلوب حساب صافي المستحق

للتاجر علماً بأن البنك يضيف مهلة للسداد قدرها يوم واحد ويتقاضى عمولة

مقدارها 1 % (واحد في الألف) من القيمة الاسمية للكطبيالة كما يتقاضى مصروفات تحصيل بمعدل $\frac{1}{2}\%$ (نصف في الألف) من القيمة الاسمية ويحسب الخصم علي أساس معدل فائدة قدره 6% سنويا.

(الإجابة 1957 ديناراً)

3 - في التمرين السابق احسب معدل الخصم الاجمالي السنوي .

(الإجابة 6.5%)

4 - في يوم 15 فبراير سنة 2004 قطع تاجر الأوراق التجارية الآتية في بنك الجمهورية.

- كمبيالة بمبلغ 200 دينار كويتي علي أحد العملاء بالمنصورة استحقاق 6 مارس 2004

- كمبيالة بمبلغ 600 دينار كويتي علي أحد العملاء بالزقازيق استحقاق 26 مارس 2004

- كمبيالة بمبلغ 1000 دينار كويتي علي أحد العملاء بالاسكندرية استحقاق 15 أبريل مارس 2004

- كمبيالة بمبلغ 2000 دينار كويتي علي أحد العملاء بالقاهرة استحقاق 25 أبريل مارس 2004

والمطلوب عمل فاتورة الخصم التي يقدمها البنك للتاجر علما بأن البنك خصم هذه الأوراق بمعدل 6% سنويا وحسب عمولة بمعدل 1% ومصرفات تحصيل علي الورقتين الأولى والثانية بمعدل ½% بحد أدنى للورقة الواحدة 200 درهم، كما يضيف مهلة للسداد قدرها يوم واحد لكل ورقة.

الإجابة صافي المستحق للعميل (3757.7)

الفصل الرابع

الدفعات المتساوية

الفصل الرابع

الدفعات المتساوية

الدفعات المرتبة:

هي مبالغ متساوية تسدد أو تستثمر بصفة دورية في بداية أو نهاية كل من فترات زمنية متساوية. وتسمى الدفعة متساوية أو ثابتة إذا كانت مبالغها متساوية. والمبلغ الذي يدفع بصفة دورية يسمى مبلغ الدفعة وإذا كان سداد مبالغ الدفعة في آخر كل فترة سميت دفعة عادية، كما قد تسمى دفعة سداد أو استهلاك، وذلك لأن استخدامها يكون عندئذ لسداد دين.

وإذا كان إيداع مبالغ الدفعة أول كل فترة سميت دفعة غير عادية، كما قد تسمى دفعة استثمار، أو دفعة فورية. وإذا لم يذكر نوع الدفعة فهي عادية.

ومدة الدفعة هي المدة من أول الفترة الأولى (للسداد أو الإيداع) إلى آخر الفترة الأخيرة.

أنواع الدفعات المتساوية المرتبة:

عرفنا الدفعة المتساوية المرتبة وقلنا إن الدفعة تسمى عادية إذا كانت مبالغها تنفع في آخر كل فترة من مدة السداد، وتسمى فورية أو غير عادية إذا كانت مبالغها تنفع في أول كل فترة من مدة السداد .
والدفعات ويمكن تقسيمها إلى النوعين الآتيين:

(أ) الدفعات العاجلة: وهي التي يستحق أول مبالغها في الفترة الأولى التي تبدأ من الآن (في آخر الفترة إذا كانت الدفعة عادية، وفي أول الفترة إذا كانت الدفعة فورية).

(ب) الدفعات المؤجلة: وهي دفعات يستحق أول مبالغها بعد انقضاء فترة أو أكثر. فمثلا إذا كانت الدفعة سنوية عادية ويستحق أول مبالغها بعد سنتين فمعنى هذا أن الفترة الأولى فقط تتقضي دون أن يستحق من مبالغ الدفعة شيء ونقول إن الدفعة عادية مؤجلة سنة.

وإذا كانت الدفعة سنوية عادية ويستحق أول مبالغها بعد 3 سنوات نقول أن الدفعة مؤجلة سنتين.

وإذا كانت الدفعة سنوية فورية يستحق أول مبالغها بعد سنتين (أي في بداية السنة الثالثة) نقول أن الدفعة فورية مؤجلة سنتين. وهكذا

وعلي العموم إذا كان أول مبالغ الدفعة لا يستحق أثناء الفترات الأولى التي عددها (م) ثم يستحق في الفترة التالية مباشرة نقول أن الدفعة مؤجلة (م) من الفترات وأن (م) هي مدة التأجيل.

وبلاحظ في هذه الحالة أنه:

(أولا) إذا كانت الدفعة فورية مؤجلة (م) من الفترات فإن أول مبالغها يستحق بعد (م) من الفترات تماما (أي في أول الفترة التي ترتبها $1 + م$)

(ثانيا) إذا كانت الدفعة عادية مؤجلة (م) من الفترات فإن أول مبالغها يستحق بعد $1 + م$ من الفترات تماما (أي في آخر الفترة التي ترتبها $1 + م$).

ويمكن تقسيم الدفعات المذكورة أنفاً إلى النوعين الآتيين:

- (أ) الدفعات المحدودة: وهي دفعات تنتهي مدة سدادها بعد مدة محددة.
 (ب) الدفعات الدائمة: وهي دفعات مستمرة مدة سدادها إلى مالا نهاية والدفعة قد تكون عادية أو فورية، عاجلة أو مؤجلة، محدودة أو دائمة.
 وفي كل حالة قد تكون فترة السداد سنة أو ستة شهور أو شهر واحد أو غير ذلك.

جملة الدفعة المتساوية

الرمز — ٣

يستخدم الرمز — ٣ للدلالة على جملة دفعة مرتبة متساوية مبلغها الدوري دينار كويتي واحد ومدتها ن من وحدات الزمن، على أن تحسب هذه الجملة في نهاية مدة السداد أي بعد دفع (أو استحقاق) المبلغ الأخير مباشرة.

فإذا كان لدينا دفعة سنوية مبلغها السنوي دينار كويتي واحد ومدتها 3 سنوات فإن — ٣ هي الجملة التي تؤول إليها مبالغها الثلاثة وذلك في نهاية السنة الثالثة وبعد دفع المبلغ الثالث مباشرة.

فإذا كان معدل الفائدة السنوي ع فإن

— ٣ = جملة الدينار الأول + جملة الدينار الثاني + جملة الدينار الثالث

$$= 1 + (ع + 1) + (ع + 1)^2$$

وبعكس ترتيب الطرف الأيسر نجد أن:

$$— ٣ = 1 + (ع + 1) + (ع + 1)^2$$

وبالمثل نجد أن :

$$\text{حـ} \quad 1 + (ع + 1) + (ع + 1)^2 + (ع + 1)^3$$

وعلى وجه العموم فإن :

$$\text{حـ} \quad 1 + (ع + 1) + (ع + 1)^2 + \dots + (ع + 1)^{ن-1}$$

ويلاحظ أن الطرف الأيسر متوالية هندسية تحتوي على n من الحدود وحدها الأول 1 وأساسها $(ع + 1)$ فبتطبيق قانون مجموع المتوالية الهندسية نجد من هذه المعادلة أن :

$$\text{حـ} \quad 1 = \frac{1 - (ع + 1)^{ن-1}}{1 - (ع + 1)}$$

أو

$$\text{حـ} \quad \frac{1 - (ع + 1)^{ن-1}}{ع} =$$

تدريب (1) :

أوجد جملة دفعة سنوية عادية مبلغها السنوي 1 دينار كويتي ومدتها 3 سنوات على أساس معدل الفائدة 4% سنوياً.

الحل

$$\text{حـ} \quad 1 + (ع + 1) + (ع + 1)^2 + (ع + 1)^{ن-1}$$

$$\text{حـ} \quad 1 + 1.04 + 1.04^2 + \dots + 1.04^{ن-1}$$

$$= 1 + 1.04 + 1.0816 + \dots + 3.1216$$

كما يمكن الحل باستخدام العلاقة

$$\frac{1 - (1 + E)^{-N}}{E} = \text{حـ}$$

$$\therefore \text{حـ} = \frac{1 - 104^{-3}}{0.04} = \text{بمعدل } 4\%$$

$$3.1216 = \frac{1 - 1.124864}{0.04}$$

تدريب (2):

ماذا تكون جملة الدفعة في التريب السابق إذا كان مبلغ الدفعة السنوي 100 دينار كويتي ؟

الحل

لو وضعنا 100 دينار بدلا من 1 دينار فإننا نجد أن

$$\text{جملة الدفعة} = 100 + 100(1 + E) + 100(1 + E)^2$$

$$\text{حيث } E = 0.04$$

$$\therefore \text{جملة الدفعة} = 100 [1 + (1 + E) + (1 + E)^2]$$

$$= 100 \text{ حـ بمعدل } 4\%$$

$$= 100 \times 3.1216 \text{ من التريب السابق}$$

$$= 32.16 \text{ دينار كويتي}$$

جملة الدفعة العادية المتساوية:

يتبين لنا من مما سبق أنه كان لدينا دفعة عادية متساوية مدتها n ومبلغها الدوري P من الدينارات فإن

$$\text{جملة الدفعة} = \text{المبلغ الدوري} \times \frac{1 - \frac{1}{(1 + i)^n}}{i} = P \times \frac{1 - \frac{1}{(1 + i)^n}}{i}$$

علي أن تحسب الجملة عقب سداد أو استحقاق المبلغ الأخير مباشرة

تدريب (1):

أوجد جملة دفعة عادية نصف سنوية مبلغها النصف سنوي 100 دينار كويتي ومدتها 10 سنوات علي أساس معدل فائدة إسمي سنوي 6% يضاف مرتين في السنة.

الحل

هنا نجد أن فترة السداد نصف سنة. وتتكون مدة السداد من 20 فترة فيكون الحل

كالآتي:

$$\text{جملة الدفعة} = 100 \times \frac{1 - \frac{1}{(1 + i)^n}}{i} \text{ بمعدل } 3\%$$

$$\therefore \frac{100}{(1 + i)^n} = P \times \frac{1 - \frac{1}{(1 + i)^n}}{i}$$

$$\frac{100}{(1 + 0.03)^{20}} = P \times \frac{1 - \frac{1}{(1 + 0.03)^{20}}}{0.03}$$

$$[\text{من جداول } (1 + i)^n] \quad \frac{1 - 1.80611}{0.03} =$$

$$= 26.8703$$

$$\therefore \text{جملة الدفعة} = 26.8703 \times 100 = 2687.03 \text{ دينار}$$

هذا وتوفيراً للجهد حسبت قيم $\sqrt[3]{x}$ لجميع القيم العملية للمعدل ع والزمن ن.

وفي الجداول الملحقة بهذا الكتاب نجد قيمة $\sqrt[3]{x}$ لقيم ن الصحيحة من 1 إلى 50

وللقيم العملية للمعدل المحصورة بين 1% ، 6%.

فلإيجاد قيمة $\sqrt[20]{x}$ بمعدل 3% مثلاً من الجدول نبحت تحت المعدل 3%

في عمود $\sqrt[20]{x}$ أمام 20 سنة ونجد العدد 26.8704 وهو العدد الذي حصلنا عليه

بالعمليات المطولة في تدريب السابق 45، مع فرق بسيط نتيجة عمليات التقريب.

ويجدر بنا أن نلاحظ هنا أنه ليس من الضروري أن تكون وحدة الزمن س فمثلاً

$\sqrt[10]{x}$ بمعدل 2% معناها:

جملة دفعة سنوية عادية مبلغها السنوي دينار كويتي واحد ومدتها 20 سنة، علي أساس

معدل فائدة 2% سنوياً.

أو جملة دفعة نصف سنوية عادية مبلغها النصف سنوي دينار كويتي واحد ومدتها 20

نصف سنة، أي 10 سنوات، علي أساس معدل فائدة 2% عن كل نصف سنة. وهكذا.

تدريب (2):

أوجد جملة دفعة عادية نصف سنوية مقدارها 200 دينار كويتي ومدتها 4 سنوات،
6 شهور إذا كان معدل الفائدة 1.5 % عن كل نصف سنة.

الحل

$$\text{المدة} = 2 \times 4 \times \frac{6}{12} = 9 \text{ وحدات زمن}$$

$$\therefore \text{جملة الدفعة} = 200 \times \frac{1}{1.015^9} \text{ بمعدل } 1.5 \%$$

$$= 300 \times 9.5593$$

$$= 1911.860 \text{ دينار كويتي}$$

[وقد أوجدنا قيمة $\frac{1}{1.015^9}$ بمعدل 1.5 % من جدول 1.5 % في عمود $\frac{1}{1.015^9}$ أمام 9 وحدات زمن].

تدريب (3):

أودع شخص مبلغا معيناً في بنك في آخر ديسمبر من كل عام وبعد إيداع الدفعة العاشرة مباشرة وجد أن رصيده في البنك 1094.970 دينار كويتي فإذا كان معدل الفائدة 2% سنوياً فكم كان المبلغ الذي أودعه الشخص سنوياً في البنك ؟

الحل

$$\text{جملة الدفعة} = \text{مبلغ الدفعة السنوي} \times \frac{1}{1.02^{10}} \text{ بمعدل } 2\%$$

$$\therefore 1094.970 = \text{مبلغ الدفعة السنوي} \times 10.9479$$

$$\therefore \text{مبلغ الدفعة السنوي} = 1094.970 \div 10.9497$$

$$= 100 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (4):

أودع تاجر في بنك 300 دينار كويتي في آخر يونيو من كل سنة وبعد أن أودع الدفعة الخامسة مباشرة وجد أن رصيده في البنك 1545.690 دينار كويتي فماذا كان معدل الفائدة في البنك ؟

الحل

$$\text{جملة الدفعة} = \text{مبلغ الدفعة السنوي} \times \text{ح} - \text{بمعدل ع}$$

$$\therefore 1545.690 = 300 \times \text{ح} - \text{بمعدل ع}$$

$$\therefore \text{ح} - \text{بمعدل ع} = 1545.690 \div 300$$

$$= 5.1523$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة في عمود ح - أمام 5 وحدات زمن نجد هذا

العدد موجود تحت معدل 1.5 %

\therefore المعدل المطلوب 1.5 % سنويا

تدريب (5):

أودع شخص 100 دينار كويتي في كل سنة ابتداء من آخر ديسمبر 2005 فإذا علم أن معدل الفائدة في البنك 2% وأن رصيد الشخص في البنك عقب إيداع الدفعة في سنة معينة كان 1468.030 دينار كويتي فما هي تلك السنة المعينة ؟

الحل

نفرض أن مدة الإيداع ن

$$1468.030 - 100 \times \frac{1}{100} = 1468.030 \text{ بمعدل } 2\%$$

$$\therefore \frac{1468.030}{100} = 14.6803 \text{ بمعدل } 2\%$$

وبالبحث في جداول الفائدة في عمود $\frac{1}{100}$ تحت معدل 2% نجد أن هذا العدد

موجود أمام 13 وحدة زمن

\therefore السنة المعينة هي سنة 2017

(لاحظ أن عدد مرات الإيداع ابتداء من آخر ديسمبر 2005 إلى آخر ديسمبر 2017

هي 13 وليس 12)

الرمز $\frac{1}{100}$

يستخدم الرمز $\frac{1}{100}$ للدلالة على جملة دفعة مرتبة متساوية مبلغها الدوري دينار كويتي واحد ومدتها ن من وحدات الزمن، على أن تحسب هذه الجملة في نهاية مدة السداد، أي بعد دفع (أو استحقاق) المبلغ الأخير بمدة قدرها فترة واحدة كاملة.

فإذا كان لدينا دفعة سنوية فورية مبلغها السنوي دينار كويتي واحد ومدتها 2 سنوات فإن $\frac{1}{100}$ هي الجملة التي تؤول إليها مبلغها الثلاث في آخر مدة السداد، أي بعد ميعاد سداد المبلغ الأخير بسنة.

فإذا كان معدل الفائدة السنوي ع فإن

حـ = جملة الدينار الكويتي الأول + جملة الدينار الكويتي الثاني + جملة الدينار

الكويتي الثالث

$$\text{حـ} = (ع + 1) + (ع + 1)^2 + (ع + 1)^3$$

وبعكس ترتيب الطرف الأيسر نجد أن

$$\text{حـ} = (ع + 1) + (ع + 1)^2 + (ع + 1)^3$$

وبالمثل نجد أن

$$\text{حـ} = (ع + 1) + (ع + 1)^2 + \dots + (ع + 1)^n$$

كما يمكن القول بأن

$$\text{حـ} = (ع + 1) \times \text{حـ}$$

تكريب :-

أوجد قيمة حـ بمعدل 4%

الحل

$$\text{حـ} = 12.061 \times 1.04 = \text{حـ} \text{ بمعدل 4\%}$$

$$12.061 \times 1.04 =$$

$$12.4863 \text{ - إلى أربعة أرقام عشرية}$$

في حالة وجود دفعة فورية مبلغها الدوري ط فإننا نوجد جملتها باستخدام القانون.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{جملة الدفعة الفورية} = \text{المبلغ الدوري} \times \frac{1 - \frac{1}{(1 + i)^n}}{i} \\ \text{ط} = \frac{\text{جملة الدفعة الفورية} \times i}{1 - \frac{1}{(1 + i)^n}} \end{array} \right.$$

حيث (ن) هي مدة السداد (عدد المبالغ)، والجملة محسوبة آخر مدة السداد أي بعد دفع أو استحقاق آخر مبالغ الدفعة بفترة واحدة.

تدريب :-

أوجد جملة دفعة فورية نصف سنوية مدتها 5 سنوات علي أساس معدل فائدة أسمي سنوي 6% يدفع مرتين في السنة.

الحل

$$\text{جملة الدفعة} = 100 \times \frac{1 - \frac{1}{(1 + 0.03)^5}}{0.03} \text{ بمعدل } 3\%$$

$$= 100 \times \frac{1 - \frac{1}{(1 + 0.03)^5}}{0.03} \text{ بمعدل } 3\%$$

$$= 100 \times (1 - 0.858308) = 14.1692$$

$$= 11.878 \times 100$$

$$= 1180.780 \text{ دينار كويتي}$$

جملة الدفعة المتساوية بعد فترة تلي دفع آخر مبالغها:

قد يراد أحيانا إيجاد جملة دفعة في يوم يقع بعد دفع آخر مبالغها بعدد صحيح من وحدات الزمن فيكون العمل كما في التدريب الآتي:

تدريب (1):

احسب جملة 15 قسطا سنويا قيمة كل منها 100 دينار كويتي بعد ميعاد آخر قسط بخمس سنوات علي أساس معدل فائدة 3% سنويا.

الحل الأول

جملة الدفعة يوم دفع القسط الأخير = $100 - \frac{100}{1.03^{15}}$ بمعدل 3%

$$= 18.5989 \times 100 = 1859.89 \text{ دينار كويتي}$$

ويمكننا الآن أن نعتبر أن هذا المبلغ رأس مال استثمر لمدة الخمس سنوات التالية:

$$\therefore \text{الجملة بعد ذلك التاريخ بخمس سنوات} = 1859.89 \times (1.03)^5$$

$$= 1.15927 \times 1859.89$$

$$= 256.115$$

الحل الثاني:

يمكننا أن نحل التكريب باستخدام جداول $\sqrt[5]{}$ فقط كما يلي:
نفرض أن الأقساط السنوية استمرت طوال السنوات الخمس التي تلي الخمسة عشر سنة التي دفعت فيها الأقساط فعلا، ونوجد جملة العشرين قسطا في نهاية العشرين سنة. ثم نطرح جملة الأقساط الخمسة التي اضعفناها.

$$\therefore \text{الجملة المطلوبة} = 100 - \sqrt[20]{100} - \sqrt[5]{100} \text{ بمعدل } 3\%$$

$$= 100 - (26.8704 - 5.3091)$$

$$= 2156.130 \text{ دينار كويتي}$$

وواضح أن الحل الثاني أسهل في عملياته من الحل الأول.

تدريب (2):

أودع شخص 100 دينار كويتي في بنك في أول كل سنة من أول يناير 1998 وذلك لمدة 10 سنوات ثم توقف عن الإيداع فإذا علم أن الشخص لم يسحب شيئا بعد ذلك وأن البنك يعطي فواتدا بمعدل 3% سنويا فما هو رصيد هذا الشخص في البنك في آخر ديسمبر 2012 .

الحل

المدة من أول يناير 1998 إلى آخر ديسمبر 2012 هي 15 سنة

(وليست 14 سنة)

يمكننا أن نعتبر أن الشخص أودع 100 دينار كويتي أول كل سنة لمدة 15 سنة
وسحب 100 دينار كويتي أول كل من السنوات الخمس الأخيرة.

∴ رصيد الشخص في آخر ديسمبر 2012

$$= 100 - 100 \times \frac{1}{15} \text{ بمعدل } 2\%$$

$$= 100 - (1 - \frac{1}{16}) 100 \text{ بمعدل } 2\%$$

$$= 100 \times 17.6393 - 100 \times 5.3071$$

$$= 1233.120 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (3):

أودع شخص مبلغ 200 دينار كويتي في أول كل شهر من شهر عام 2005 في بنك
يحسب الفوائد البسيطة بمعدل 4% سنوياً. فأوجد جملة ما تكون له في نهاية السنة .

الحل

$$\text{ح} - \text{أ} \quad \left[\frac{ع(ن+م)}{2} + 1 \right]$$

$$\text{ع} = 4\% \quad \text{ن} = 12 \text{ سنة}$$

$$\text{أ} = 200$$

$$\text{ح} = 12 \times 200 \left[\frac{(1+12)4}{12 \times 200} + 1 \right]$$

$$= 2400 - \frac{52 + 2400}{12 \times 200} = 2452 \text{ دينار كويتي}$$

تكريب (4):

أحسب جملة دفعة مقدارها 200 دينار كويتي تدفع كل ثلاثة أشهر لمدة عامين إذا كان معدل الفائدة 6% إذا كان الدفع يتم

أ - أول كل ثلاثة شهور

ب - آخر كل ثلاثة شهور

الحلالدفعات غير العادية

$$ج - أ ن \quad \frac{ع(ن+م)}{2} + 1$$

$$ج - 8 \times 200 = \frac{(3+24)6}{12 \times 2 \times 100} + 1$$

$$1600 = \frac{27 \times 6}{24 \times 100} + 1 \quad 1708 \text{ دينار كويتي}$$

الدفعات العادية :

$$ح - أ ن \quad \left[\frac{ع(ن-م)}{2} + 1 \right]$$

$$ح - 8 \times 200 = \left[\frac{(3-24)6}{12 \times 2 \times 100} + 1 \right]$$

$$1600 = \left[\frac{21 \times 6}{24 \times 100} + 1 \right]$$

$$= 1684 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (5):

أودع شخص مبلغ 400 دينار كويتي في آخر كل شهرين خلال عام 1987 ثم أنقص المبلغ الي 300 دينار كويتي خلال عام 1988 والي 200 دينار كويتي خلال عام 1989 فاذا علمت أن البنك يحسب فوائد بسيطة بمعدل 5% سنويا. أوجد جملة ما يتكون لهذا الشخص في نهاية عام 1989 .

الحل

$$\text{جملة دفعات 1987} = 6 \times 400 = 2400 + 1 \times \frac{(24+24)5}{2 \times 12 \times 150} = 2690 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{جملة دفعات 1988} = 6 \times 300 = 1800 + 1 \times \frac{(12+22)5}{2 \times 12 \times 100} = 1927.5 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{جملة دفعات 1989} = 6 \times 200 = 1200 + 1 \times \frac{(2-12)5}{2 \times 12 \times 100} = 1225 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{جملة الدفعات في نهاية 1989} = 1225 + 1927.5 + 2690$$

$$= 5842.5 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (6):

أودع أحد الأشخاص دفعة عادية في نهاية كل ثلاثة أشهر خلال عام 1987 في بنك يحسب فوائد بسيطة 6% سنويا ثم زاد قيمة الدفعة الي الضعف خلال عام 1988 فاذا علمت أن جملة المتكون له في نهاية عام 1989 مبلغ 1251 دينار كويتي فلوجد قيمة الدفعة خلال السنين.

الحل

$$\text{الجملة} = \text{جملة دفعات عام 1987} + \text{جملة دفعات عام 1988}$$

$$1251 = 8 \times 1 + 1 \times \frac{(3-24)6}{12 \times 2 \times 100} + 4 \times 1 + 1 \times \frac{(3-12)6}{12 \times 2 \times 100}$$

$$\frac{54+2400}{2400} \times 14 + \frac{126+2400}{2400} \times 18 = 1251$$

$$\frac{2454}{2400} \times 14 + \frac{2526}{2400} \times 18 = 1251$$

$$12.51 = \frac{20024}{2400} = \frac{9816+20208}{2400} = 1251$$

$$100 \text{ دينار كويتي} = \frac{1251}{12.51}$$

قيمة الدفعة خلال السنة الثانية = 200 دينار كويتي

القيمة الحالية للدفعات المتساوية

بلاحظ أن القيمة الحالية للدفعة يرمز لها بالرمز K إذا كانت دفعة عادية

ويرمز لها بالرمز \bar{K} إذا كانت غير عادية .

فإذا كانت الدفعة سنوية ومدتها n من السنوات وإذا كان المبلغ السنوي دينار كويتي

والدفعة غير مؤجلة فإن القيمة الحالية يرمز لها بالرمز:

K إذا كانت الدفعة عادية كما يرمز لها بالرمز \bar{K} إذا كانت الدفعة فورية

أما إذا كانت الدفعة مؤجلة (m) من السنوات فإن القيمة الحالية للدفعة يرمز لها

بالرمز K_m إذا كانت الدفعة عادية ويرمز لها بالرمز \bar{K}_m إذا كانت الدفعة

فورية.

أما إذا كانت الدفعة دائمة فإنه يعوض عن العلامة ∞ في جميع ما ذكر بعلامة مالا نهاية (∞) وعلى هذا نجد أنه في حالة الدفعات الدائمة السنوية والتي يكون مبلغها السنوي دينار كويتي واحدا تكون رموز القيمة الحالية كالآتي:

∞ في حالة الدفعة العادية غير المؤجلة

∞ في حالة الدفعة غير العادية وغير المؤجلة

∞ في حالة الدفعة العادية المؤجلة م من السنوات

∞ في حالة الدفعة غير العادية المؤجلة م من السنوات

حساب القيمة الحالية للدفعات السنوية المختلفة

(أولا) الدفعات المحدودة العاجلة:

القاعدة العامة لحساب القيمة الحالية لأي نوع من أنواع الدفعات هي أن نحدد موعد سداد كل مبلغ من مبالغ الدفعة أولا ثم نحسب القيمة الحالية لهذه المبالغ وجمعها نحصل على القيمة الحالية المطلوبة للدفعة:

إيجاد قيمة K

K هي القيمة الحالية لدفعة سنوية عادية مدتها n من السنوات والمبلغ السنوي

لها دينار كويتي واحد

أي أن المبالغ في هذه الحالة تدفع كالتالي:

المبلغ الأول يدفع بعد سنة

والمبلغ الثاني يدفع بعد سنتين

وهكذا حتى نجد أن:

المبلغ الأخير يدفع بعد (n) من السنوات

فإذا كان معدل الفائدة السنوي (e) فإننا نجد أن:

$$C = \frac{1}{e+1} = \text{القيمة الحالية للمبلغ الأول}$$

$$C^2 = \left(\frac{1}{e+1} \right) = \text{القيمة الحالية للمبلغ الثاني}$$

وهكذا نجد أن:

$$C^n = \left(\frac{1}{e+1} \right) = \text{القيمة الحالية للمبلغ الأخير}$$

أي أن:

$$S_n = C + C^2 + C^3 + \dots + C^n$$

= حاصل جمع متوالية هندسية حدها الأول ج وأساسها ح وعدد حدودها ن

$$= C \times \frac{C^n - 1}{C - 1}$$

$$= \frac{C^n - 1}{1 - \frac{1}{C}}$$

$$\text{وحيث أن } C = \frac{1}{1 + E}$$

$$\therefore \frac{1}{C} = 1 + E$$

$$، \quad \frac{1}{C} = 1 + E$$

وعلي هذا نجد أن

$$S_n = \frac{C^n - 1}{E}$$

تكريب :-

احسب القيمة الحالية لدفعة سنوية مقدارها 200 دينار كويتي تدفع في آخر كل سنة لمدة 20 سنة وذلك بمعدل فائدة سنوي 5%

الحل

في هذه الحالة نجد أن

$$ع = 0.05 ، ن = 20$$

فبالتعويض في القانون التالي

$$\frac{1 - 1.05^{-20}}{0.05} = \frac{1 - 1.05^{-20}}{0.05}$$

$$\frac{1 - 1.05^{-20}}{0.05} = \frac{1 - 1.05^{-20}}{0.05}$$

ومن جداول الفائدة المركبة نجد أن

$$ج^{20} \text{ بمعدل } 5\% = 0.37689$$

$$\therefore \frac{0.37689 - 1}{0.05} = \frac{0.37689 - 1}{0.05}$$

$$\frac{0.62311}{0.05} =$$

$$= 12.4622$$

وهذه هي القيمة الحالية إذا كان المبلغ السنوي دينار كويتي واحدا فإذا كان المبلغ السنوي 200 دينار كويتي فإن القيمة الحالية:

$$= 12.4622 \times 200$$

$$= 2492.440$$

$$= 2492.440 \text{ دينار كويتي}$$

جداول القيمة الحالية للدفعات

حسبنا قيمة K_{20} في التدريب السابق بأن حسبنا أولاً قيمة C_{20} من جداول الفائدة

المركبة (الخانة الثالثة) ثم عوضنا في القانون وأوجدنا القيمة المطلوبة.

غير أن جداول الفائدة المركبة كما تعطي قيم

(1 + ع) ن في الخانة الثانية

، ح^ن في الخانة الثالثة

، K_{20} في الخانة الرابعة

فإنها تعطي أيضاً قيم K_{20} في الخانة الخامسة

وذلك لقيم (ن) الصحيحة من 1 إلى 50 وبمعدلات الفائدة

1% ، 1.25% ، 1.50% ، 1.75% ، 2.25% ، 2.5% ، 3% ، 3.5% ، 4.5% ،

5% ، 6%

ومن ثم فإيجاد القيمة الحالية للدفعة في التدريب السابق نبحت في جداول الفائدة

المركبة تحت المعدل 5% فنجد في خانة K_{20} أمام المدة 20 أن

$$K_{20} = 12.4622$$

وتكون القيمة الحالية المطلوبة

$$= 12.4622 \times 200$$

$$= 2492.440 \text{ دينار كويتي كما سبق}$$

استخدام جدول Σ لحساب القيمة الحالية للدفعة إذا كانت تسدد علي فترات

أقل من سنة

إذا كانت الدفعة عادية وتسدد علي فترات أقل من سنة، مثلاً كل ستة شهور أو كل ثلاثة شهور فإنه يمكن حساب قيمتها الحالية باستخدام جداول Σ أيضاً ولكن مع

مراعاة مايلي:

1 - نعوض عن (ع) بمعدل الفائدة عن الفترة الزمنية

2- نعوض عن (ن) بعدد الفترات الزمنية بدلا من عدد السنوات

تدريب :

أراد أحد الأشخاص أن يتبرع لجمعية خيرية بمبلغ 50 دينار كويتي كل ثلاثة شهور يدفع المبلغ في آخر كل فترة زمنية ولمدة 5 سنوات ولكي يضمن سداد هذا المبلغ اتفق مع أحد البنوك علي أن يقوم بالسداد نيابة عنه في المواعيد المحددة في مقابل أن يسدد هو للبنك القيمة الحالية للدفعة فما مقدار المبلغ الذي يسدده لو أن الفوائد حسبت بمعدل سنوي إسمي 5% يدفع علي 4 مرات في السنة.

الحل

المبلغ الواجب سداده

$$= 50 \times \Sigma$$

$$\text{حيث } n = 4 \times 5$$

$$= 20$$

$$e = \frac{0.05}{4}$$

$$= 0.0125$$

وبالبحث ف بجداول الفائدة المركبة تحت المعدل 1.25% نجد من الخانة الخامسة أن:

$$\bar{s}_{\overline{20}|0.0125} = 17.5993$$

أي أن المبلغ الواجب سداده

$$= 17.5993 \times 50$$

$$= 879.965 \text{ دينار كويتي}$$

إيجاد قيمة $\bar{s}_{\overline{20}|0.0125}$

$\bar{s}_{\overline{20}|0.0125}$ هي عبارة عن القيمة الحالية لدفعة سنوية عاجلة مدتها (ن) من السنوات

ومبلغها السنوي دينار كويتي يسدد في أول كل سنة.

أي أن $\bar{s}_{\overline{20}|0.0125}$ عبارة عن حاصل جمع:

القيمة الحالية لمبلغ دينار كويتي يستحق السداد حالا

+ القيمة الحالية لمبلغ دينار كويتي يستحق السداد بعد سنة

+ القيمة الحالية لمبلغ دينار كويتي يستحق السداد بعد سنتين

+

+ القيمة الحالية لمبلغ دينار كويتي يستحق السداد بعد (ن - 1) من السنوات فإذا كان

معدل الفائدة السنوي يساوي ع فإننا نجد أن

$$\bar{S} = 1 + C + C^2 + \dots + C^{n-1}$$

= حاصل جمع متوالية هندسية حدها الأول 1 وأساسها ح وعدد حدودها ن

$$= 1 \times \frac{C^n - 1}{C - 1}$$

$$\text{ولكن } 1 - C = -1 + \frac{1}{C+1}$$

$$= \frac{C}{C+1}$$

$$\therefore \bar{S} = \frac{C^n - 1}{\frac{C}{C+1}}$$

$$= \frac{C^n - 1}{C} \times (C + 1)$$

$$= (C + 1) \bar{S}$$

حساب قيمة \bar{S} من الجداول

لم تعمل جداول خاصة لإيجاد قيمة \bar{S} وذلك اكتفاء بالعلاقة السابقة التي تعطي قيمة \bar{S} بدلالة \bar{S}

تدريب :

ما مقدار القيمة الحالية لدفعة سنوية فورية مدتها 20 سنة ومقدارها السنوي 100 دينار كويتي علي اعتبار أن معدل الفائدة 5% سنويا ؟

الحل

القيمة الحالية المطلوبة

$$100 - \bar{S} \text{ بمعدل } 5\%$$

ومن العلاقة التالية

$$\bar{S} = (1 + 0.05)^{-20}$$

ومن جداول الفائدة المركبة للمعدل 5% نجد أن

$$12.4622 = \bar{S}$$

$$\therefore \bar{S} = 12.4622 \times 1.05$$

$$13.08531 =$$

∴ القيمة الحالية المطلوبة

$$= 13.08531 \times 100 =$$

$$= 1308.531 \text{ دينار كويتي}$$

(ثانيا) الدفعات المحدودة المؤجلة

إيجاد قيمة $S|_m$

$S|_m$ هي عبارة عن :-

القيمة الحالية لمبلغ دينار كويتي يستحق السداد بعد ($m + 1$) من السنوات
 + القيمة الحالية لمبلغ دينار كويتي يستحق السداد بعد ($m + 2$) من السنوات
 + القيمة الحالية لمبلغ دينار كويتي يستحق السداد بعد ($m + 3$) من السنوات
 + القيمة الحالية لمبلغ دينار كويتي يستحق السداد بعد ($m + 4$) من السنوات
 + القيمة الحالية لمبلغ دينار كويتي يستحق السداد بعد ($m + n$) من السنوات
 فإذا كان معدل الفائدة السنوي i فإن

$$S|_m = C^{m+1} + C^{m+2} + \dots + C^{m+n}$$

$$= C [C^1 + C^2 + C^3 + \dots + C^n]$$

$$= C S'_n$$

$$\therefore S|_m = C S'_n \times i$$

تدريب:

احسب القيمة الحالية لدفعة سنوية عادية مقدارها السنوي 100 دينار كويتي ومدتها 15 دينار كويتي ومؤجلة 10 سنوات إذا كان معدل الفائدة السنوي 3%

الحل

القيمة الحالية للدفعة

$$= 100 \times 10 \times \frac{1}{1.03^{10}} \text{ بمعدل } 3\%$$

$$= 100 \times \frac{1}{1.03^{15}} \times 10 \text{ بمعدل } 3\%$$

$$= 11.9379 \times 0.74409 \times 100$$

$$= 888.277 \text{ دينار كويتي}$$

إيجاد قيمة \bar{S}_m

\bar{S}_m هي عبارة عن القيمة الحالية لمبلغ دينار كويتي يدفع بعد m من السنوات

+ القيمة الحالية لمبلغ دينار كويتي يدفع بعد $(m + 1)$ من السنوات

+

+ القيمة الحالية لمبلغ دينار كويتي يدفع بعد $(m + n - 1)$ من السنوات

فإذا كان معدل الفائدة i سنوياً فإن

$$\bar{S}_m = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{m+n-1}}$$

$$- C(1 + C + C^2 + \dots + C^{n-1})$$

أي أن

$$M|_T = C \cdot \bar{S}_T$$

تدريب :

احسب القيمة الحالية لدفعة سنوية فورية مقدارها السنوي 100 دينار كويتي ومدتها 15 سنة وموجلة 10 سنوات إذا كان معدل الفائدة السنوي 3%

الحل

القيمة الحالية المطلوبة

$$- 100 \times \bar{S}_{10} \times 10 \text{ بمعدل } 3\%$$

$$- 100 \times C^{10} \times \bar{S}_T$$

$$- 100 \times C^{10} \times (1 + \bar{S}_T) \text{ بمعدل } 3\%$$

$$- 12.2161 \times 0.74409 \times 100$$

$$- 914.939 \text{ دينار كويتي}$$

∴ القيمة الحالية المطلوبة

$$- 9.1494 \times 100$$

$$- 914.940 \text{ دينار كويتي}$$

(ثالثاً) القيمة الحالية للدفعات الدائمة

الطريقة التي تتبع لحساب القيمة الحالية لدفعة دائمة هي نفس الطريقة التي اتبعت لحساب القيمة الحالية لدفعة مشابهة محدودة ولكن مع مراعاة أن (ن) تكون كبيرة كبراً لا نهائياً . وعلى هذا فإن قانون القيمة الحالية لأي دفعة دائمة يكون نفس قانون القيمة الحالية لدفعة مشابهة مع وضع $n = \infty$ صفراً وذلك لأن ح عبارة عن كسر أقل من واحد صحيح وقيمة n تصل إلى الصفر .
وعلى هذا نجد أن قوانين القيمة الحالية للدفعات الدائمة تكون كالآتي :

القيمة الحالية للدفعات الدائمة العاجلة

أ - إيجاد $\leq (\infty)$

$$\leq (\infty) = \text{القيمة الحالية لدفعة عادية دائمة} \\ - \frac{1}{e}$$

ب - إيجاد قيمة $\geq (\infty)$

إذا وضعنا $n = \infty$ صفر ، ن تساوي ما لا نهاية نجد أن

$$\geq (\infty) = \text{القيمة الحالية لدفعة فورية دائمة}$$

$$= (1 + e) \times \frac{1}{e}$$

أي أن

$$\geq (\infty) = 1 + \frac{1}{e}$$

تكرير (1) :

قطعة أرض زراعية إيجارها السنوي الصافي 10 دينار كويتي احسب الثمن الذي يجب أن يدفعه مشتري لهذه القطعة إذا أراد أن يستغل أمواله بمعدل فائدة 5% وإذا كان أول دفعة للإيجار تستحق السداد بعد سنة من تاريخ الشراء.

الحل

يمكن اعتبار أن الإيجار السنوي دفعة دائمة مقدارها السنوي 10 دينار كويتي كما أنها أيضا دفعة عادية وعلي هذا فإن الثمن الذي يدفعه المشتري يكون مساويا للقيمة الحالية لهذه الدفعة. أي يساوي.

$$10 \times (\infty)$$

$$= 10 \times \frac{1}{e}$$

$$= 10 \times \frac{1}{0.05} = 200 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (2) :

يريد أحد المحسنين أن يوقف مبلغ 100 دينار كويتي سنويا وبصفة دائمة لإحدى المستشفيات ولكي يضمن سداد هذا المبلغ السنوي إلى الأبد اتفق مع أحد البيوت المالية علي أن يسدد هذا المبلغ نيابة عنه في مقابل دفعة القيمة الحالية لهذا المبلغ له فإذا كان معدل الفائدة 5% فاحسب مقدار ما يدفعه المحسن الآن

(أ) إذا كان التبرع يبدأ من تاريخ اليوم

(ب) إذا كان التبرع يبدأ بعد سنة من الآن

الحل

(أ) مقدار ما يدفعه المحسن إلى البيت المالي يساوي القيمة الحالية لدفعة سنوية

فورية دائمة مقدارها السنوي 100 دينار كويتي

$$= 100 \times \bar{s}_{\infty}$$

$$= 100 \left(1 + \frac{1}{e} \right)$$

$$= 100 \left(1 + \frac{1}{0.05} \right)$$

$$= 21 \times 100$$

$$= 2100 \text{ دينار كويتي}$$

(ب) مقدار ما يدفعه المحسن في هذه الحالة يكون القيمة الحالية لدفعة سنوية عادية

دائمة مقدارها السنوي 100 دينار كويتي

$$= 100 \times s_{\infty}$$

$$= \frac{1}{e} \times 100$$

$$= \frac{100}{0.05}$$

$$= 2000 \text{ دينار كويتي}$$

القيمة الحالية للدفعات الدائمة المؤجلة

إيجاد قيمة $M | S (\infty)$

من القانون السابق نجد أن

$$M | S = \frac{S}{1 + r} = S - \frac{S}{1 + r}$$

فإذا زادت قيمة n حتى وصلت إلى ما لا نهاية فإن

$$M | S = \frac{S}{1 + r} \text{ تصبح } M | S (\infty)$$

كما تصبح

$$S = \frac{S}{1 + r} = S (\infty)$$

أي أن

$$M | S (\infty) = S (\infty) = \frac{S}{1 + r}$$

$$\text{ولكن } S (\infty) = \frac{1}{r}$$

$$\therefore M | S (\infty) = \frac{1}{r} = \frac{S}{1 + r}$$

يمكننا أن نثبت أن

$$M | S (\infty) = \frac{S}{1 + r} = S (\infty)$$

إيجاد قيمة $|S(\infty)|$

إذا زادت قيمة (n) حتى وصلت إلى ما لا نهاية فأنا نجد أن:-

$$|S(\infty)| = S(\infty) - \frac{1}{1-m}$$

وبالتعويض عن $S(\infty)$ بالقيمة $\frac{1}{e}$ نجد أن

$$|S(\infty)| = \frac{1}{e} - \frac{1}{1-m}$$

ومن ثم يمكننا أن نتثبت أن

$$|S(\infty)| = \frac{1}{e} - \frac{1}{1-m}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{e}\right)^m$$

تدريب (1) :

أحسب القيمة الحالية لدفعة دائمة عادية مقدارها السنوي 50 دينار كويتي

ومؤجلة لمدة 20 سنة وذلك على أساس معدل فائدة 4% سنويا

الحل

القيمة الحالية المطلوبة

$$= 50 \times \frac{1}{1-0.04} = 520.83$$

$$\text{ولكن } 20 \text{ سنة} = \frac{1}{e} - \frac{1}{1-m}$$

$$13.5903 - \frac{1}{0.04} =$$

$$11.4097 = 13.5903 - 25 =$$

∴ القيمة الحالية المطلوبة

$$570.485 = 11.4097 \times 50 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (2) :

ما مقدار القيمة الحالية في التدريب السابق إذا كانت الدفعة غير عادية ؟

الحل

القيمة الحالية المطلوبة

$$20 \times 50 = (\infty)$$

$$20 \times 50 = (\infty) - \frac{1}{\frac{1}{1-20}}$$

$$19 = \frac{1}{0.04}$$

$$11.8661 = 13.1329 - 25 =$$

∴ القيمة الحالية المطلوبة

$$593.305 = 11.8661 \times 50 \text{ دينار كويتي}$$

حساب القيمة الآجلة لدفعات منتظمة ومتساوية بلغة البيسك

يعالج هذا التطبيق كيفية حساب القيمة التي يؤول إليها استثمار مبالغ (دفعات) متساوية في فترات زمنية منتظمة. ذلك أن عميل ما قد يتعاقد مع أحد المصارف علي استعداده لاستثمار مبالغ متساوية وفي فترات منتظمة، كل شهر أو كل ربع سنة أو كل نصف سنة أو كل سنة، ويرغب في معرفة المبلغ الذي سوف تؤول إليه هذه الدفعات باستثمارها بفائدة معينة ولمدة معينة.

وتحسب هذه القيمة الآجلة باستخدام القاعدة الآتية، علما بأن التراكم يتحقق مع كل دفعة.

$$S = R \times \left(\frac{(1 + r/n)^{ny} - 1}{r/n} \right)$$

- حيث (S) القيمة الآجلة التي سوف تتحقق بعد (y) من السنوات.
 ، (R) قيمة الدفعة الواحدة من الدفعات المنتظمة والمتساوية.
 ، (n) عدد الدفعات في السنة الواحدة.
 ، (r) معدل الفائدة بالسنة للوحدة النقدية الواحدة بعد قسمتها علي (n).
 ، (y) عدد سنوات الاستثمار

تدريب (1):

احسب جملة دفعة قيمتها (100) دينار تودع شهريا بفائدة مركبة (5%) حتى نهاية عام واحد.

الحل

قيمة الدفعة المنتظمة شهريا - 100 دينار

معدل الفائدة - 5%

عدد الدفعات خلال العام الواحد - 12

عدد السنوات - سنة واحدة

الجملة في نهاية العام - 1227.84 دينار

تدريب (2):

احسب جملة دفعات منتظمة قيمة كل منها (700) دينار تستثمر خلال (15) سنة بفائدة مركبة (55%)، إذا علمت أن هذه الدفعات سنوية.

الحل

قيمة الدفعة المنتظمة سنويا - 700 دينار

معدل الفائدة - 55%

عدد الدفعات خلال العام الواحد - دفعة واحدة

عدد السنوات - 15 year

الجملة في نهاية هذه المدة - 15686.00 دينار

هذه العمليات الحسابية التي يحتاجها تطبيق القاعدة التي سبق الإشارة إليها لتحديد القيمة الآجلة لدفعات متساوية ومنتظمة يمكن تحقيقها بجهد أقل باستخدام البرنامج الكومبيوترى الآتى:

```

5      CLS
10     Print "Future value of regular deposits (annuities)"
15     DEFDBL A - Z
20     Print
25     Rem - Statements 30 to 100 require user input
30     Print "Amount of regular deposits" ;
40     Input R
50     Print "Nominal Interest Rate (%)";
60     Input r
70     Print "Number of Deposits per Year" ;
80     Input n
90     Print "Number of Years"
100    Input Y
105    Rem - Calculate Interest Rate Per Period,
108    Rem - Convert from percent to decimal
110     $r = r / n / 100$ 
115    Rem - Calculate by Formula
120     $S = R * (1 + r) [ (n * y) - 1 ] / r$ 
125    Rem - Round off to nearest piaster, print
130    Print "Future Value = ";
135    Print using "***** , **** , **** ,** "; S
138    Rem - Restart or end program ? user input
139    Required
140    Print
150    Print "More Data "? (1 = Yes, 0 = No) ";
160    Input X
170    If X = 1 Then 20
180    End

```

وإذا كانت مدة الاستثمار تتضمن عدة سنوات وعدة أشهر يمكن تعديل بعض أجزاء البرنامج السابق بالإضافة إلى الأجزاء الأخرى حتى السطر رقم (80). وبذلك يصبح البرنامج كالاتي:

5	CLS
10	"Future Value of regular deposits (annuities)"
.....
.....
90	Print "Number of years, months";
100	Input Yo, M
105	Rem - Calculate Years from years and months
108	$Y = (12 * Yo + M) / 12$
109	Rem - Calculate interest rate per period,
.....
.....
.....
180	End

حساب قيمة الدفعات المنتظمة خلال مدة معينة لتحقيق مبلغ آجل بلغة ببسك

يعالج هذا التطبيق كيفية تحديد قيمة الدفعة الواحدة من الدفعات المنتظمة والمتساوية التي تدفع لتحقيق مبلغ معين يستحق بعد مدة معينة. ذلك أن عميل ما قد يطلب من أحد المصارف معرفة المبلغ الذي يجب عليه دفعة بصفة منتظمة خلال مدة معينة حتى يستطيع أن يحصل على المبلغ الإجمالي الذي يحق له باستثمار هذه الدفعات بفائدة معينة هذه المدة، علما بأن الفوائد تتراكم مع الدفعات التي يطلب إليه دفعها.

وتحسب قيمة الدفعة الواحدة باستخدام القاعدة الآتية، وهي اشتقاق جبري من التطبيق السابق.

$$R = S \left(\frac{r/n}{(1+r/n)^{n*y} - 1} \right)$$

حيث (R) قيمة الدفعة الواحدة من الدفعات المنتظمة.

(s) القيمة الأجلة التي يطلب العميل دفعها له بانتهاء مدة التعاقد.

(r) معدل الفائدة الأسمى.

(n) عدد الدفعات السوية.

(Y) عدد السنوات الخاصة بالاستثمار وفقا لتعاقد.

تدريب (3):

يرغب أحد العملاء في الحصول على مبلغ (5000) دينار في نهاية عام، كم يكون المبلغ الذي عليه أن يدفعه شهرياً، علماً بأن سعر الفائدة الذي يجري التعامل على أساسه = (8%).

الحل

المبلغ الآجل بعد (y) من السنوات = 5000 دينار

معدل الفائدة الاسمي = 8%

عدد الدفعات خلال العام = 12

عدد السنوات = 1

قيمة الدفعة الشهرية = 401.60 دينار

وتجري العمليات الحسابية باستخدام الكمبيوتر وفق البرنامج الآتي:

```

10  CLS
20  Print "Regular Deposits"
30  DEFDBL A - Z
40  Print
45  Rem - Statements 50 to 120 require user input
50  Print "Total Value after y years";
60  Input S
70  Print "Nominal Interest Rate (%)";
80  Input r
90  Print "Number of depots per year";
100 Input n
110 Print "Number of years";
120 Input y
    
```

```

125 Rem - Calculate Interest Rate Per deposit
128 Rem - Convert from percent to decimal
130  $R = r / n / 100$ 
135 Rem - Calculate amount of regular deposit by formula
140  $R = S * r / n / 100 / ((1 + r) [(n * y) - 1])$ 
145 Rem - Round off to nearest piaster, Print
150 Print "Regular deposit = ";
155 Print using "*****", "****", "****", "**"; R
158 Rem - Print blank line to separate data
159 From question
160 Print
165 Rem Restart or end program ? user input
168 Required
170 Print "More data ? (1 = Yes, 0 = No)";
180 Input X
190 If X = 1 Then 40
200 End

```

فإذا كانت مدة الاستثمار تتضمن سنوات وأشهر يمكن تعديل بعض جمل البرنامج السابق مع الإبقاء على الأسطر الأخرى التي لا تحتاج إلى تعديل

تدريب (4):

يرغب أحد العملاء في تكوين مبلغ (4000) دينار خلال مدة سنة وخمسة أشهر، فإذا كان سعر الفائدة المتعاقد عليه (8%) كم يجب أن تكون الدفعة الشهرية التي يلتزم بها هذا العميل ؟

الحل

المبلغ الآجل بعد (y) من السنوات - 4000 دينار

معدل الفائدة الاسمي - 8%

عدد الدفعات في السنة الواحدة - 12

عدد السنوات والأشهر - 1Y, 5 M

قيمة الدفعة الشهرية - 223.00

وبذلك تكون جمل البرنامج بعد تعديلها كالآتي:

10	CLS
20	Print " Regular deposits"
.....
.....
110	Print "Number of years, months";
120	Input Y0, M
124	Rem – Calculate Years from years and months
125	$Y = (12 * Y0 + M) / 12$
128	Rem – Calculate Interest rate per deposit
.....
.....
.....
200	End

تمارين على الدفعات

1- أوجد قيمة مايلي على أساس معدل فائدة سنوي حقيقي 2%

$$\overline{10}^{\rightarrow}, \overline{15}^{\rightarrow/5}, \overline{100}^{\rightarrow/10}$$

وذلك :

(أ) باستخدام جداول $\overline{10}^{\rightarrow}$ (ب) باستخدام جداول (1 + ع) ^ن فقط

2- أوجد قيمة مايلي على أساس معدل فائدة اسمي سنوي 4.5% يدفع مرتين في

السنة:

(أ) جملة دفعة عادية نصف سنوية مبلغها النصف السنوي 100 دينار كويتي ومدتها

10 سنوات

(ب) جملة دفعة عادية نصف سنوية مبلغها النصف السنوي 100 دينار كويتي ومدتها

10 سنوات وموجلة 20 سنة

3- أوجد قيمة مايلي:

$$\overline{12}^{\rightarrow}, \overline{15}^{\rightarrow/5}$$

وذلك على أساس معدل فائدة حقيقي سنوي 4%

4- اتفق أحد الأفراد مع احدي شركات الادخار على أن يدفع لها مبلغ 100 دينار

كويتي سنويا في نهاية كل سنة لمدة 10 سنوات على أن تدفع له الشركة جملة مدخراته

في نهاية 15 سنة من الآن بمعدل فائدة 2.5 % سنويا ، والمطلوب حساب مقدار ما

تدفعه الشركة.

5- ما مقدار ما تدفعه الشركة في التمرين السابق إذا كانت المبالغ تسدد في بدء كل سنة ؟

6- أنشأت إحدى الشركات صندوقاً للأدخار لموظفيها شروطه كالآتي :

- (أ) يخصم من الموظف 5% من مرتبه السنوي ويودع هذا المبلغ في الصندوق لحسابه كما تودع الشركة لحسابه أيضاً مبلغاً يساوي هذا المبلغ
(ب) تستثمر المبالغ المدخلة بمعدل فائدة سنوي 3% وتدفع جملة المبالغ المدخلة للموظف عند تركه الخدمة.
(ج) لا تحسب الفوائد على المبالغ المودعة إلا ابتداء من أول يناير التالي لتاريخ الإيداع.

احسب جملة الإيداع الذي يحصل عليه موظف دخل الخدمة أول يناير سنة 1990 وقضي فيها 20 سنة وكانت مرتباته السنوية خلال تلك المدة كالآتي:

- 400 دينار كويتي خلال السنوات الخمس الأولى
600 دينار كويتي خلال السنوات الخمس الثانية
800 دينار كويتي خلال السنوات الخمس الثالثة
1000 دينار كويتي خلال السنوات الخمس الرابعة

7- في التمرين رقم (6) احسب ما تدفعه الشركة إذا كانت الفوائد تحسب في السنوات الخمس الأولى بمعدل 2% وفي السنوات الخمس الثانية بمعدل 2.5 % وفي السنوات الخمس الثالثة والرابعة تحسب بمعدل 3% سنوياً.

8- دفعة نصف سنوية عادية مقدارها النصف السنوي 100 دينار كويتي والمطلوب حساب قيمتها الحالية على أساس معدل فائدة سنوي اسني 4% يدفع على مرتين في السنة إذا كانت الدفعة.

(أ) عاجلة محدودة بعشر سنوات (ب) عاجلة دائمة

(ج) مؤجلة 5 سنوات ومحددة بعشر سنوات

(د) مؤجلة 5 سنوات ودائمة

(الإجابة : 1635.14 ، 5000 ، 1341.39 ، 4101.74)

9- ما مقدار القيم الحالية في تمرين (8) إذا كانت الدفعة غير عادية في كل حالة.

(الإجابة: 1667.85 ، 5100 ، 1368.22 ، 04183.78)

10 - احسب قيمة مايلي بمعدل فائدة سنوي 2.5 %

$$\overline{15}^{\infty}, \overline{15}^{\infty}, (\infty)^{\infty}, (\infty)^{\infty}, \overline{10}^{\infty}, \overline{10}^{\infty}$$

$$(\infty)^{\infty}, (\infty)^{\infty}, (\infty)^{\infty}, (\infty)^{\infty}$$

(الإجابة: 8.7521 ، 8.9709 ، 40 ، 41 ، 9.6723 ، 9.9141 ، 31.2479 ،

(32.0291

11 - يريد أحد الأشخاص شراء قطعة أرض زراعية إيرادها السنوي 30 دينار

كويتي والمطلوب حساب قيمة ما يدفعه ثمنًا للأرض إذا أراد أن يستغل أمواله بمعدل

5% سنويا ، وإذا كان أول مبلغ من مبالغ الإيراد يستحق السداد.

(أ) في نهاية سنة من تاريخ الشراء.

(ب) بعد ستة شهور من تاريخ الشراء.

(ج) بعد الشراء مباشرة.

(الإجابة: 600 ، 614.817 ، 630)

12 - يريد أحد الأشخاص شراء منزل بدر دخلا في نهاية كل 4 شهور مقداره 50 دينار كويتي فإذا كان من المقرر لهذا المنزل أن يظل مصدر إيراد لمدة 15 سنوات فقط وأنه يؤول إلى انقراض بعد ذلك تقدر قيمتها مع ثمن الأرض بمبلغ 3000 دينار كويتي فاحسب الثمن الذي يدفعه المشتري إذا أراد أن يشتغل أمواله بمعدل اسمي سنوي 6 % يدفع ثلاث مرات في السنة وإذا كان أول مبلغ من مبالغ الإيجار يستحق السداد.

(أ) في تاريخ الشراء.

(ب) في نهاية 4 شهور من تاريخ الشراء.

(الإجابة: 2755.11 ، 2705.11)

13 - يريد أحد الأشخاص أن يتبرع لاحدي المستشفيات بمبلغ نصف سنوي لمدة 20 سنة ومقدار كل مبلغ 100 دينار كويتي خلال السنوات العشر الأولى 200 دينار كويتي خلال السنوات العشر الثانية.

ولكي يكون سداد هذه الدفعات مضمونا اتفق مع احد البنوك علي أن يقوم نيابة عنه بسداد هذه المبالغ للمستشفى علي أن يسدد للبنك القيمة الحالية لها محسوبة علي أساس معدل فائدة سنوي اسمي قدره 2.5 % يدفع علي مرتين في السنة. والمطلوب حساب هذه القيمة.

(أ) إذا كانت المبالغ تدفع في بدء كل فترة.

(ب) إذا كانت المبالغ تدفع في نهاية كل فترة.

(الإجابة: 4561.77 ، 4505.45)

الفصل الخامس

استهلاك القروض قصيرة الأجل

الفصل الخامس

استهلاك القروض قصيرة الآجل

وهنا نجد أن المدين قد يلجأ إلى أي من طرق السداد التالية:-
(1) سداد الدين مع فوائده دفعة واحدة في نهاية مدة القرض
تستخدم هذه الطريقة عندما تكون مدة الدين قصيرة جداً أو عندما لا يكون المدين قادراً على سداد أي مبلغ قبل انتهاء مدة الدين.
وهذه الطريقة هي أسهل الطرق في سداد الديون فالمبلغ الواجب سداؤه في نهاية مدة القرض هو عبارة عن أصل القرض + فوائده عن مدة القرض.

تدريب (1):

أفترض شخص مبلغ 200 دينار كويتي في أول يناير سنة 2005 ووعد بأن يسدد المبلغ مع فوائده في 16 أبريل من السنة نفسها فإذا كانت الفوائد البسيطة تحسب بمعدل 6% سنوياً فما هو المبلغ الواجب سداؤه إلى الدائن ؟

الحل

مدة القرض

$$\begin{array}{ccccccc} & \text{يناير} & \text{فبراير} & \text{مارس} & \text{أبريل} & & \\ = & 30 & + & 28 & + & 31 & + & 16 = 105 \text{ يوماً} \end{array}$$

مقدار الفوائد المستحقة

$$= 200 \times \frac{6}{100} \times \frac{105}{360}$$

$$= 3.500 \text{ دينار كويتي}$$

المبلغ الواجب سداؤه في 16 أبريل

$$3.500 + 200 =$$

$$= 203.500 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (2):

اقترض تاجر مبلغ 1000 دينار كويتي لمدة عام بمعدل فائدة 6% سنويا فاحسب

1. ما يدفعه التاجر في نهاية العام.

2. اذا قام الدائن بخصم قيمة الفوائد مقدما من أصل القرض فما هو سعر الفائدة الحقيقي.

الحل

$$\therefore \text{ح} - \text{أ} = (1 + \text{ع} \text{ ن})$$

$$= 1000 (1 + \frac{6}{100}) - 1060 = \text{دينارا}$$

$$\therefore \text{ف} - \text{ح} - \text{أ} = 1000 - 1060 = 60 \text{ دينارا}$$

$$\therefore \text{صافي المبلغ الذي يتسلمه المدين} = 1000 - 60 = 940 \text{ دينارا}$$

$$\therefore \text{ع} = 6.4 \% \text{ سنويا}$$

2 - سداد القرض في نهاية المدة مع دفع الفوائد بصورة دورية:

وهنا يلاحظ أن المستثمر قد لا ينتظر حتى آخر مدة الاستثمار ليحصل على الفوائد المستحقة له وإنما قد يحصل عليها بصفة دورية أو منتظمة وذلك آخر كل وحدة زمنية وهذا ما يسمى بالفوائد الدورية وتعطي هذه الطريقة للدائن الحق في إعادة استثمار الفوائد التي يحصل عليها فيحصل على عائد أكبر ومما يجدر ملاحظته هنا أن الدائن قد يشترط على المدين أنه في حالة تأخره عن سداد مبلغ أو أكثر من الفوائد

الدورية فإن المبلغ أو المبالغ المتأخرة تعتبر كأنها ديون جديدة تستحق عليها فوائد بمعدل قد يكون مساوياً بمعدل الفائدة الأصلي أو أكثر منه وذلك في حدود ما تسمح به التشريعات هذا وتحسب دفعة الفائدة الدورية بالمعادلة التالية:

$$\text{دفعة الفائدة الدورية} = \text{أصل القرض} \times \text{الفترة الدورية} \times \text{المعدل}$$

$$\text{عدد دفعات الفوائد} = \frac{\text{مدة القرض}}{\text{الفترة الدورية}}$$

$$\text{مجموع دفعات الفوائد الدورية} = \text{دفعة الفائدة} \times \text{عدد الدفعات}$$

تدريب (1):

اقترض شخص مبلغ 2000 دينار كويتي لمدة عامين علي أن يقوم بدفع الفوائد بصورة دورية في نهاية كل ثلاثة شهور بواقع 8% سنوياً. أحسب مقدار دفعة الفائدة الدورية وكذلك مجموع الفوائد الدورية المدفوعة حتى نهاية مدة القرض

الحل

$$\text{دفعة الفائدة الدورية} = 2000 \times \frac{8}{100} \times \frac{3}{12} = 40 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{عدد دفعات الفوائد} = \frac{24}{3} = 8 \text{ دفعات}$$

$$\text{مجموع دفعات الفوائد} = 8 \times 40 = 320 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (2):

اقترض تاجر مبلغ 4000 دينار كويتي لمدة عام علي أن يقوم بدفع الفوائد دورية كل شهرين بمعدل 6% سنوياً. فأحسب مجموع الفوائد التي يحصل عليها

الدائن، وإذا تمكن الدائن من استثمار دفعات الفوائد الدورية فور استلامها بمعدل 5% سنوياً فاحسب معدل الفائدة الحقيقي.

الحل

$$\text{قيمة الدفعة الدورية} = 4000 \times \frac{2}{12} \times \frac{6}{100} = 40 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{عدد الدفعات} = \frac{12}{2} = 6 \text{ دفعات}$$

$$\text{مجموع الفوائد الدورية} = 40 \times 6 = 240 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{فوائد استثمار دفعات الفوائد الدورية} = 40 \times \frac{5}{100} \times \frac{6}{2} \left(\frac{+10}{12} \text{ صفر} \right)$$

$$= 5 \text{ دينار كويتي}$$

3 - سداد القرض في نهاية المدة مع التأخير في دفع الفوائد الدورية:

قد يتأخر المدين عن سداد بعض أو كل دفعات الفوائد الدورية وفي هذه الحالة فإن المدين يتحمل بفوائد تأخير عن الفوائد الدورية المتأخرة وتحسب قيمة فوائد التأخير وفقاً للمعادلة التالية:

$$\text{مجموع فوائد التأخير} = A \times E \times \frac{N}{2} (M + L)$$

حيث : A = مبلغ الدفعة

E = معدل فوائد التأخير

N = عدد دفعات الفوائد الدورية المتأخرة

M = مدة تأخير الدفعة الأولى

ل = مدة تأخير الدفعة الأخيرة

تدريب (1):

أفترض خالد مبلغ 800 دينار كويتي لمدة سنة بمعدل 6% وأتفق علي أن يقوم بسداد الفوائد بصفة دورية آخر كل شهرين ولكنه بعد سداد الفوائد الأربعة الأولى أتفق مع الدائن علي دفع الفوائد الدورية الباقية في آخر المدة وبمعدل التأخير 9% فإذا علمت أن الدائن استثمر الفوائد الأربعة الأولى بمجرد استلامها بمعدل ل 5% فأوجد جملة ما حصل عليه الدائن في آخر السنة.

الحل

$$\text{الفائدة الدورية} = 800 \times \frac{6}{100} \times \frac{2}{12} = 8 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{مجموع الفوائد الدورية} = 8 \times 6 = 48 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{فوائد التأخير} = \text{الفائدة الدورية} \times \text{معدل التأخير} \times \text{مجموع مدة التأخير}$$

$$\text{مجموع مدة التأخير} = \frac{2}{2} = (2 + \text{صفر}) = 2 \text{ شهر}$$

$$\text{فوائد التأخير} = 8 \times \frac{9}{100} \times \frac{2}{12} = 0.12 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{فوائد الاستثمار} = \text{الفائدة الواحدة} \times \text{المعدل} \times \text{مجموع مدة الاستثمار}$$

$$\text{مجموع مدة الاستثمار} = \frac{4}{2} = (10 + 4) = 28 \text{ شهر}$$

$$\text{فوائد الاستثمار} = 8 \times \frac{5}{100} \times \frac{28}{12} = 0.936 \text{ دينار كويتي}$$

مجموع الفوائد = الفوائد الدورية + فوائد التأخير + فوائد الاستثمار

$$= 48 + 0.12 + 0.936 = 49.056 \text{ دينار كويتي}$$

∴ جملة ما حصل عليه الدائن = $49.056 + 800$

$$= 49.056 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (2):

افترض شخص مبلغ 800 دينار كويتي من إحدى الشركات لمدة سنتين وقد اتفق على أن يقوم المدين بسداد الفوائد المستحقة على المبلغ في آخر كل ثلاثة شهور بمعدل 6% سنوياً. كما اتفق على أن كل مبلغ من مبالغ الفوائد الدورية لا يسدد في موعده تحتسب عليه فوائد تأخير بمعدل 8% سنوياً ويسدد في آخر مدة القرض مع أصل الدين . احسب مقدار ما يدفعه المدين في نهاية مدة القرض إذا فرض أنه لم يسدد إلا الدفعتين الأولى والثانية من دفعات الفوائد الدورية.

الحل

مقدار الفائدة الدورية المستحقة عن كل ثلاثة شهور

$$= 800 \times \frac{6}{100} \times \frac{3}{12}$$

$$= 12 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار المستحق على المدين في نهاية مدة الدين

= المبلغ الأصلي للدين + الفوائد الدورية المتأخرة

+ فوائد تأخير الفوائد المتأخرة

$$\text{أصل عدد الفوائد الدورية} = 2 \times 4 = 8$$

$$\text{عدد الفوائد الدورية المتأخرة} = 8 - 2 = 6$$

مجموع مبالغ الفوائد الدورية المتأخرة

$$= 12 \times 6$$

$$= 72 \text{ دينار كويتي}$$

أما فوائد التأخير فهي عبارة عن فوائد المبالغ الآتية بمعدل 8% سنوياً

مبلغ 12 دينار كويتي يستثمر لمدة 15 شهراً

مبلغ 12 دينار كويتي يستثمر لمدة 12 شهراً

مبلغ 12 دينار كويتي يستثمر لمدة 9 شهور

وهكذا إلي أن نجد أن مبلغ الفائدة الدورية الأخيرة يدفع في نهاية مدة القرض

ولا يسحق عنه فائدة.

وتحسب فوائد التأخير كالتالي:

مجموع النمر:

$$= (12 \times 12 + 15 \times 12 + 12 \times 12 + 9 \times 12 + 6 \times 12 + 3 \times 12 + 12 \times 12)$$

(صفر)

$$= 12 (15 + 12 + 9 + 6 + 3 + \text{صفر})$$

= 12 × حاصل جمع متوالية عددية حدها الأول 15 والأخير صفر وعدد حدودها 6.

$$= 12 \times \frac{6}{2} \times 15$$

$$= 540$$

مجموع فوائد التأخير

$$= 540 \times \frac{8}{100} \times \frac{1}{12}$$

$$= 3.60 \text{ دينار كويتي}$$

∴ مقدار المبلغ الواجب سداده

$$= 800 + 72 + 3.6$$

$$= 875.6 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (3)

افترض شخص مبلغ 600 دينار كويتي لمدة 15 شهرا بمعدل فائدة سنوي 8% وقد اشترط علي أن تدفع الفوائد بصفة دورية في آخر كل ثلاثة شهور فإذا فرض أن المدين لم يسدد إلا ثلاث فوائد من الفوائد الدورية كما أنه لم يتمكن من سداد المستحق عليه من أصل القرض أو مبالغ الفوائد الدورية أو فوائد تأخيرها في نهاية مدة ال 15 شهرا وأنه سدد بعد انتهاء هذه المدة بستة شهور مبلغ 655.5 دينار كويتي وفاء للمستحق عليه فاحسب مقدار المعدل السنوي لفوائد التأخير إذا كان معدل فائدة التأخير بالنسبة لأصل الدين هو نفس معدل فائدة التأخير بالنسبة للفوائد الدورية المتأخرة .

الحل

$$\text{مقدار مبلغ الفائدة الدورية} = 600 \times \frac{8}{100} \times \frac{3}{12}$$

$$= 12 \text{ دينار كويتي}$$

عدد الفوائد الدورية المستحقة خلال 15 شهرا

$$= \frac{15}{3} = 5$$

عدد الفوائد الدورية التي لم تسدد في مواعيدها = 5 - 3 = 2

المبلغ المستحق في نهاية ستة شهور من تاريخ انتهاء المدة الأصلية للقرض = مبلغ

القرض الأصلي + فوائد تأخيرها + الفوائد الدورية المتأخرة + فوائد تأخيرها.

فإذا فرضنا أن معدل الفائدة السنوي هو (ع) بالنسبة للدينار الكويتي الواحد فإن فوائد

تأخير القرض لمدة ستة شهور

$$= 600 \times \text{ع} \times \frac{6}{12}$$

$$= 300 \text{ ع}$$

مجموع الفوائد الدورية المتأخرة = 12 × 2 = 24

فوائد تأخير الفوائد الدورية المتأخرة:

الفائدة الأولى تستثمر لمدة 9 شهور وفائدة تأخيرها

$$9 = \frac{9}{12} \times 12 \times \text{ع}$$

الفائدة الثانية تستثمر لمدة 6 شهور وفائدة تأخيرها

$$6 = \frac{6}{12} \times 12 \times \text{ع}$$

فوائد تأخير الفوائد الدورية

$$9 + 6 = \text{ع}$$

$$15 = \text{ع}$$

المبلغ المستحق في نهاية ستة أشهر من تاريخ نهاية الفرض

$$600 + 24 + 300 + 15 = \text{ع}$$

$$624 + 315 = \text{ع}$$

$$655.50 = 315 + \text{ع}$$

$$315 = 31.5$$

$$\frac{31.5}{315} = \text{ع}$$

المعدل السنوي

$$10\% = 100 \times \frac{31.5}{315} =$$

تدريب (4):

إذا فرض في التدريب السابق أن فوائد التأخير علي أصل الدين تحسب بمعدل لا يقل 2% عن المعدل الذي تحسب به الفائدة علي الفوائد الدورية المتأخرة فما مقدار معدل الفائدة في كل حالة ؟

الحل

إذا فرضنا أن معدل فائدة التأخير علي أصل الدين = ع بالنسبة لوحد رأس المال.

فإن معدل فوائد التأخير بالنسبة للفوائد الدورية

$$= 0.02 + ع$$

مقدار الفوائد المستحقة علي أصل القرض

$$= 600 ع \times \frac{6}{12}$$

$$= 300 ع$$

مقدار الفوائد المستحقة علي قسط الفائدة الدورية الأخير

$$= 12 \times (0.02 + ع) \times \frac{6}{12}$$

$$= 6 (0.02 + ع)$$

مقدار الفوائد المستحقة علي قسط الفائدة الدورية الذي قبله

$$= 12 \times (0.02 + ع) \times \frac{9}{12}$$

$$= 9 (0.02 + ع)$$

مقدار الفوائد المستحقة علي المتأخرات:

$$300 + ع + 6(0.02 + ع) + 9(0.02 + ع) =$$

$$315 + ع + 0.3 =$$

$$\therefore 655.50 = 315 + 624 + ع + 0.2$$

$$\therefore 315 + ع = 31.2$$

$$\therefore ع = \frac{31.2}{315} = 0.099$$

معدل فائدة التأخير السنوي بالنسبة لأصل القرض

$$= 0.099 \times 100 = 9.9\%$$

ومعدل فوائد التأخير السنوي بالنسبة للفوائد الدورية.

$$= 9.9 + 2 = 11.9\%$$

تدريب (5):

ما مقدار معدل الفائدة الحقيقي الذي استثمر به الدائن أمواله في التدريب السابق إذا فرض أنه لم يتمكن من استثمار الفوائد الدورية التي حصل عليها من المدين في موعدها.

الحل

مقدار الأصل المستثمر = 600 دينار كويتي

مقدار المبالغ التي حصل عليها الدائن من المدين

$$= 655.5 + \text{الفوائد الدورية الثلاثة الأولى}$$

$$= 655.5 - 3 \times 12$$

$$= 691.5 \text{ دينار كويتي}$$

مدة الاستثمار بالشهور

$$= 15 + 6$$

$$= 21 \text{ شهرا}$$

نفرض أن معدل الفائدة الحقيقي الذي استثمر به الدائن أمواله

$$= \text{ع بالنسبة لوحدة رأس المال}$$

∴ الفوائد على الأصل المستثمر

$$= 600 \times \text{ع} \times \frac{21}{12}$$

$$= 1050 \text{ ع}$$

جملة المبلغ المستثمر

$$= 600 + 1050 \text{ ع}$$

$$∴ 691.5 = 600 + 1050 \text{ ع}$$

$$∴ 1050 \text{ ع} = 691.5 - 600 = 91.5$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{91.5}{1050}$$

أي أن المعدل السنوي للفائدة المطلوبة

$$= 100 \times \frac{91.5}{1050}$$

$$= \frac{915}{105}$$

$$= 8.71\%$$

التقريب (6):

دائن أقرض مبلغ 1000 دينار كويتي لمدة 18 شهرا بمعدل فائدة 8% سنويا واتفق مع المدين علي أن يحصل منه الفائدة كل ثلاثة شهور وأن يحسب عليه فوائد تأخير عن كل فائدة دورية لم تسدد بمعدل 8% وقد سدد المدين الفوائد الدورية الثلاث الأولى فقط كما تمكن الدائن من استثمار هذه المبالغ بمعدل 6% سنويا بمجرد تسلمها من المدين حتى نهاية مدة الدين الأصلي.

احسب مقدار المبلغ المستحق علي المدين في نهاية مدة الدين ثم احسب معدل الفائدة السنوي الذي يحققه الدائن من استثمار أمواله إذا فرض أنه تسلم جميع مبالغه بما فيها الفوائد الدورية الأولى وفوائدها في نهاية مدة الدين الأصلية.

الحل

مقدار الفائدة الدورية الواحدة

$$= \frac{3}{12} \times \frac{8}{100} \times 1000$$

= 20 دينار كويتي

مقدار المستحق علي المدين في نهاية مدة الدين

= أصل الدين + 3 فوائد دورية + فوائد تأخير هذه الفوائد الدورية أما فوائد تأخير

الفوائد الدورية فهي عبارة عن الفوائد بمعدل 8% علي المبالغ الآتية:

20 دينار كويتي تستثمر لمدة 6 شهور

20 دينار كويتي تستثمر لمدة 3 شهور

أما ال 20 دينار كويتي الأخيرة فتستحق في نهاية مدة الدين الأصلية ولا يستحق

عليها فوائد.

أي أن فوائد التأخير

$$= \frac{3}{12} \times \frac{8}{100} \times 20 + \frac{6}{12} \times \frac{8}{100} \times 20$$

$$= 0.4 + 0.8$$

∴ المبلغ المستحق علي المدين في نهاية المدة

$$= 1000 + 20 \times 3 + 1.2$$

$$= 1061.2 \text{ دينار كويتي}$$

الفوائد التي حصل عليها الدائن من استثمار الفوائد الدورية الثلاثة الأولي تساوي

الفوائد بمعدل 6% علي المبالغ الآتية:

20 دينار كويتي تستثمر لمدة 15 شهرا

20 دينار كويتي تستثمر لمدة 12 شهرا

20 دينار كويتي تستثمر لمدة 9 شهور

$$\text{مجموع النمر} = 9 \times 20 + 12 \times 20 + 15 \times 20 =$$

$$= 180 + 240 + 300 =$$

$$= 720$$

الفوائد المستحقة علي الفوائد الدورية الثلاثة الأولي

$$= \frac{1}{12} \times \frac{6}{100} \times 720 =$$

$$= 3.60 \text{ دينار كويتي}$$

∴ جملة الفوائد الدورية الثلاثة الأولي وفوائدها

$$= 3.60 + 20 \times 3 =$$

$$= 63.60 \text{ دينار كويتي}$$

جملة المبالغ التي يحصلها الدائن في نهاية 18 شهرا

$$63.6 + 1016.2 =$$

$$= 1124.8 \text{ دينار كويتي}$$

أي أن الدائن استثمر مبلغ 1000 دينار كويتي لمدة 18 شهرا فأصبحت جملة

$$\text{الأصل المستثمر} = 1124.8 \text{ دينار كويتي}$$

فإذا فرضنا أن معدل الفائدة السنوي الذي حققه من الاستثمار هو ع بالنسبة

لوحدة رأس المال.

فتكون الفائدة المستحقة خلال 18 شهرا

$$= 1000 \times \frac{18}{12} \times \text{ع}$$

$$= 1500 \text{ ع}$$

$$\therefore 1000 + 1500 \text{ ع} = 1124.8$$

أي أن

$$1500 \text{ ع} = 124.8$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{124.8}{1500}$$

∴ المعدل المئوي السنوي

$$= 100 \times \frac{124.8}{1500} = 8.32 \%$$

4 - سداد القرض بعد ميعاد استحقاقه:

وهنا نجد أن المدين يتأخر عن سداد القرض وهنا تحتسب فوائد تأخير علي الفوائد الدورية وعلي القرض ذاته

تدريب (1):

أقرض شخص 12000 دينار كويتي وتعهده بسداده بعد سنتين علي أن تسدد الفوائد الدورية في نهاية كل 4 شهور بمعدل 10% ولكن المدين لم يسدد سوي الثلاث فوائد الدورية الاولى وكانت فوائد التأخير بمعدل 12% أتفق المدين مع الدائن بسداد كافة ما عليه بعد 4 شهور من تاريخ السداد النهائي والمطلوب

أ- مقدار مايسدده المدين من مبالغ بعد 4 شهور من تاريخ سداد القرض .

ب- مقدار ما تحمله المدين من فوائد .

ج- مقدار فوائد الاستثمار التي حصل عليها الدائن للفوائد الدورية التي تسلمها بمعدل 9%

د- مجموع الفوائد التي حصل عليها الدائن.

هـ- معدل الاستثمار الحقيقي للدائن.

الحل

$$\text{الفائدة الدورية} = 12000 \times \frac{4}{12} \times \frac{10}{100} = 400 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{عدد الفوائد الدورية كلها} = \frac{2 \times 12}{4} = 6 \text{ دفعات}$$

مجموع الفوائد الدورية التي لم تسدد (12 ، 16 ، 20)

$$1200 = 400 \times 3 =$$

$$ح 4 - 20 = (1 - 4) 4 - 20 = 8$$

$$مجموع الشهور الأولى = 8 + 4 = 12$$

$$مجموع الشهور الأخيرة = 4 + 4 = 8$$

$$فوائد التأخير للفوائد الدورية = 400 \times \frac{12}{100} \times \frac{6}{2} \times \frac{4+12}{12 \times 2}$$

$$= 96 \text{ دينار كويتي}$$

$$فوائد تأخير القرض = 12000 \times \frac{4}{12} \times \frac{12}{100} = 480 \text{ دينار كويتي}$$

$$\therefore \text{ مقدار ما سيستدده المدين} = \text{القرض} + \text{الفوائد الدورية التي لم تسدد}$$

$$+ \text{فوائد التأخير للفوائد الدورية} + \text{فوائد تأخير رأس المال}$$

$$= 12000 + 1200 + 96 + 480 = 13776 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{مجموع فوائد الاستثمار للفوائد الدورية} = 400 \times \frac{9}{100} \times \frac{6}{2} \times \frac{16+24}{12 \times 2}$$

$$= 180 \text{ دينار كويتي}$$

$$\therefore \text{ مجموع الفوائد التي حصل عليها الدائن} = \text{فوائد دورية} + \text{فوائد التأخير}$$

$$+ \text{فوائد قرض} + \text{فوائد استثمار}$$

$$= 2400 + 96 + 480 + 180$$

$$= 3196 \text{ دينار كويتي}$$

$$\therefore \text{معدل الاستثمار الحقيقي} = \frac{3 \times 100 \times 3196}{7 \times 12000} = 11.4\%$$

(5) سداد جميع الفوائد أو جزء منها مقدما مع سداد الأصل وباقي الفوائد في نهاية المدة.

بمقتضى هذه الطريقة يحسب الدائن الفوائد المستحقة علي أصل القرض خلال المدة كلها ويحصلها من المدين مقدما علي أن يحصل علي أصل القرض في نهاية المدة. وقد يكتفي الدائن بتحصيل جزء من هذه الفوائد (النصف مثلا) مقدما علي أن يحصل علي الجزء الباقي في نهاية المدة مع الأصل. وفي مثل هذه الحالات نجد أن معدل الفائدة الذي يحققه الدائن يكون أكبر من معدل الفائدة الظاهري الذي أصدر به القرض و يتضح هذا من التدريب التالي:

تدريب (1):

أحد التجار يقرض عملاءه بالشروط الآتية:

1. تحسب الفوائد بمعدل 6% سنويا
2. تحسب الفائدة المستحقة عن مدة القرض كلها ويخصم نصفها عند إصدار القرض والنصف الباقي يدفع مع مبلغ الدين في آخر مدة الدين.
3. كل مدة تقل عن 6 شهور تحتسب كأنها ستة شهور كاملة لغرض حساب الفائدة أي أن مدة الدين تحسب علي إعتبار أنها مكونة من عدد صحيح من أنصاف السنة. احسب معدل الفائدة السنوي الذي يحققه هذا التاجر في حالة قرض مدته:

(أ) سنة كاملة.

(ب) 9 شهور.

(ج) 3 شهور.

الحل

(أ) نفرض أن مبلغ القرض 100 دينار كويتي

∴ الفائدة عن مدة القرض كلها = 6 دينار كويتي

مقدار ما يخصم من مبلغ الدين عند إصداره.

$$2 \div 6 =$$

$$= 3 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار ما يتسلمه المدين فعلا

$$= 100 - 3$$

$$= 97 \text{ دينار كويتي} = \text{الأصل الذي يستثمره الدائن}$$

مقدار ما يسدده المدين في نهاية سنة

$$= 100 + 3 = 103 \text{ دينار كويتي}$$

نفرض أن المعدل السنوي الحقيقي للفائدة = ع بالنسبة لكل دينار كويتي

∴ جملة مبلغ 97 دينار كويتي في نهاية سنة

$$= 97 + 97 \times \text{ع}$$

ولكن هذه الجملة = 103 دينار كويتي

$$\therefore 103 = 97 + 97 \times \text{ع}$$

$$\therefore 97 \times \text{ع} = 103 - 97 = 6$$

ومنه نجد أن:

$$ع = 6 \div 97$$

والمعدل السنوي

$$= 100 \times \frac{6}{97}$$

$$= 6.19 \%$$

(ب) المدة في هذه الحالة 9 شهور وهذه تعتبر لأجل حساب الفائدة سنة كاملة.

∴ الفائدة المستحقة عن المدة كلها = 6 دينار كويتي

$$\text{مقدار ما يتسلمه المدين فعلا} = 100 - \frac{6}{2}$$

$$= 97 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار ما يدفعه المدين في نهاية 9 شهور

$$= 103 \text{ دينار كويتي}$$

فإذا كان معدل الفائدة السنوي الحقيقي = ع

$$\therefore 103 = 97 + 97 \times ع \times \frac{9}{12}$$

$$\therefore \frac{291}{4} = ع - 6$$

$$\therefore ع \times \frac{4 \times 6}{291}$$

والمعدل السنوي

$$100 \times \frac{4 \times 6}{291} =$$

$$= 8.25 \%$$

(ج) المدة في هذه الحالة 3 شهور وهذه تعتبر لأجل حساب الفائدة 6 شهور.

∴ الفائدة المستحقة عن مدة الثلاثة شهور

$$= 3 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار ما يحصل عليه المدين

$$= 100 - \frac{3}{2}$$

$$= 98.5 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار ما يسدده في نهاية 3 شهور

$$= 100 + 1\frac{1}{2}$$

$$= 101.5 \text{ دينار كويتي}$$

فإذا كان معدل الفائدة الحقيقي السنوي ع بالنسبة للجنيه

$$\therefore 101.5 = 98.5 + 98.5 \times \frac{3}{12} \times ع$$

$$\therefore 24.625 = ع - 98.5 - 101.5 = 3$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{3}{24.625}$$

∴ المعدل السنوي الحقيقي

$$= 100 \times \frac{3}{24.625} = 12.18\%$$

تدريب (2):

ما مقدار المعدل في التدريب السابق إذا كان الدائن يحصل علي جميع الفوائد عند إصدار القرض.

الحل

(أ) إذا كانت مدة القرض سنة واحدة

وإذا كان مبلغ القرض 100

تكون الفائدة عن المدة كلها = 6 دينار كويتي

المبلغ الذي يدفعه الدائن للمدين فعلا

$$= 100 - 6$$

$$= 94 \text{ دينار كويتي}$$

$$= \text{الأصل المستثمر}$$

مقدار ما يسدده المدين في نهاية المدة = 100 دينار كويتي

فإذا كان المعدل المطلوب ع فإن

$$100 = 94 (1 + ع)$$

ومنه نجد أن

$$ع = \frac{6}{94} = 0.0638$$

المعدل السنوي

$$= 6.38 \%$$

(ب) إذا كانت المدة 9 شهور:

كما في (أ) نجد أن ما يدفعه الدائن للمدين فعلا 94 دينار كويتي

وما يتسلمه في نهاية 9 شهور هو 100 دينار كويتي

أي أن 100 دينار كويتي هي جملة مبلغ 94 دينار كويتي في نهاية 9 شهور

فإذا كان معدل الفائدة المطلوب هو ع

$$100 = 94 (1 + ع \frac{9}{12})$$

$$= 70.5 + 94 ع$$

$$\therefore ع = 70.5 \div 6$$

$$= 0.851$$

والمعدل السنوي = 8.51%

(ج) إذا كانت المدة 3 شهور

فإن الفائدة تؤخذ عن 6 شهور

أي أن مقدار الفائدة

$$= \frac{6}{100} \times \frac{6}{12} \times 100$$

= 3 دينار كويتي

مقدار ما يتسلمه المدين فعلاً

$$= 100 - 3 = 97 \text{ دينار كويتي} = \text{الأصل المستثمر}$$

مقدار ما يدفعه المدين في نهاية 3 شهور

$$= 100 \text{ دينار كويتي}$$

= جملة الأصل المستثمر

فإذا كان المعدل ع

$$\therefore 100 - 97 = \left(1 + \frac{3}{12} \text{ ع}\right)$$

$$= 24.25 + 97 \text{ دينار كويتي}$$

$$\therefore \text{ع} = 24.25 \div 3 = 0.1237$$

والمعدل السنوي = 12.37%

(6) سداد جميع الفوائد أو جزء منها مقدما مع سداد الأصل وباقي الفوائد علي أقساط دورية

هذه الطريقة تشبه الطريقة السابقة من حيث دفع الفوائد أو جزء منها عند إصدار القرض ولكن تختلف عنها في أن الأصل وباقي الفوائد لا يسدد مرة واحدة في آخر المدة بل يسدد علي أجزاء متساوية (أو غير متساوية) تدفع علي فترات متساوية أو غير متساوية من الزمن وبلا حظ أن السداد بهذه الطريقة قد يحقق للدائن فوائد بمعدل يختلف عن المعدل الظاهري الذي أصدر به القرض والتدريبات التالية توضح ذلك.

تدريب (1):

بنك يقرض عملاءه بالطريقة الآتية:

- (1) تحسب الفوائد علي مبلغ القرض علي مدة الدين كلها بواقع 6% سنويا.
- (2) تخصم الفوائد مقدما من مبلغ القرض ويعطي العميل الباقي.
- (3) يسدد العميل القرض علي 12 قسطا شهريا يدفع القسط في آخر كل شهر وكل

$$\text{قسط} = \frac{1}{12} \text{ من أصل القرض}$$

احسب معدل الفائدة السنوي الذي يحققه البنك فعلا من كل عملية إذا فرض أنه يستثمر كل دفعة يسدها العميل بمجرد استلامها وبمعدل 6% سنويا أيضا.

الحل

نفرض أن البنك قرض مبلغ 120 دينار كويتي لمدة سنة

∴ مقدار الفائدة المستحقة علي المبلغ كله لمدة سنة

$$= 0.06 \times 120$$

= 7.2 دينار كويتي

مقدار ما يدفعه البنك فعلا

$$= 120 - 7.2$$

= 112.8 دينار كويتي

= الأصل المستثمر

مقدار القسط الشهري

$$= 120 \div 12$$

= 10 دينار كويتي

جملة المبالغ التي يتسلمها البنك حتى نهاية مدة القرض

= جملة دفعة شهرية عادية مبلغها الشهري 10 دينار كويتي وعدد مبالغها 12

وبمعدل فائدة 0.06

$$= 10 \times 12 \left[1 + \frac{1}{2} \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} (12 - 1) \right]$$

$$= 120 + \frac{11}{400} \times 120$$

= 123.3 دينار كويتي

نفرض أن المعدل السنوي للفائدة (ع) بالنسبة للدينار الكويتي الواحد

$$\therefore 123.3 = 112.8 + 112.8 \text{ ع}$$

$$\therefore 112.8 \text{ ع} = 10.5$$

$$\therefore \text{ع} = 112.8 \div 10.5 = 0.0931$$

$$\therefore \text{المعدل السنوي} = 9.31\%$$

تدريب (2):

بنك يقرض عملاءه بالشروط الآتية

(أ) تحسب الفوائد علي مبلغ القرض علي مدة الدين كلها بواقع 6% سنويا.

(ب) يخصم نصف الفوائد مقدما من مبلغ القرض ويعطي الباقي للعميل .

(ج) يسدد العميل القرض علي 12 قسطا شهريا متساويا يدفع القسط في آخر كل

شهر وكل قسط = $\frac{1}{12}$ من مجموع أصل القرض والباقي من الفائدة.

أحسب معدل الفائدة السنوي الذي يحققه البنك فعلا من كل عملية إذا فرض أنه يستثمر

كل مبلغ يتسلمه من العميل بمجرد استلامه وبمعدل فائدة 6% سنويا أيضا.

الحل

نفرض أن أصل الدين 100 دينار كويتي

مقدار الفوائد 6 دينار كويتي

مقدار ما يتسلمه العميل فعلا

$$= 100 - 3 \text{ (نصف الفوائد)}$$

$$= 97 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار القسط الشهري

$$= 103 \div 12$$

جملة ما يدفعه المدين للبنك في نهاية 12 شهرا

$$= \text{جملة دفعة شهرية عادية الشهرية } \frac{103}{12} \text{ وعدد مبالغها 12}$$

$$= \left[1 + \frac{1}{2} \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} \times (12 - 1) \right] \times 12 \times \frac{103}{12}$$

$$= \frac{11}{400} \times 103 + 103$$

$$= 2.8325 + 103$$

$$= 105.8325 \text{ دينار كويتي}$$

فإذا فرضنا أن المعدل المطلوب (ع)

$$\therefore 105.8325 = 97 + 97 \text{ ع}$$

ومنه نجد أن

$$\text{ع} = 8.8325 \div 97$$

$$= 0.0910567$$

المعدل السنوي = 9.1% تقريبا

تدريب (3):

- ما مقدار المعدل في التدريب السابق إذا فرض المدين لم يتمكن من سداد الأقساط في موعدها بل أجل سدادها إلى نهاية المدة وأن الدائن :
- (أ) لم يحسب فوائد تأخير بالمرة.
- (ب) أحسب فوائد تأخير علي الأقساط الستة الأولى فقط بمعدل 6% سنويا.
- (ج) أحسب فوائد تأخير علي الأقساط الستة الأولى بمعدل 6% وعلي الأقساط الباقية بمعدل 3% سنويا.

الحل

- (أ) إذا فرض أن الدائن لم يحسب فوائد تأخير بالمرة فمعنى هذا أن جملة ما حصله

الدائن من المدين 103 دينار كويتي

وهذا المبلغ هو جملة أصل مستثمر قدره 97 دينار كويتي لمدة 12 شهرا بالمعدل

المطلوب معرفته ع مثلا.

$$\therefore 103 = 97 + 97 \text{ ع}$$

$$\therefore \text{ع} = 97 \div 6$$

$$= 0.06186$$

- (ب) إذا حسب الدائن فوائد تأخير علي الأقساط الستة الأولى بمعدل 6% سنويا فيكون

جملة ما حصله من المدين.

$$= 103 + \frac{103}{12} \times \frac{6}{100} \times \left[\frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} + \frac{4}{12} + \frac{5}{12} + \frac{6}{12} \right]$$

$$= 103 + \frac{103}{12} \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{6}{2} \times (11 + 6)$$

$$= 105.18875 \text{ دينار كويتي} = 105.189 \text{ دينار كويتي تقريبا}$$

وهذا المبلغ يمثل جملة أصل مستثمر قدره 97 دينار كويتي في نهاية 12 شهرا بمعدل ع

$$\therefore 105.189 = 97 + 97 \text{ ع}$$

$$\therefore \text{ع} = 8.180 \div 97$$

$$= 0.08442$$

والمعدل السنوي هو 8.442%

(ج) إذا حسب الدائن فوائد تأخير علي الأقساط الأولي بمعدل 6% والأقساط الباقية بمعدل

3% سنويا فيكون جملة ما حصله في نهاية السنة = الجملة كما في (ب) أعلاه

+ فوائد الأقساط التالية للقسط السادس بمعدل 3% سنويا.

$$= 105.189 + \frac{103}{12} \times \frac{3}{100} \times \frac{1}{12} \times (5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 0)$$

$$= 105.189 + \frac{103}{12} \times \frac{3}{100} \times \frac{1}{12} \times 5 \times \frac{6}{2}$$

$$= 105.189 + 0.322$$

$$= 105.511 \text{ دينار كويتي}$$

وهذا يمثل جملة أصل مستثمر لمدة 12 شهر قدره 97 بمعدل ع

أي أن:

$$105.511 = 97 + 97 \text{ ع}$$

$$\therefore \text{ع} = 97 \div 8.511 =$$

$$= 0.08774$$

والمعدل السنوي هو 8.774 %

(7) سداد مبلغ القرض باقساط متساوية من الأصل فقط مع سداد فائدة علي الأرصدة :

وفقا لهذه الطريقة يقوم المدين بسداد أصل القرض علي عدة اقساط متساوية القيمة وعلي فترات منتظمة خلال المدة مع سداد فائدة علي الأرصدة المستحقة ، ويلاحظ أن الفوائد هنا تكون متناقضة لأنها تحسب علي الأرصدة الباقية والمستحقة علي المدين ، ولذلك فإن القسط النهائي الذي يسدده المدين آخر كل فترة زمنية يكون متناقضا أيضا.

تدريب (1):

أقترض تاجر في أول يناير 2005 مبلغ 18000 دينار كويتي من بنك المهندس واتفق علي سداد أصل القرض علي أربعة اقساط متساوية من الأصل فقط يسدد كل منها آخر كل ثلاثة شهور خلال نفس العام، علي أن يسدد فائدة علي الارصدة بمعدل 12 % سنويا.

والمطلوب:

(1) حساب قيمة القسط المتساوي

(2) مجموع الفوائد التي تحملها المدين

(3) تصوير جدول استهلاك القرض

الحل

$$\text{القسط المتساوي} = 18000 \div 4 = 4500 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{ف}_1 = 18000 \times \frac{12}{100} \times \frac{3}{12} = 540 \text{ دينار كويتي}$$

$$\therefore \text{القسط الأول} = 540 + 4500 = 5040 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{الرصيد بعد سداد القسط الأول} = 18000 - 4500 = 13500 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{ف}_2 = 13500 \times \frac{12}{100} \times \frac{3}{12} = 405 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{القسط الثاني} = 405 + 4500 = 4905 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{الرصيد بعد سداد القسط الثاني} = 13500 - 4500 = 9000 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{ف}_3 = 9000 \times \frac{12}{100} \times \frac{3}{12} = 270 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{القسط الثالث} = 270 + 4500 = 4770 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{الرصيد بعد سداد القسط الثالث} = 9000 - 4500 = 4500 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{ف}_4 = 4500 \times \frac{12}{100} \times \frac{3}{12} = 135 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{القسط الرابع} = 135 + 4500 = 4635 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{الرصيد بعد سداد القسط الرابع} = 4500 - 4500 = \text{صفر}$$

جدول استهلاك القرض

الفترة	بيان	الرصيد أول الفترة	الفائدة علي الرصيد	القسط المتساوي	القسط المدفوع	الرصيد آخر الفترة
الأولى		18000	540	4500	5040	13500
الثانية		13500	405	4500	4905	9000
الثالثة		9000	270	4500	4770	4500
الرابعة		4500	135	4500	4635	-
المجموع		-	1350	18000	19350	-

تدريب (2):

اقترض شخص مبلغ 1200 وقد اتفق مع الدائن علي أن يسدد الدين علي أقساط شهرية متساوية من أصل القرض عددها 12 قسطا يدفع القسط في نهاية كل شهر كما يدفع الفوائد علي الأرصدة بصفة دورية وفي آخر كل شهر أيضا. احسب مقدار الفوائد التي يدفعها المدين علما بأن معدل الفائدة السنوي هو 6% سنويا ثم احسب متوسط ما يدفعه العميل شهريا من أصل القرض والفوائد.

الحل

القسط الشهري الذي يسدده المدين

$$\frac{1200}{12} =$$

= 100 دينار كويتي

الفائدة التي يدفعها المدين في نهاية الشهر الأول

= 6 دينار كويتي

ما يدفعه المدين في نهاية الشهر الأول

= 100 دينار كويتي

الرصيد في بدء الشهر الثاني

= 1200 - 100

= 1100 دينار كويتي

مقدار الفائدة المستحقة في نهاية الشهر الثاني

$$= 1100 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12}$$

= 5.5 دينار كويتي

وهكذا نجد أن:

الرصيد في بدء الشهر الثالث = 1000 دينار كويتي

وفي بدء الشهر الرابع = 900 دينار كويتي

وفي بدء الشهر الخامس = 800 دينار كويتي

وهكذا

كما نجد أن:

الفائدة المستحقة عن الشهر الثالث 5 دينار كويتي

و الفائدة المستحقة عن الشهر الرابع 4.5 دينار كويتي

و الفائدة المستحقة عن الشهر الخامس 4 دينار كويتي

وهكذا تنقص الفائدة شهريا بمقدار نصف دينار

وعلي هذا يكون مجموع الفوائد التي يدفعها المدين

$$= 0.5 + \dots + 4 \quad 4.5 + 5 + 5.5 + 6$$

= حاصل جمع متوالية عددية حدها الأول 6 والحد الأخير 0.5 ومجموع حدودها 12

$$= 6.5 \times \frac{12}{2}$$

$$= 39.0 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار ما يسدده المدين من أصل وفوائد

$$= 39 + 100 \times 12$$

$$= 1239 \text{ دينار كويتي}$$

متوسط القسط الشهري

$$= \frac{1239}{12} = 103.25 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب(3):

اقترض شخص مبلغ 2000 دينار كويتي ووعده بسداد القرض علي 4 أقساط ربع سنوية متساوية من أصل القرض يدفع القسط في نهاية كل فترة كما تدفع الفوائد علي الأرصدة بصفة دورية في آخر كل فترة.

والمطلوب حساب مجموع الفوائد المستحقة ومتوسط القسط الربع السنوي إذا كان معدل الفائدة 6% سنوياً.

الحل

مقدار القسط الربع السنوي

$$= 2000 \div 4 = 500 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار الفائدة علي القرض لمدة ثلاثة شهور

$$= 2000 \times \frac{3}{12} \times \frac{6}{100} = 30 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار الفائدة علي قسط واحد لمدة ثلاثة شهور

$$= 500 \times \frac{3}{12} \times \frac{6}{100} = 7.5 \text{ دينار كويتي}$$

∴ مجموع الفوائد يساوي حاصل جمع متوالية عددية حدها الأول 30 وحدها الأخير

7.5 وعدد حدودها 4

$$= \frac{4}{2} \times (7.5 + 30) = 75 \text{ دينار كويتي}$$

مجموع الأصل + الفوائد = 2000 + 75 = 2075 دينار كويتي

متوسط القسط الربع السنوي

$$= 2075 \div 4 = 518.750 \text{ دينار كويتي}$$

(8) سداد القرض وفوائده بأقساط متساوية من الأصل والفوائد:

تعتبر هذه الطريقة أكثر الطرق شيوعا في سوق المال نظرا لأن المدين يفضل دفع مبلغ ثابت آخر كل فترة زمنية خاصة وأن ذلك يؤدي الي انتظام التزاماته وعدم التباس الامر في حساباته وهنا نطبق المعادلة الآتية:

$$\text{جملة القرض} = (س \times ن) + س \times ع \times \frac{ن}{2} (أ + ل)$$

حيث:-

س = قيمة القسط المتساوي

ن = عدد الأقساط

أ = المدة التي يمكنها القسط الاول لدي الدائن

ل = المدة التي يمكنها القسط الأخير لدي الدائن

كما يجوز حساب قيمة القسط المتساوي وفقا للمعادلة الآتية:-

مجموع الأقساط المسددة = حاصل جمع اصل الدين + مجموع الفوائد المستحقة في نهاية كل فترة من فترات السداد هذا مع ملاحظة ان الطريقة الأولى اسهل من الطريقة الثانية ولاسيما اذا كان عدد الأقساط كبير حتي لا يضر احد طرفي التعامل يجب ان يكون جملة المبالغ المسددة في نهاية مدة الدين الأصلية مساوية لجملة اصل الدين عند نهاية مدة الدين .

تدريب (1):

أقرض تاجر مبلغ 9408 دينار كويتي علي أن يقوم بسداده علي 6 أقساط
سدس سنوية متساوية من الأصل والفائدة علي أن يدفع القسط الاول فورا والقسط
الاخير في نهاية المدة فاذا علمت ان معدل الفائدة 5% سنويا فالمطلوب حساب قيمة
القسط المتساوي وكذلك تصوير جدول الاستهلاك .

الحل

جملة القرض = جملة الاقساط

$$9408 (1 + \frac{5}{100} \times \frac{10}{12}) = (6 \times س) + س \times \frac{5}{100} \times \frac{6}{2} (\frac{10}{12} + صفر)$$

$$9408 \times \frac{125}{120} = 6س + 0.125س - 6.125س$$

$$\therefore س = 9408 \times \frac{125}{6125} - 1600 = 1600 \text{ دينار كويتي}$$

جدول استهلاك القرض

المبلغ	البيان	المبلغ	البيان
-	9408	-	أصل القرض
-	392	667	فائدة لمدة عشرة شهور
-		-	القسط الأول
		333	فائدة لمدة 8 شهور
		-	القسط الثاني
		-	فائدة لمدة 6 شهور
		-	القسط الثالث
		-	فائدة لمدة 4 شهور
		-	القسط الرابع
		333	فائدة لمدة شهرين
		-	القسط الخامس
		-	فائدة بدون مدة
		-	القسط السادس
-	9800	-	9800

هذا ويلاحظ أنه تم تصوير جدول الاستهلاك دون عمليات حسابية كثيرة لأن فوائد الاقساط عبارة عن متوالية عددية حيث يتم حساب فائدة القسط قبل الاخير بالمعادلة .

$$\text{الفائدة} = \text{القسط} \times \text{مدة القسط} \times \text{المعدل}$$

وتكون الفوائد السابقة عنها عبارة عن مضاعفاتها.

تدريب (2):

اقترض شخص مبلغ 100 دينار كويتي بمعدل فائدة 8 % سنويا وانفق مع الدائن علي سداد الدين وفوائده علي أربعة أقساط ربع سنوية متساوية يبدأ سداد الأول

منها في نهاية 3 شهور من تاريخ التعاقد - والمطلوب حساب قيمة القسط وإعداد جدول الاستهلاك.

الحل

أولا باتباع الطريقة الأولى :-

نفرض أن القسط الربع السنوي س

جملة القرض في نهاية المدة = جملة الأقساط المسددة في نهاية المدة أيضا

$$\text{جملة القرض} = 100 + 100 \times 0.08$$

$$= 108 \text{ دينار كويتي}$$

جملة الأقساط المسددة

= جملة دفعة عادية ربع سنوية مبلغها الربع السنوي س وعدد

مبالغها 4 وبمعدل فائدة 0.08

$$= 4 \text{ س } \left[1 + \frac{1}{2} \times \frac{8}{100} \times \frac{1}{4} (4 - 1) \right]$$

$$= 4 \text{ س } + 0.12 \text{ س}$$

$$= 4.12 \text{ س}$$

$$108 = 4.12 \text{ س}$$

$$\therefore \text{س} = 108 \div 4.12$$

$$= 26.214 \text{ دينار كويتي}$$

= القسط الربع السنوي المطلوب

ثانيا - باتباع الطريقة الثانية:

نفرض أن القسط المطلوب (س)

مجموع الأقساط المسددة = 4 س

أما الفوائد المستحقة في نهاية كل فترة من فترات السداد فتحسب كالآتي:

الفترة	الأصل في بدء الفترة	الفائدة في نهاية الفترة
1	100	$2 = \frac{1}{4} \times \frac{8}{100} \times 100$
2	100 - س	$2 - 0.2 س = \frac{1}{4} \times \frac{8}{100} \times (100 - س)$
3	100 - 2 س	$2 - 0.04 س = \frac{1}{4} \times \frac{8}{100} \times (100 - 2 س)$
4	100 - 3 س	$2 - 0.6 س = \frac{1}{4} \times \frac{8}{100} \times (100 - 3 س)$

مجموع الفوائد = 8 - 0.12 س

وحيث أن

مجموع الأقساط المسددة = أصل الدين + الفوائد

∴ 4 س = 8 - 0.12 س + 100

$$4.12 \div 108 =$$

$$4.12 \div 108 = \text{س.}$$

$$26.214 \text{ دينار كويتي} =$$

$$= \text{القسط المطلوب}$$

جدول الاستهلاك

الفترة	الرصيد في أول الفترة		الفائدة في آخر الفترة	الرصيد + الفائدة في نهاية الفترة وقبل سداد القسط	القسط المسدد في نهاية الفترة	الرصيد بعد سداد القسط
	أصل	فائدة				
1	100.000	-	2.000	102.000	26.214	75.786
2	73.786	2.000	1.476	77.262	26.214	51.048
3	47.572	3.476	0.952	52.000	26.214	25.786
4	21.358	4.428	0.428	26.214	26.214	-

يلاحظ أن حساب القسط الدوري بأحدي الطريقتين السابقتين لا يحقق للدائن فائدة بمعدل فائدة القرض خلال المدة كلها إلا إذا أمكنه إعادة استثمار كل قسط من الأقساط المحصلة بمجرد تحصيله حتى نهاية مدة القرض الأصلية وبنفس معدل فائدة القرض، فإذا لم يتمكن من استثمار الأقساط بالمرة أو تمكن من استثمار جميعها أو

بعض منها بمعدل أقل من معدل فائدة القرض فإن معدل الفائدة الذي يحققه من العملية خلال مدة القرض يكون أقل من معدل فائدة القرض.

تدريب (3):

أحسب معدل الفائدة الذي يحققه الدائن في التدريب السابق إذا لم يتمكن من استثمار أي قسط من الأقساط التي حصلها.

الحل

رأس المال المستثمر = 100 دينار كويتي

مدة الاستثمار سنة واحدة

القسط الذي يدفعه المدين

= 26.214 دينار كويتي

مجموع الأقساط التي حصلها الدائن

= 26.214×4

= 104.856 دينار كويتي

وهذا المبلغ يمثل جملة أصل مستثمر قدره 100 دينار كويتي لمدة سنة.

فإذا فرض أن معدل الفائدة الذي يحققه الدائن من العملية (ع)

$\therefore 104.856 = 100 + 100 \text{ ع}$

$\therefore \text{ع} = 0.04856$ دينار كويتي

المعدل السنوي للفائدة

$$= 4.856\%$$

وهو أقل بكثير من معدل فائدة القرض 8 %

تدريب (4):

إذا فرض في التدريب (2) أن الدائن استثمر القسط الأول بمعدل 8% والقسط الثاني بمعدل 6% سنويا ولم يتمكن من استثمار القسط الثالث فما هو معدل الفائدة الذي يكون قد حققه من العملية خلال مدة الدين.

الحل

مجموع ما يكون لدى الدائن في نهاية مدة الاستثمار.

= مجموع الأقساط المحصلة + مجموع الفوائد التي يحصل عليها من استثمار الأقساط

التي تمكن من استثمارها

$$= 4 \times 26.214$$

+ فائدة مبلغ 26.214 لمدة 9 شهور بمعدل 8 % سنويا

+ فائدة مبلغ 26.214 لمدة 6 شهور بمعدل 6% سنويا

$$= 104.856$$

$$+ \frac{9}{12} \times \frac{8}{100} \times 26.214$$

$$+ \frac{6}{12} \times \frac{6}{100} \times 26.214$$

$$0.78642 + 1.57284 + 104.856 =$$

$$107.21526 =$$

وهذا المبلغ جملة مبلغ يمثل 100 دينار كويتي مستثمر لمدة سنة.

فإذا فرض أن معدل الفائدة

$$\therefore 107.215 = 100 + 100 \text{ ع}$$

$$\therefore \text{ع} = 0.7215$$

والمعدل المئوي السنوي للفائدة 7.215 %

تدريب (5):

إذا فرض التدريب (2) أن الدائن لن يتمكن من استثمار الأقساط المحصلة من المدين فاحسب مقدار القسط الربع السنوي الذي يحقق له فائدة خلال مدة القرض بمعدل 8% سنويا.

الحل

جملة الدين بمعدل 8% سنويا

$$0.08 \times 100 + 100 =$$

$$= 108 \text{ دينار كويتي}$$

إذا فرضنا أن القسط الربع السنوي س فإن جملة الأقساط المسددة

$$= 4 \text{ س}$$

$$\therefore 4 \text{ س} = 108$$

$$\therefore \text{س} = 108 \div 4$$

= 27 دينار كويتي

= القسط الربع السنوي المطلوب

والجدول الآتي يبين كيف أن القسط الربع السنوي وقدره 27 دينار كويتي يكون كافياً لتحقيق فائدة 8% لمدة سنة على مبلغ القرض وقدره 100 دينار كويتي

جدول الاستهلاك

الفترة	الرصيد في أول الفترة		الفرق فائدة على الأقساط المسددة	إجمالي الرصيد	القسط المسدد من الأصل	الرصيد في نهاية الفترة بعد سداد القسط
	أصل	فائدة				
1	100	-	2.00	102	27	75
2	73	2	1.46	77	27	50
3	46	4	0.92	52	27	25
4	19	6	0.38	27	27	-

والخانة الخامسة في الجدول السابق تمثل فرق الفائدة على الأقساط المسددة إذ أن المدين عندما يسدد جزء من القسط نجد أن هذا القسط لا يستثمر وبذلك تتحقق خسارة على هذا القسط تعادل فائدته للمدة الباقية من مدة الدين. وعلى هذا فإن الخسارة في مقدار الفائدة بالنسبة للأقساط المسددة تكون 0.54 في نهاية الفترة الثانية (وهي

تعاادل فائدة 27 دينار كويتي لمدة 3 شهور بمعدل 8% وتكون 1.08 في نهاية الفترة الثالثة (وهي تعادل فائدة 54 دينار كويتي لمدة 3 شهور بمعدل 8%) وهكذا.

تدريب (6):

ما مقدار القسط الربع السنوي في التكرير السابق إذا كانت الأقساط المسددة تستمر بمعدل 3% سنويا.

الحل

جملة القرض في نهاية المدة = 108 دينار كويتي

فإذا كان القسط الربع السنوي س

فإن جملة الأقساط المسددة في نهاية المدة = جملة دفعة ربع سنوية عادية

عدد مبالغها 4 وكل مبلغ = س ومعدل الفائدة 3%

$$4 \text{ س} = \left(1 + 0.03 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 3 \right)$$

$$4.045 \text{ س}$$

$$4.045 = 108 \therefore$$

$$\therefore \text{ س} = 108 \div 4.045$$

$$= 26.7 \text{ دينار كويتي}$$

$$= \text{القسط الربع السنوي المطلوب}$$

والجدول الآتي يبين كيف أن هذا القسط يكون كافيا لكي يحقق للدائن فائدة بمعدل 8% سنويا طول مدة الدين بالرغم من أنه يعيد استثمار الأقساط المحصلة بمعدل 3% فقط.

جدول الاستهلاك

الفترة	الرصيد في أول الفترة		الفرق فائدة علي الأقساط المسددة	الرصيد قبل سداد القسط مباشر	القسط المسدد من الأصل	الرصيد في نهاية الفترة بعد سداد القسط
	أصل	فائدة				
1	100.0	-	2.000	102.0	26.7	75.3
2	73.3	2.0	1.466	77.1	26.7	50.4
3	46.6	3.8	0.932	52.0	26.7	25.3
4	19.9	5.4	0.398	26.7	26.7	-

والخانة الخامسة يمكن إيضاها كالآتي:

عندما يسدد المدين القسط الأول وقدره 26.7 يحرم الدائن من استثمار هذا القسط بمعدل 8% خلال المدة الباقية من الدين ولكن الدائن لا يحرم من الاستثمار بتاتا بل يستثمر القسط بمعدل فائدة 3% ويكون الفرق في الفائدة علي القسط لمدة فترة واحدة هو:

$$0.334 = (0.03 - 0.08) \times \frac{1}{4} \times 26.7$$

وهذا الفرق يتضاعف عندما يسدد المدين قسطين فيصبح الفرق 0.668 وهكذا. وهذه الفرق يجب أن يتحملها المدين.

ويلاحظ في مثل هذه الحالات أن الدائن قد يحقق فائدة بمعدل أعلى من معدل فائدة القرض إذا هو تمكن من استثمار الأقساط المحصلة بمعدل أعلى من المعدل الذي حسبت الأقساط على أساسها.

تدريب (7):

إذا فرض في التدريب رقم (5) أن الدائن يتمكن من استثمار الأقساط المحصلة من المدين بمعدل 4% سنوياً فأحسب مقدار معدل الفائدة الذي حققه الدائن من العملية خلال مدة الدين.

الحل

في هذه الحالة نجد أن الأصل المستثمر هو 100 دينار كويتي

وأن جملة هذا المبلغ في نهاية مدة سنة = مجموع الأقساط المحصلة + فوائد

استثمارها بمعدل 4%

ولكن القسط المحصل = 27 دينار كويتي

∴ جملة ما يكون لدى الدائن في نهاية سنة.

$$= 27 \times 4 + 27 \times \frac{4}{100} \times \frac{1}{12} \times [0 + 3 + 6 + 9]$$

$$= 108 + 1.62 = 109.62 \text{ دينار كويتي}$$

إذا كان معدل الفائدة الذي حققه الدائن من العملية ع فإن:

$$109.62 = 100 + 100 \times ع$$

$$\therefore ع = 0.096 \text{ والمعدل السنوي } 9.62\%$$

تكريب (8):

اقترض شخص من آخر مبلغ 400 دينار كويتي واتفق الطرفان علي أن يسدد الدين علي أقساط شهرية متساوية عددها 12 يدفع القسط في آخر كل شهر. احسب مقدار القسط الشهري إذا كان معدل الفائدة 6% سنوياً.

الحل

نفرض أن القسط للدفعة (س)

جملة الدفعة في نهاية السنة

= مجموع مبالغ الدفعة + مجموع فوائد هذه المبالغ

مجموع مبالغ الدفعة = 12 س

مجموع فوائد هذه المبالغ

$$= س \times \frac{6}{100} \times \frac{11}{12} + س \times \frac{6}{100} \times \frac{10}{12} + \dots +$$

$$+ س \times \frac{6}{100} \times \frac{\text{صفر}}{12}$$

$$= س \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} [0 + 1 + 2 + \dots + 9 + 10 + 11]$$

$$= \frac{س}{200} \times \text{حاصل جمع متوالية عددية حدها الأول 11 والآخر صفر وعدد حدودها 12}$$

$$= \frac{س}{200} \times \frac{12}{2} \times 11$$

$$= 0.33 س$$

∴ جملة الدفعة

$$= 12 \text{ س} + 0.33 \text{ س}$$

$$= 12.33 \text{ س}$$

كما يمكن حساب هذه الجملة باستخدام قانون جملة الدفعة كالآتي:

$$12 \text{ س} [(1 + 12) \times \frac{1}{12} \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{2} + 1]$$

$$= 12.33 \text{ س}$$

جملة القرض في نهاية السنة

$$= 400 + 400 \times \frac{6}{100} \times \frac{12}{12}$$

$$= 424 \text{ دينار كويتي}$$

وحيث أن جملة القرض في آخر السنة = جملة الدفعة

$$∴ 12.33 \text{ س} = 424$$

$$∴ \text{س} = \frac{424}{12.33}$$

$$= 34.388 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (9):

اقترض شخص ما مبلغ 500 دينار كويتي لمدة 18 شهرا بمعدل فائدة 6% وبعد مضي ستة شهور من تاريخ القرض عرض علي الدائن أن يسدد له الدين علي

12 قسماً شهرياً علي أن يسدد له أول قسط في الحال. وقد وافق الدائن علي اقتراح المدين ولكن علي أن يحسب له فوائد علي الأقساط المدفوعة بمعدل 3 % فقط. أحسب مقدار القسط الشهري الذي يدفعه المدين.

الحل

جملة الأقساط في نهاية مدة القرض

= جملة الدين في نفس التاريخ

جملة الدين = جملة مبلغ 500 دينار كويتي في نهاية مدة 18 شهراً بمعدل فائدة 6% سنوياً.

$$= 500 + 500 \times \frac{6}{100} \times \frac{18}{12}$$

= 545 دينار كويتي

أما جملة الأقساط فتساوي جملة دفعة شهرية غير عادية أي تدفع في أول كل شهر وعدد مبالغها 12 وبمعدل فائدة 3%

نفرض أن مبلغ الدفعة = س

مجموع مبالغ الدفعة = 12 س

مجموع فوائد هذه المبالغ

$$= س \times \frac{3}{100} \times \frac{1}{12} (1 + 2 + \dots + 8 + 9 + 10 + 11 + 12)$$

$$= \text{س} \times \frac{3}{100} \times \frac{1}{12} \times \text{مجموع متوالية عددية حدها الأول 12}$$

والأخير 1 وعدد حدودها 12

$$= \text{س} \times \frac{3}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{12}{2} \times (1 + 12)$$

$$= 0.195 \text{ س}$$

∴ جملة الدفعة

$$= 12 \text{ س} + 0.195 \text{ س}$$

$$= 12.195 \text{ س}$$

$$\therefore 12.195 \text{ س} = 545$$

$$\therefore \text{س} = 545 \div 12.195$$

$$= 44.691 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (10)

اقترض شخص مبلغ 600 دينار كويتي من آخر لمدة 15 شهرا وبمعدل فائدة 6 % وقد اتفق المدين مع أحد البنوك علي أن يودع لديه في آخر كل شهر مبلغ 45 دينار كويتي فإذا علم أن جملة ما أودعه المدين في البنوك كان يزيد علي المستحق علي في نهاية الدين بمبلغ 37.875 دينار كويتي فاحسب معدل الفوائد التي يحسبها البنك علي المبالغ المودعة لديه .

الحل

جملة الدين في نهاية 15 شهرا

$$= 600 + 600 \times \frac{6}{100} \times \frac{15}{12}$$

$$= 645 \text{ دينار كويتي}$$

∴ جملة الدفعة

$$= 645 + 37.875$$

$$= 683.875 \text{ دينار كويتي}$$

نفرض أن معدل الفائدة المطلوب بالنسبة للدينار الواحد

$$= \text{جملة الدفعة في نهاية 15 شهرا}$$

$$= \text{مجموع مبالغ الدفعة} + \text{مجموع فوائد هذه المبالغ}$$

$$= 15 \times 45 + 45 \times \frac{1}{12} \times [14 + 13 + \dots + 1 + 0]$$

$$= 675 + 45 \times \frac{1}{12} \times \frac{15}{2} \times 14$$

$$= 675 + 393.75 \text{ ع}$$

$$\therefore 675 + 393.75 \text{ ع} = 682.875$$

$$\therefore 393.75 \text{ ع} = 682.875 - 675$$

$$= 7.875$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{7.875}{393.75}$$

∴ المعدل السنوي للفائدة

$$2\% = 100 \times \frac{7.875}{393.75}$$

تدريب (11):

اقترض شخص مبلغ 1000 دينار كويتي بمعدل فائدة 6% سنويا وواعد بسداد القرض وفوائده علي أقساط متساوية عددها 10 فإذا كان القسط الأول يستحق السداد في نهاية سنة وثلاثة شهور من تاريخ إصدار القرض فاحسب مقدار القسط المتساوي. ثم إذا فرض أن الدائن لم يتمكن من إعادة استثمار الأقساط المحصلة فاحسب معدل الفائدة الذي يكون قد حققه من هذه العملية.

الحل

إذا كان القسط الأول يستحق السداد في نهاية 15 شهرا من تاريخ إصدار القرض فإن القسط الثاني يستحق السداد بعد 16 شهرا والثالث بعد 17 شهرا وهكذا نجد أن القسط العاشر يستحق السداد بعد 24 شهرا أي أن مدة القرض 24 شهرا. كما أن الأقساط تمثل دفعة عادية مدتها 10 شهرا وعدد مبالغها 10 ومقدارها الشهري يساوي القسط المطلوب وهذا القسط يمكن حسابه بتطبيق القاعدة

جملة القرض في نهاية مدة الدين

= جملة الأقساط المسددة في النهاية

ولكن جملة القرض في نهاية مدة الدين

$$= 1000 + 1000 \times \frac{6}{100} \times \frac{24}{12}$$

= 1120 دينار كويتي

وإذا فرضنا أن القسط المطلوب (س) فيكون

جملة الأقساط المسددة

$$= 10 \text{ س} \left[1 + \frac{1}{2} \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} \times (10 - 2) \right]$$

$$= 10 \text{ س} \left(1 + \frac{1}{2} \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} \times 9 \right)$$

= 10.225 س

$$\therefore 1120 = 10.225 \text{ س}$$

$$\therefore \text{س} = 1120 \div 10.225$$

= 109.535 دينار كويتي

وإذا لم يتمكن الدائن من استثمار أي قسط من هذه الأقساط حتى نهاية مدة الدين فإن

جملة ما يكون لديه في نهاية 24 شهرا من تاريخ إصدار القرض

$$= 10 \times 109.535$$

= 1095.35 دينار كويتي

وحيث أن الأصل المستثمر هو 1000 دينار كويتي

فإن مبلغ 1095.35 دينار كويتي يمثل جملة أصل قدره 1000 بعد سنتين . فإذا

فرضنا أن معدل الفائدة الذي يحققه الدائن خلال مدة الدين هو E فإن

$$1095.35 = 1000 + 1000 \times E \times 2$$

$$\therefore E = 2000 \div 95.35$$

$$= 0.047675$$

$$\therefore \text{المعدل السنوي} = 4.7675\%$$

(9) - سداد القرض وفوائده بأقساط غير متساوية وغير منتظمة.

وبمقتضى هذه الطريقة يحصل المدين على القرض اللازم له ويقوم بدفع أي مبلغ يمكنه سداؤه خلال المدة وفي نهاية المدة تتم عملية التسوية بين جملة القرض وجملة ما سدده المدين ليدفع الفرق المستحق عليه أو يسترد الفرق الذي قد يستحق له. وفي هذه الحالة نجد أن الرصيد الذي يسدده المدين في نهاية مدة الدين يساوي الفرق بين جملة الدين في نهاية المدة وجملة المبالغ المسددة في ذلك التاريخ أيضا وذلك كما يتضح من التدريبات التالية:-

تدريب (1):

أقترض تاجر مبلغ 1000 دينار كويتي في 20/4/2005 وقد قام بسداد

المبالغ الآتية:

300 دينار كويتي في 15/5/2005

200 دينار كويتي في 2005/6/28

400 دينار كويتي في 2005/7/29

فما هو المبلغ الواجب دفعه في 2005/8/18 لسداد باقي القرض، اذا كان معدل الفائدة البسيطة 6% سنويا.

الحل

ابريل مايو يونيو يوليو أغسطس

مدة القرض = 10 + 31 + 30 + 31 + 18 = 120 يوم

مدة المبلغ الأول = - + 16 + 30 + 31 + 18 = 95 يوما

مدة المبلغ الثاني = - + - + 2 + 31 + 18 = 51 يوم

مدة المبلغ الثالث = - + - + - + 2 + 18 = 20 يوم

جملة القرض = 1000 + 1000 + $\frac{6}{100} \times \frac{120}{360}$ = 1020 دينار كويتي

نمر المبلغ الأول = 95 × 300 = 28500

نمر المبلغ الثاني = 51 × 200 = 10200

نمر المبلغ الثالث = 20 × 400 = 8000

مجموع النمر = 46700

∴ مجموع الفوائد = $\frac{\text{مجموع النمر}}{\text{القاسم}} = \frac{46700}{6000} = 7.783$ دينار كويتي

جملة المبالغ المسددة = 300 + 200 + 400 + 7.783

- 907.783 دينار كويتي

المبلغ الواجب سداده = جملة القرض - جملة المبالغ المسددة

- 1020 - 907.783 = 112.217 دينار كويتي

تدريب (2):

في 17 مارس سنة 2005 اقترض شخص مبلغ 3000 دينار كويتي من آخر

بفائدة بمعدل 6% وقد قام بسداد المبالغ الآتية:

600 دينار كويتي في 15 أبريل سنة 2005

960 دينار كويتي في 31 مايو سنة 2005

300 دينار كويتي في 10 يولييه سنة 2005

احسب مقدار المستحق علي المدين في 15 سبتمبر سنة 2005 إذا حسبت الفوائد علي

المبالغ المسددة بمعدل 6% سنويا.

الحل

مدة استثمار أصل القرض

= المدة من 17 مارس سنة 2005 إلى 15 سبتمبر سنة 2005

مارس أبريل مايو يونيه يولييه أغسطس سبتمبر

= 14 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 15 = 182 يوما

الفائدة المستحقة علي الدين حتى 15 سبتمبر سنة 2005 .

= 3000 × $\frac{6}{100}$ × $\frac{182}{360}$ = 91 دينار كويتي

مدة استثمار الدفعة المسددة الأولى حتى 15 سبتمبر سنة 2005

$$= 15 + 31 + 31 + 30 + 31 + 153 \text{ يوما}$$

الفائدة المستحقة عن هذه الدفعة

$$= \frac{153}{360} \times \frac{6}{100} \times 600$$

$$= 15.3 \text{ ديناراً كويتياً}$$

مدة استثمار الدفعة الثانية حتى 15 سبتمبر سنة 2005

$$= 0 + 30 + 31 + 31 + 15 + 107 \text{ يوما}$$

للفائدة المستحقة على هذه الدفعة

$$= \frac{107}{360} \times \frac{6}{100} \times 960$$

$$= 17.12 \text{ دينار كويتي}$$

مدة استثمار الدفعة الثالثة حتى 15 سبتمبر 2005

$$= 21 + 31 + 15 + 67 \text{ يوما}$$

الفائدة المستحقة على هذه الدفعة

$$= 300 \times \frac{6}{100} \times \frac{67}{360} = 3.35 \text{ دينار كويتي}$$

جملة المبالغ المسددة وفوائدها في 15 سبتمبر سنة 2005

$$= 600 + 15.3 + 960 + 17.12 + 300 + 3.35$$

$$= 1895.77 \text{ دينار كويتي}$$

جملة الدين وفوائده في 14 سبتمبر سنة 2005

$$= 3000 + 91$$

$$= 3091 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار الرصيد في 15 سبتمبر سنة 2005

$$= 3091 - 1895.77$$

$$= 1195.23 \text{ دينار كويتي}$$

وهذا هو المبلغ الواجب علي المدين سداده في 2005/9/15 أراد إنهاء الدين في ذلك

التاريخ.

حسابات القروض باستخدام لغة البيسك

يعالج هذا التطبيق استخدام الكمبيوتر في إجراء الحسابات الآتية:

1. مقدار الخصم علي كمبيالة، والتكلفة لاصافية لكمبيالة مخصومة، ويتحقق ذلك بمعرفة القيمة المستقبلية للكمبيالة (Future Value) وسعر الخصم وعدد الأيام حتى تاريخ الاستحقاق. ويجري الحساب باستخدام القاعدة الآتية:

$$\text{Discount} = T * \frac{D}{100} * \frac{N}{360}$$

$$\text{Cost} = T - \text{discount}$$

حيث (T) ترمز إلي القيمة المستقبلية للكمبيالة التجارية.

، (D) ترمز إلي سعر الخصم.

، (N) ترمز إلي عدد الأيام حتى تاريخ الاستحقاق (Maturity).

2. حساب المبلغ الذي يمكن اقتراضه بمعرفة سعر الفائدة، وقيمة التسديدات المنتظمة، وعدد هذه الدفعات كل سنة، ومدة القرض. ويعتمد الحساب علي القاعدة الآتية:

$$P = \frac{R.N}{i} * \left(1 - \frac{1}{(1+i/N)^{N.Y}} \right)$$

حيث (P) ترمز إلي المبلغ الذي يمكن اقتراضه.

، (R) ترمز إلي قيمة الدفعة الخاصة بالتسديد (قسط السداد).

، (i) ترمز إلي سعر الفائدة (السنوي).

، (N) ترمز إلي عدد الدفعات الخاصة بالتسديدات كل عام (عدد الأقساط كل عام).

، (Y) ترمز إلى مدة القرض بالسنوات

3. حساب قيمة الدفعة الواحدة التي يجب دفعها من عدة دفعات لسداد قرض معين خلال مدة معينة. ويجري هذا الحساب بمعرفة قيمة القرض، وسعر الفائدة الذي يتقاضاه المصرف وفقا للعقد بينه وبين العميل، وعدد دفعات السداد في السنة الواحدة، وعدد سنوات السداد. وبمعرفة هذه البيانات تحدد قيمة دفعة السداد باستخدام القاعدة الآتية:

$$R = \frac{i * P / N}{1 - (\frac{i}{N} + 1) - N - Y}$$

حيث (R) ترمز إلى قيمة دفعة السداد (the regular payment) .

، (i) سعر فائدة الإقراض .

، (P) قيمة القرض (the principal) .

، (N) عدد دفعات السداد في السنة الواحدة. (عدد الأقساط في السنة الواحدة).

، (Y) عدد سنوات السداد

4. تصوير كشف استهلاك القرض ليبين:

أ- رقم دفعة السداد

ب- قيمة ما يدفع كفوائد عند كل دفعة سداد.

ج- مقدار ما استهلك من القرض بعد كل دفعة سداد.

د- قيمة الرصيد المتبقي من القرض بعد كل دفعة سداد.

هـ- قيمة تجميع الفوائد التي دفعت عند كل دفعة سداد.

و- قيمة الدفعة الأخيرة من دفعات سداد القرض.

ويجري تصوير الكشف وفقاً للقواعد الآتية:

- أ- رقم الدفعة هو رقمها ضمن كل عام.
- ب- قيمة ما استهلك من القرض = قيمة دفعة السداد - قيمة ما يدفع كفوائد.
- ج- قيمة الرصيد المتبقي = قيمة القرض - مجموع ما استهلك من القرض حتى تاريخ معين.
- د- مجموع الفوائد = جميع الفوائد التي دفعت مع كل دفعة حتى تاريخ معين.
- هـ- قيمة الدفعة الأخيرة = قيمة دفعة السداد + (قيمة القرض - حاصل ضرب قيمة دفعة السداد × عدد الدفعات السنوية × عدد السنوات)
- و- قيمة ما يدفع كفوائد مع كل دفعة = الرصيد المتبقي من القرض مضروب في نسبة سعر الفائدة إلى عدد الدفعات السنوية.

تدريب (1):

كمبالة قيمتها (625000) دينار تستحق الدفع بعد (60) يوم، كم يكون الخصم عليها بسعر (5.4 %)، وتكاليف الخصم ؟.

الحل

مقدار الخصم = (5625.00) دينار.

تكاليف الخصم = 619375.00 دينار.

وتجري العمليات الحسابية باستخدام البرنامج الكومبيوتر الآتي:

10	CLS
20	Print "Discount Commercial Paper"
30	DEFDBL A-Z
40	Print
45	Rem - Statements 50 to 110 request user input
50	Print "Future Value";
60	Input T

```

70   Print "Discount Rate (%)";
80   Input D
85   Rem - Convert Percent to Decimal
90   D = D / 100
100  Print "Days to maturity";
110  Input N
115  Rem - Calculate Discount, Print
120  D1 = T * D * N / 360
125  Print using "*****, ****, *****"; D1
130  Print "Discount = "; Print using ; D1
135  Rem - Calculate Cost, Print using; D1
140  Print "Cost = "; Print using ; T - d1
145  Rem - Print Blank Line to separate data
148  From question
150  Print
155  Rem - Restart or end program ? user input
158  Required
160  Print "More Data ? ( 1 = Yes, 0 = No )";
170  Input X
180  IF X = 1 Then 40
190  End

```

تدريب (2):

قبل أحد العملاء دفع مبلغ (500) دينار كل شهرين لمدة ثلاث سنوات بفائدة (20%)، كم يكون المبلغ الذي يمكن اقتراضه.

الحل

المبلغ الذي يمكن اقتراضه = 6686.88 دينار
ويجري الحساب باستخدام البرنامج الكمبيوتر الآتي:

```

10  CLS
20  Print "Principal on a loan"
30  DEFDBL A - Z
40  Print
45  Rem - Statements 50 to 120 require user input
50  Print "Regular payment";
60  Input R
70  Print "Term in years";
80  Input Y
90  Print "Annual Interest Rate (%)";
100 Input I
105 Rem - Convert from percent to decimal for calclations
108 ID = I / 100
110 Print "Number of payments per year";
120 Input N
125 Rem - Calcuatate amount of principal by formula.
130  $P = R * N * (1 - 1 / (ID / N + 1))((n * Y)) / ID$ 
135 Rem - Round off to nearest piaster, Print
140 Print "Principal = ";
145 Print using "***** , **** , *****.***; P
148 Rem - Print Blank Line to separate data from question
150 Print
155 Rem - Restant or end program
160 Print "More data ? (1 = Yes, 0 = No)";
170 Input X
180 IF X = 1 Then 40
190 End

```

وتعدل بعض جمل هذا البرنامج عندما تكون مدة القرض تتضمن عدم سنوات وعدم أشهر، كالآتي:

```

70  Print "Term in years in years, Months";
80  Input Yo, M
85  Rem - Calculate Years from years and months
88   $Y = (12 * Y0 + M) / 12$ 

```

90	Print "Annual Interest Rate (%)";
.....
.....
190	End

تكريب (3):

يرغب العميل في اقتراض مبلغ (12000) ديناراً يدفعها علي أقساط ربع سنوية لمدة خمس سنوات. إذا كان سعر الفائدة (8%) كم يكون القسط الواحد.

الحل

قيمة القسط الواحد = 733.89 دينار

وتجري الحسابات البرنامج الكمبيوترى الآتى:

10	CLS
20	Print "Regular payment on a loan"
30	DEFDBL A – Z
40	Print
45	Rem – Statements 50 to 120 require user input
50	Print, "Term in Years";
60	Input Y
70	Print "Principal";
80	Input P
90	Print "Annual Interst Rate (%)";
100	Input I
105	Rem – Convert from percent to decimal for calculations
108	ID = I / 100
110	Print "Number of payment per year";
120	Input N
125	Rem – Calculate amount of principal by formula
130	$R = (ID * P / N) / (1 - 1) / (ID / N + 1) [(N * Y)$
135	Rem – Round off to nearest piaster, Print
140	Print "Regular Payment = ";
145	Print using "*****, ****, *****,**"; R

```

148 Rem - Print Blank Line to separate data from
149 Question
150 Print
155 Rem - Restart or end program
160 Print "More Data ? (1 = Yes, 0 = No)";
170 Input X
180 IF X = 1 Then 40
190 End

```

ويجري تعديل بعض جمل هذا البرنامج إذا كانت مدة القرض تتضمن عدة سنوات
وعدة أشهر، حيث يصبح:

```

50 Print "Term in years, months";
60 Input Yo, M
64 Rem - Calculate years from years and months
65  $Y = (12 * Yo + M) / 12$ 
70 Print "Principal ";
.....
.....
190 End

```

تدريب (4):

اقترض أحد العملاء مبلغ (2100) ديناراً بفائدة (6%) علي أن يدفع أقساطاً
شهرية قيمة كل قسط منها (75) دينار وذلك لمدة (2.5) سنة. صور الكشف الذي
يستهلك علي أساسه هذا القرض.

No. رقم الشهر	Interest الفائدة	Amortized قيمة الاستهلاك	Balance الرصيد	Accum Interest تجميع الفوائد
1	10.50	64.50	2035.50	10.50
2	10.18	64.82	1970.68	20.68
3	9.85	65.15	1905.53	30.53

4	9.53	65.47	1940.06	40.06
5	9.20	65.80	1774.26	94.26
6	8.87	66.13	1708.13	58.13
7	8.54	66.46	1641.67	66.67
8	8.21	66.79	1574.88	74.88
9	7.87	67.13	1507.75	82.75
10	7.54	67.46	1440.29	90.29
11	7.20	67.80	1372.49	97.49
12	6.86	68.14	1304.33	104.35
Year 1	104.35	7.95.63	—	—
1	6.52	68.84	1235.87	110.87
2	6.18	68.82	1167.05	117.05
3	5.84	69.16	1097.89	122.89
4	5.49	69.51	1028.38	128.38
5	5.14	69.86	958.52	133.52
6	4.79	70.21	888.31	138.31
7	4.44	70.56	817.75	142.75
8	4.09	70.91	746.84	146.84
9	3.73	71.27	675.57	150.57
10	3.38	71.62	603.95	153.95
11	3.02	71.98	531.97	156.97
12	2.66	72.34	459.63	159.63
Year 2	55.28	844.72	—	—
1	2.30	72.70	386.93	161.93
2	1.93	73.07	313.86	163.86
3	1.57	73.43	240.43	165.43
4	1.20	73.80	166.63	166.63
5	0.83	74.17	92.46	167.46
6	0.46	92.46	0.00	167.92
Year 3	8.29	459.63	—	—

$$\text{Last payment} = 92.92 \text{ (Amortized} = 795.65 + 844.72 + 459.63 = 2100 \text{)}$$

هذه العمليات الحسابية يمكن تنفيذها باستخدام البرنامج الكومبيوترى الآتى:

```

10  CLS
20  "Mortgage Amortization Table";
30  DEFDBL A - Z
40  DEFINT J, K
50  Print
55  Rem - Statements 60 to 180 require user input
60  Print "Regular payment";
70  Input R
80  Print "Term in years";
90  Input Y
100 Print "Principal";
110 Input P
120 Print "Annual Interest Rate";
130 Input I
140 I = I / 100
150 Print "Number of payments per year";
160 Input N
170 Print "Start Printing with what year";
180 Input X
185 Rem - Start Printing at the beginning of a year
190 X = Int (X)
199 Rem - Initalize variables
200 C 1 = 0
210 I 2 = 0
220 I 3 = 0
230 J0 = 0
240 N1 = N
250 K = 66
260 B0 = P
    
```

```

270  A1 = 0
280  A2 = 0
285  Rem - Is Term Less than one year ?
290  IF Int (Y) < 1 Then 770
295  Rem - Loop for each year
300  For J0 = 1 to Int (Y)
305  Rem - Start Printing ?
310  IF J0 < X Then 440
315  Rem - Need to start next page ?
320  IF K + N + 3 < 58 Then 430
325  Rem - Spece to top of next page (assume 66 lines
328  Per page )
330  For K1 = K to 66
340  Print
350  Next K1
360  Print
365  Rem - Print page headings
370  Print "Mortgage Amortization Table"
380  Print "Principal "; P; "At "; [ * 100;" % for "; Y
385  " Years "
390  Print "Regular Payment = "; R
400  Print
410  Print "No." , "Interest " , "Amortized " , "Balance",
415  " Accum Interest "
418  Rem - Count lines Printed on each page in K
420  K = 7
430  K = K + N + 3
440  For J1 = 1 To N1
445  Rem - Colculate Interest paid this payment, Round off
450  I 1 = Int (B0 * I/N) * 100 + 5 ) / 100
455  Rem - Count number of payments made so far
460  C 1 = C1 + 1
465  Rem - Calculate amortized this payment
470  A = R - I 1

```

```

475  Rem - Sum Amount Amortized to Date
480  A1 = A1 + A
485  Rem - Calculate Balance due
490  B0 = P - A1
495  Rem - Last Payment ? If Yes, Calculate Amount so
500  IF C1 <> N * Y Then 550
510  R = R + B0
520  A = A + B0
530  A1 = A1 + B0
540  B0 = 0
545  Rem - Sum Interst paid to Date
550  I 2 = I 2 + I 1
558  Rem - Sum Interest paid this year
560  I 3 = I 3 + I 1
565  Rem - Sum Amount Amortized this Year
570  A2 = A2 + A
575  Rem - Skip printing values in table until year
578  requested
580  IF J0 < X Then 610
582  Rem - Print using statements are used to align table. IF
583  An imputed or calculated value is too large for its relative
584  Field string, the table will lose its format
585  Print using "***", J1;
588  PU = "*****", "***"
590  Print using PU; I 1;
595  Print using PU; A;
600  Print using "*****", "*****.***"; B0;
605  Print using "*****", "*****.***"; I2
610  Next J1
615  Rem - Last payment ? IF tes, Round off, Print
620  IF C1 <> N*Y Then 650
630  Print
640  Print "Last payment = ";

```

```

645   Print using PU*; R
650   IF J0 < X Then 710
660   Print
670   J0 = J0
680   IF J0 > Y Then J9 = J0 - 1
690   Print "Yr."; J9; "Totals"
695   Print using PU*; 13; A2
700   Print
705   Rem - Completed Term ?
710   IF J0 > Y Then 800
720   IF B0 = 0 Then 800
725   Rem - Re initialize Yearly Variables
730   I 3 = 0
740   A2 = 0
750   Next J0
755   Rem - Need to Print a Partial year ?
760   IF J0 = Y Then 800
765   Rem - For a term less than one year, adjust variables
766   Rem - to Print a partial year and return to Print routine
770   N11 = (Y - Int (Y)) * 12) / 12*N
780   J0 = J0 + 1
790   Go to 310
800   Print
805   Restart or end program
810   Print "Change Data and Recompute? (1 = Yes, 0 =No);
820   Input Z
830   IF Z = 1 Then 50
840   End

```

لما إذا كانت مدة السداد أقل من سنة تعدل بعض جمل البرنامج السابق، وبذلك

يصبح كالآتي:

10	CLS
20	Print "Mortgage Amortization Table"
...
...
...
80	Print "Term in Years, Months";
90	Input Y0, M
95	Rem - Convert years and months to years
98	$Y = (12 * Y0 + M) / 12$
100	Print "Principal";
...
...
...
840	End

تدريب (5):

افترض عميل مبلغ (700) دينار بفائدة (9%) علي أن يدفع شهريا ولمدة (8) شهور مبلغ (100) دينار. صور كشف استهلاك هذا القرض .

الحل

No.	Interest	Amortized	Balance	Accum Interest
1	5.25	94.75	605.25	5.25
2	4.54	95.46	509.79	9.97
3	3.82	96.18	413.61	13.61
4	3.10	96.90	316.71	16.71
5	2.38	97.62	219.71	10.09
6	2.38	98.36	219.09	20.73
7	0.91	99.09	21.64	21.64
8	0.16	21.64	0.00	21.80
Total	21.80	700.00	—	—
Last Payment = 21.80				

تطبيقات عملية

1 - اقترض شخص من أحد المصارف المبالغ الآتية:

المبلغ بالدينارات الكويتية	تاريخ القرض
3000	10 مارس 2005
2000	30 مارس 2005
300	10 أبريل 2005
400	20 مايو 2005

وفي أول يونيه 2005 قام بسداد جملة الديون التي عليه وفوائدها للبنك. فإذا عامت أن المبلغ الذي سدده المدين هو 5765.9 دينار كويتي فاحسب معدل الفائدة الذي استثمر به البنك مبالغ القروض.

(الإجابة 6%)

2- اقترض شخص المبالغ الآتية من أحد المصارف

المبلغ بالدينارات الكويتية	تاريخ القرض
100	6 يونية 2005
200	16 يونية 2005
500	26 يونية 2005
؟	6 يولية 2005

وقد دفع القرض وفوائده بمعدل 6% سنوياً للبنك في 31 أغسطس سنة 2005. فإذا علمت أن مجموع الفوائد التي تحملها المدين بلغت 18.8 دينار كويتي فاحسب مقدار مبلغ الدين الرابع

(الإجابة 1000 دينار)

3- اقترض شخص المبالغ الآتية من أحد المصارف

المبلغ	مقداره بالدينارات الكويتية	تاريخ القرض
الأول	600	5 أبريل 2005
الثاني	300	15 أبريل 2005
الثالث	400	25 أبريل 2005
الرابع	800	؟

فإذا علمت أن الفائدة حسبت بمعدل 6% سنويا وأن الدائن قام بسداد جميع مبالغ الدين وفوائدها في 30 يولييه سنة 2005 وقد بلغ ما سدده 2124.8 دينار كويتي فاحسب تاريخ اقترض المبلغ الرابع.

(الإجابة أول مايو 2005)

4- اقترض شخص المبالغ الآتية من أحد المصارف

المبلغ	مقداره بالدينارات الكويتية	تاريخ القرض
الأول	3000	10 مارس 2005
الثاني	2000	20 مارس 2005
الثالث	3000	30 مارس 2005
الرابع	2000	9 أبريل 2005

فإذا علمت أن الفائدة حسبت بمعدل 6% سنويا وأن المدين قام بسداد الديون جميعها وفوائدها أيضا في وقت واحد وأن جملة مادفعه لهذا الغرض بلغ 8050 دينار كويتي فما هو تاريخ السداد ؟

(الإجابة 29 أبريل)

5- اقترض شخص مبلغ 600 دينار كويتي في أول فبراير سنة 2005 ووعده بأنه يمدد المبلغ مع فوائده في 15 يولييه سنة 2005 فإذا كانت الفوائد تحسب بمعدل 8% سنويا فما هو المبلغ الواجب سداؤه إلى الدائن.

(الإجابة 621.867)

6- مرابي يقرض عملاءه بالشروط الآتية

1- تحسب الفوائد بمعدل 8% سنويا.

2- تحسب الفوائد عن مدة القرض كلها وتخصم عند إصدار القرض ويسدد أصل القرض في نهاية المدة.

3- لأجل حساب مبلغ الفائدة تعتبر المدة كأنها مكونة من أصناف سنوات كاملة مع احتساب أي مدة أقل من نصف سنة كأنها نصف سنة.

أحسب معدل الفائدة السنوي الذي يتعامل به هذا المرابي في حالة قرض مدته:

(أ) سنة كاملة (ب) 7 شهور

(ج) 3 شهور (د) شهر واحد

(الإجابة أ - 0.87 ب - 0.149

ج - 0.167 د - 0.50)

7- اقترض شخص مبلغ 100 دينار كويتي بمعدل 8% سنويا تدفع مع مبلغ الدين في نهاية مدته فإذا فرض أن المبلغ الذي دفعه المدين سدادا للدين وفوائده هو 1050 دينار كويتي فاحسب مدة الدين الأصلية.

(الإجابة 225 يوما)

8- اقترض شخص مبلغ 2000 دينار كويتي من أحد المصارف لمدة 28 شهرا وقد اتفق علي أن يقوم بسداد الفوائد المستحقة علي المبلغ في آخر كل شهرين بمعدل 6%

سنويا، كما اتفق مع البنك علي أن كل مبلغ من مبالغ الفوائد الدورية الذي لايسدد في موعده تحتسب عليه فوائد تأخير بمعدل 8% سنويا ويسدد في آخر مدة القرض الأصلية مع أصل الدين. فإذا فرض أن المدين لم يسدد إلا 4 دفعات من دفعات الفوائد فاحسب مقدار المبلغ المستحق عليه في نهاية مدة الدين.

(الإجابة 2312 ديناراً)

9 - دائن اقترض مبلغ 2000 دينار كويتي لمدة 21 شهرا بمعدل فائدة 8% سنويا واتفق مع المدين علي أن يحصل منه الفائدة كل ثلاثة شهور وأن يحسب عليه وفوائد تأخير ع كل فائدة دورية لم تسدد بمعدل 9% سنويا وقد سدد المدين الفوائد الدورية الثلاث الأولى فقط في مواعيدها كما تمكن الدائن من استثمار كل مبلغ من هذه المبالغ بمعدل 7% سنويا بعد اسئلامه المبلغ بشهر واحد فقط.

احسب مقدار المبلغ المستحق علي المدين في نهاية مدة الدين ثم احسب معدل الفائدة السنوي الذي حققه الدائن من استثمار أمواله إذا فرض أنه تسلم جميع مبالغه بما فيها الفوائد الدورية الثلاث الأولى وفوائد استثمارها في نهاية مدة الدين الأصلية.

(الإجابة 2165.4 ديناراً ، 8.5%)

10 - اقترض شخص مبلغ 2000 دينار كويتي لمدة 21 شهرا بمعدل فائدة 6% سنويا واتفق مع الدائن علي أن يسدد له الفائدة كل ثلاثة شهور وأن يحسب عليه فوائد تأخير عن كل فائده دورية لم تسدد بمعدل فائدة معلوم. فإذا علم أن المدين لم يسدد سوى الفوائد الدورية الأربع الأولى في مواعيدها وأنه قام بسداد مبلغ 2091.8 في نهاية مدة الدين. فاحسب معدل فائدة التأخير ؟

(الإجابة 8%)

11 - اقترض شخص مبلغ 3000 دينار كويتي لمدة 27 شهرا بمعدل فائدة 6% سنويا واتفق مع الدائن علي أن يسدد له الفائدة كل ثلاثة شهور وأن تحسب عليه فوائد تأخير

عن كل فائدة دورية لم تسدد بمعدل فائدة سنوي 8% فإذا علم أن المدين لم يسدد سوى الفوائد الدورية الأربعة الأولى في مواعيدها وأن الدائن استثمر كل مبلغ من مبالغ الفوائد الدورية التي تسلمها وبمجرد استلامها مباشرة بمعدل فائدة معلوم ولمدة تنتهي مع تاريخ انتهاء مدة القرض الأصلي. فإذا فرض أن الدائن حقق فائدة من العملية كلها بمعدل $6\frac{23}{75}\%$ سنوياً فأوجد معدل الفائدة الذي استثمرت به مبالغ الفوائد الدورية الأربعة التي تسلمها.

(الإجابة 4%)

12 - اقترض شخص مبلغ 3000 دينار كويتي لمدة 27 شهراً بمعدل فائدة سنوي 6% واتفق مع الدائن على أن يسدد له الفائدة كل ثلاثة شهور وأن كل مبلغ يتأخر في سداده عن مواعده الأصلي تحسب عليه فوائد تأخير بمعدل معلوم. فإذا علم أن المدين لم يسدد سوى الفوائد الدورية الأربعة الأولى في مواعيدها وأن الدائن تمكن من الإستثمار هذه المبالغ بفائدة بمعدل آخر مجهول بمجرد استلامها ولمدة تنتهي مع تاريخ سداد أصل القرض وباقي الفوائد. فاحسب معدلي الفائدة المجهولين إذا علم أن الدائن يحقق من العملية فائدة بمعدل $6\frac{23}{75}\%$ إذا كان الدائن يتسلم جميع مستحقاته في نهاية المدة الأصلية للدين ويحقق فائدة بمعدل $6\frac{14}{25}\%$ إذا كان يتسلم جميع مستحقته في نهاية ثلاثة شهور من تاريخ انتهاء مدة الدين الأصلية.

(الإجابة 4% ، 8%)

13 - اقترض شخص مبلغ 1000 دينار كويتي لمدة 18 شهراً بمعدل فائدة سنوي 6% وقد اشترط على أن تدفع الفوائد بصفة دورية في آخر كل شهرين فإذا فرض أن المدين لم يسدد المستحق عليه من أصل القرض وباقي الفوائد الدورية إلا بعد انتهاء مدة القرض الأصلية بأربعة شهور فإذا علم أن فوائد التأخير على أصل القرض وعلى

الفوائد الدورية المتأخرة حسبت بمعدل 8% سنويا فاحسب جملة ما يدفعه المدين الدائن.

ثم إذا فرض أن الدائن تمكن من استثمار كل من مبالغ الفوائد الدورية الثلاثة الأولى بعد استلامه بشهر بمعدل 6% سنويا وأن جملة هذه المبالغ المستثمرة سلمت إليه مع باقي الدين فاحسب معدل الفائدة التي حققها الدائن من العملية كلها.

(الإجابة 1090.267 ديناراً، 6.7 %)

14 - اقترض شخص مبلغ 1000 دينار كويتي واتفق مع الدائن علي أن يسدد الدين بفوائده علي 10 أقساط متساوية وربع سنوية يدفع القسط في آخر كل 3 شهور. فإذا كان معدل الفائدة 6% سنويا فاحسب مقدار القسط المذكور.

(الإجابة 107.728 ديناراً)

15 - ما مقدار القسط في التمرين السابق إذا كان أول قسط يسدد في نهاية خمسة شهور من تاريخ القرض، وأن الأقساط التالية تدفع كل ثلاثة شهور.

(الإجابة 108.665 ديناراً)

16 - اقترض شخص مبلغ 1000 دينار كويتي واتفق مع الدائن علي أن يسدد الدين بفوائده علي خمسة أقساط نصف سنوية أول قسط منها يستحق السداد بعد 4 شهور من تاريخ عقد القرض فإذا كان مقدار القسط النصف السنوي هو 215.094 دينار كويتي فاحسب معدل فائدة القرض.

(الإجابة 6%)

17 - اقترض شخص مبلغ 1000 دينار كويتي لمدة 24 شهرا بفائدة بسيطة بمعدل 6 % سنويا وبعد مضي 6 شهور من تاريخ القرض عرض المدين علي الدائن أن يسدد له الدين علي ستة أقساط ربع سنوية علي أن يسدد له أول قسط في الحال. وقد وافق

الدائن علي اقتراح المدين ولكن علي أن يحسب له فوائد علي الأقساط المدفوعة بمعدل 3 % سنويا فقط. احسب مقدار القسط الربع السنوي الذي يدفعه المدين .

(الإجابة 181.892 ديناراً)

18 - اقترض شخص مبلغ 800 دينار كويتي لمدة 18 شهرا وبمعدل فائدة 6 % سنويا وقد اتفق المدين مع أحد البنوك علي أن يدفع له في آخر كل شهر مبلغا ما فإذا علم أن جملة ما تكون للمدين من رأسمال في نهاية مدة الدين تعادل جملة ما عليه للدائن وإذا فرض أن معدل الفائدة الذي يحسبه له البنك علي الأموال المودعة هو 2% سنويا فقط. فاحسب مقدار المبلغ الشهري الذي يودع لدي البنك.

(الإجابة 47.868 ديناراً)

19 - بنك يقرض عملاءه بالشروط الآتية:

- (1) تحسب الفوائد علي مبلغ القرض علي مدة الدين كلها بواقد 6% سنويا.
- (2) يخصم نصف الفوائد مقدما من مبلغ القرض ويعطي العميل الباقي.
- (3) يسدد العميل القرض علي 12 قسطا شهريا يدفع القسط في آخر كل شهر وكل قسط = $\frac{1}{12}$ من أصل القرض مضافا إليه نصف الفوائد عن مدة سنة.

احسب معدل الفائدة السنوي الذي يحققه البنك فعلا في إحدى العمليات التي تبين فيها أن العميل لم يسدد الأقساط في موعدها وأجل سدادها جميعها إلي نهاية مدة القرض وإذا فرض أن البنك حصل منه فوائد تأخير عن كل قسط بمعدل 6% سنويا.

(الإجابة 9.106 %)

20 - في 25 أبريل سنة 2005 اقترض أحد الأشخاص مبلغ 2000 دينار كويتي من آخر بفائدة بمعدل 8% سنويا وقد قام بسداد المبالغ الآتية:

200 دينار كويتي في 10 مايو سنة 2005

400 دينار كويتي في 30 يونيو سنة 2005

500 دينار كويتي في 15 يوليو سنة 2005

احسب مقدار المبلغ المستحق علي المدين في 25 سبتمبر سنة 2005 إذا حسبت الفوائد علي المبالغ المسددة بمعدل 4% سنويا.

(الإجابة 855.533 ديناراً)

21 - اقترض شخص مبلغاً ما بمعدل فائدة 6% سنويا وذلك في أول يناير سنة 2003 وقد قام بسداده علي النحو الآتي:

400 دينار كويتي في أول مارس سنة 2005

600 دينار كويتي في أول يوليو سنة 2005

100 دينار كويتي في أول نوفمبر سنة 2005

800 دينار كويتي في أول نوفمبر سنة 2005

فإذا فرض أن المبالغ المسددة حسبت عليها فوائد بمعدل 4% سنويا فما مقدار أصل القرض ؟

(الإجابة 1834.286 ديناراً)

22 - في 15 فبراير سنة 2005 اقترض شخص ما مبلغ 2400 دينار كويتي ووعده بأن يسدد هذا الدين علي 4 أقساط ربع سنوية متساوية من أصل القرض يدفع القسط الأول منها في 15 أكتوبر سنة 2005 كما اتفق علي أن تدفع الفوائد علي الأرصدة في مواعيد استحقاق الأقساط المذكورة.

فإذا علم أن معدل الفائدة السنوي 6% فاحسب مقدار الفوائد التي يدفعها المدين واحسب أيضاً مجموع المسدد للدائن.

(الإجابة 150 ديناراً ، 2550 ديناراً)

23 - إذا فرض أن الدائن في التمرين السابق تمكن من استثمار المبالغ الثلاثة الأولى التي تسلمها من المدين بمعدل 4% سنويا وأنه تسلم جملة هذه المبالغ مع القسط الرابع. فاحسب مقدار معدل الفائدة المئوي السنوي الذي حققه من العملية.
(الإجابة 5.576 %)

24 - اشترى أحد الأشخاص سيارة ثمنها 1500 دينار كويتيًّا وذلك في أول نوفمبر سنة 2003 دفع من ثمنها نقداً في تاريخ الشراء 300 دينار كويتي واتفق علي سداد الباقي علي أقساط ربع سنوية متساوية من الأصل مع دفع فوائد الأرصدة في تاريخ سداد الأقساط ، فإذا كان الاتفاق ينص علي أن يكون موعد استحقاق القسط الأول هو 1 يناير سنة 2004 فأوجد مقدار ما يسدده في كل مرة من أصل وفوائد إذا كانت الفوائد تحسب بمعدل 6% سنويا واحسب أيضا مجموع الفوائد التي يتحملها المشتري.
(الإجابة 3.12 ، 313.5 ، 309 ، 304.5 ديناراً)

الفصل السادس

استهلاك القروض طويلة الآجل

الفصل السادس

استهلاك القروض طويلة الآجل

طرق الاستهلاك

إذا اقترض شخص مبلغا من النقود من شخص آخر فإن في إمكانه أن يسدد القرض بطرق متعددة أهمها مايلي:

أولا : أن يسدد القرض مع فوائده دفعة واحدة في نهاية مدة معلومة من الزمن
ثانيا : أن يدفع الفوائد علي مبلغ القرض كله بصفة دورية أولا بأول ثم يسدد القرض الأصلي في نهاية مدة معلومة.

ثالثا : أن يدفع بصفة دورية فوائد القرض جميعها كما في الطريقة الثانية وينشئ في الوقت نفسه صندوقا للاستهلاك يدفع إليه بصفة دورية مبالغ متساوية بحيث لو استثمرت خلال مدة القرض فإن جملتها تؤول في نهاية مدة القرض إلي مبلغ القرض الأصلي.

رابعا : أن يدفع بصفة دورية فوائد القرض جميعها كما في الطريقة الثانية ويشتري عقدا من عقود تكوين الأموال يضمن له مبلغا يساوي مبلغ القرض الأصلي ويدفع له في نهاية مدة القرض.

خامسا : أن يدفع بصفة دورية أقساط متساوية من مبلغ القرض الأصلي مع دفع فوائد الرصيد أيضا.

سادسا : أن يدفع بصفة دورية أقساط متساوية من مبلغ القرض والفوائد معاً .

جدول استهلاك القروض

لأجل مسك حسابات القرض ولأغراض أخرى (الضرائب مثلا) تستلزم طرق السداد السابقة عمل كشوف وجدول تسمى جداول الاستهلاك. وهذه الجداول تبين بصفة رئيسية مايلي:

1. رصيد القرض في أول كل واحدة زمن أي مقدار الباقي من أصل القرض في أول كل وحدة زمنية.
 2. مقدار الفائدة المستحقة في آخر كل وحدة زمن.
 3. مقدار ما يستهلك من القرض في آخر وحدة زمن.
 4. مقدار القسط المستحق في آخر كل وحدة زمن.
 5. مقدار رصيد القرض في آخر كل وحدة زمن.
- وسنشرح فيما يلي الطرق المختلفة لسداد القروض وطرق عمل جداول الاستهلاك لبعض هذه الطرق.

الطريقة الأولى

سداد القرض مع فوائده في نهاية مدة معلومة

وفقا لهذه الطريقة إذا كان القرض (أ) من الدينارات.

ومدة القرض (ن) من السنوات.

ومعدل الفائدة السنوي (ع).

فإن المبلغ الواجب سداده في نهاية المدة.

$$= أ (1 + ع) ^ ن$$

الطريقة الثانية

دفع الفوائد بصفة دورية وسداد القرض في نهاية المدة الغير معطومة

وفقا لهذه الطريقة أيضا إذا كان أصل القرض (أ) من الدينارات .

ومدة القرض (ن) من السنوات.

ومعدل الفائدة السنوي (ع).

فإن مقدار ما يسدده المدين سنويا.

$$= أ \times ع$$

كما أن مجموع الفوائد التي يسدها خلال مدة القرض

$$= أ \times ع \times ن$$

الطريقة الثالثة

دفع الفوائد بصفة دورية وإنشاء صندوق للاستهلاك

قد يرى المدين أن يتخلص من فوائد القرض أولا بأول وفي الوقت نفسه يعمل

على تكوين رأي المال المقترض بأن ينشئ صندوقا للاستهلاك يخصص له مبلغا

سنويا بحيث لو استثمر أموال هذا الصندوق فإن جملتها تصبح في نهاية مدة الدين

مساوية لأصل القرض.

فإذا كان أصل القرض (أ) من الدينارات .

وإذا كان معدل الفائدة السنوي (ع).

وإذا كان مدة الدين (ن) من السنوات.

ومقدار المبلغ المخصص سنويا لصندوق الاستهلاك (هـ) من الدينارات فإن مقدار

ما يسدده المدين سنويا للفائدة.

$$- 1 \times E$$

أما المقدار (هـ) فيمكن حسابه كالآتي:

نفرض أن معدل الفائدة الذي يمكن للمدين استثمار أموال صندوق الاستهلاك به

$$= (E^-)$$

∴ مقدار المبلغ المخصص لصندوق الاستهلاك يكون دفعة عادية جملتها في نهاية
 (ن) من السنوات بمعدل فائدة سنوي (E^-) يساوي (أ).
 أي أن

$$H \times \frac{1}{1 + E^-} = A$$

حيث $\frac{1}{1 + E^-}$ تحسب بمعدل فائدة E^-

$$\therefore H = \frac{1}{\frac{1}{1 + E^-}}$$

وعلي هذا فإن المبلغ السنوي الذي يخصصه المدين لخدمة الدين:

$$- 1 \times E + \frac{1}{1 + E^-}$$

تكریب (1) :

اقترض شخص مبلغ 1000 دينار كويتي لمدة 20 سنة بمعدل فائدة 6% سنويا وقد
 اختار لسداد القرض دفع الفوائد بصفة دورية في آخر كل سنة كما أنشأ صندوقا
 لاستهلاك الدين يسدد إليه مبلغا معيناً في نهاية كل سنة بحيث يصبح جملة ما في
 للصندوق في نهاية مدة العشرين سنة تساوي أصل القرض فإذا كان معدل الفائدة الذي

يمكن للمدين استثمار أموال الصندوق به هو 3% فأحسب مقدار المبلغ السنوي الذي يجب أن يخصصه المدين لخدمة الدين.

الحل

$$\text{مقدار الفائدة الدورية} = 1000 \times \frac{6}{100} = 60 \text{ دينار كويتي}$$

نفرض أن المبلغ السنوي المخصص لصندوق الاستهلاك (هـ)

$$\therefore \text{هـ} \times \frac{1}{20} = 1000$$

حيث $\frac{1}{20}$ تحسب بمعدل 3%

ومن جداول الفائدة المركبة نجد أن

$$\frac{1}{20} \text{ بمعدل } 3\% = 26.8704$$

$$\therefore \text{هـ} \times 26.8704 = 1000$$

$$\therefore \text{هـ} = \frac{1000}{26.8704} = 37.216 \text{ دينار كويتي}$$

وعلى هذا فإن المبلغ السنوي الذي يخصصه المدين لخدمة الدين.

$$= 37.216 + 60 = 97.216 \text{ دينار كويتي}$$

الطريقة الرابعة

سداد الفوائد بصفة دورية وشراء عقد تكوين أموال

إذا كانت الطريقة السابقة تبدو سهلة من الناحية النظرية غير أن تطبيقها يكون صعبا ولاسيما في حالة المبالغ الصغيرة وإذا كان المدين فردا عاديا لا خبرة له في الاستثمار.

إذ إن استثمار دفعة صغيرة بمعدل فائدة ثابت وبصفة مستمرة أمر صعب من الناحية العلمية.

ولكى يوفر المدين جهده في استثمار المبالغ السنوية المخصصة لصندوق الاستهلاك يلجأ إلى إحدى شركات تكوين الأموال ويتعاقد معها على أن تدفع له في نهاية مدة الدين مبلغا يساوي القرض الأصلي في مقابل أن يسدد لها بصفة مستمرة قسطا سنويا ثابتا طوال مدة الدين.

وأهم ما يلاحظ على هذه الطريقة من سداد القروض أن القسط السنوي الذي يدفعه المدين للشركة يدفع في أول كل سنة بدلا من أن يدفع في آخر كل سنة شأنه في ذلك شأن الأقساط التي يسدها عملاء شركات التأمين.

فإذا كان أصل القرض (أ) من الدينارات .

ومد القرض (ن) من السنوات.

ومعدل فائدة القرض = ع سنويا.

ومقدار القسط السنوي الذي يدفعه المدين لشركة تكوين الأموال (ط) ومعدل الفائدة

الذي تستخدمه شركة تكوين الأموال لحساب أقساطها = ع⁻ .

فإن مقدار القسط (ط) يحسب كالآتي:

حيث أن جملة الأقساط السنوية بمعدل (ع⁻) سنويا وفي نهاية مدة 20 سنة يجب أن

يساوي أصل القرض (أ) .

$$\therefore \text{ط} \times \frac{1}{\text{ق}^-} = 1$$

أي أن

$$\text{ط} = \frac{1}{\text{ق}^-} \quad \text{حيث } \text{ق}^- \text{ تحسب بمعدل ع}^-$$

كما أن مبلغ الفائدة الدورية

$$= 1 \times \text{ع}$$

وعلى هذا نجد أن المدين يسدد في أول كل سنة لشركة تكوين الأموال قسما مقداره.

$$= \frac{1}{\text{ق}^-} \text{ بمعدل ع}^-$$

ويسدد في نهاية كل سنة للدائنين مبلغا.

$$= 1 \times \text{ع}$$

تكریب (2) :

ما مقدار ما يتحمله المدين سنويا في التكریب السابق إذا كان يشتري عقد تكوين أموال بدلا من اقتنائه صندوقا للاستهلاك وإذا كان معدل الفائدة السنوي الذي تستخدمه شركة تكوين الأموال يساوي 2%.

الحل

مقدار الفائدة الدورية

$$= 1000 \times \frac{6}{100}$$

$$= 60 \text{ دينار كويتي}$$

وهذا المبلغ يسدد في آخر كل سنة للدائن
نفرض أن قسط عقد تكوين الأموال (ط)
وحيث أن هذا القسط يدفع سنوياً وفي أول كل سنة ولمدة 20 سنة وحيث أن جملة هذه
الأقساط بمعدل 2% سنوياً يجب أن تساوي 1000 دينار كويتي.

$$\therefore \text{ط} \times \frac{1}{20} = \text{معدل } 2\% = 1000$$

$$\text{ولكن } \frac{1}{20} = \frac{1}{21} - 1$$

ومن جداول الفائدة المركبة للمعدل 2% نجد أن

$$\frac{1}{21} = 25.7833$$

$$\therefore \frac{1}{20} = 1 - 25.7833 = 24.7833$$

أي أن

$$24.7833 \text{ ط} = 1000$$

$$\therefore \text{ط} = \frac{1000}{24.7833}$$

$$= 40.350$$

$$= 40.350 \text{ دينار كويتي}$$

وهذا هو المبلغ الذي يتحمله المدين سنويا وفي أول كل سنة من سنوات القرض بالإضافة إلى الفائدة الدورية التي تدفع في آخر كل سنة.

الطريقة الخامسة

سداد القرض بأقساط متساوية من الأصل مع دفع

فوائد الأرصدة بصفة دورية

تتضمن هذه الطريقة أن يسدد القرض على أقساط متساوية تدفع بصفة دورية في آخر كل وحدة زمنية ، كما يضاف إلى كل قسط الفائدة المستحقة على الرصيد المتبقي في أول الوحدة الزمنية التي يدفع القسط في نهايتها.

تدريب (3) :

أقرض شخص مبلغ 5000 دينار كويتي لمدة 5 سنوات واتفق مع الدائن على سداد الدين على 5 أقساط سنوية من أصل القرض مع دفع الفائدة المستحقة على الرصيد القرض سنويا. والمطلوب:

- (أولا) إيجاد مقدار المبالغ الواجب سدادها في نهاية كل سنة ومتوسط المبلغ السنوي.
- (ثانيا) إيجاد مجموع الفوائد التي يكون قد دفعها في نهاية مدة الخمس سنوات.
- (ثالثا) عمل جدول استهلاك الدين.

مع العلم بأن معدل الفائدة السنوي هو 4%

الحل

القسط المتساوي من أصل القرض.

$$= \frac{5000}{5}$$

- 1000 دينار كويتي

مقدار الفائدة المستحقة في نهاية السنة الأولى

$$= \frac{4}{100} \times 5000$$

- 200 دينار كويتي

∴ مقدار المبلغ المستحق سداده في نهاية السنة الأولى

$$= 1000 + 200$$

- 1200 دينار كويتي

مقدار الرصيد في بدء السنة الثانية

$$= 5000 - 1000$$

- 4000 دينار كويتي

مقدار الفائدة المستحقة في نهاية السنة الثالثة

$$= \frac{4}{100} \times 4000$$

- 160 دينار كويتي

مقدار المبلغ الواجب سداده في نهاية السنة الثانية

$$= 1000 + 160$$

$$= 1160 \text{ دينار كويتي}$$

وهكذا يمكننا أن نثبت بنفس الطريقة أن المبالغ المستحقة في نهاية السنة الثالثة و

الرابعة و الخامسة هي:

$$1120 ، 1080 ، 1040 \text{ علي الترتيب}$$

∴ مجموع المبالغ المسددة خلال السنوات الخمس

$$= 1200 + 1160 + 1120 + 1080 + 1040$$

$$= 5600 \text{ دينار كويتي}$$

متوسط المبلغ السنوي المدفوع

$$= \frac{56000}{5}$$

$$= 1120 \text{ دينار كويتي}$$

مما سبق نجد أن مجموع المبالغ المسددة خلال السنوات الخمس

$$= 5600 \text{ دينار كويتي}$$

وحيث أن أصل القرض

- 5000 دينار كويتي

∴ مقدار الفوائد

- 5600 - 5000

- 600 دينار كويتي

هذا ويمكننا إيجاد قيمة الفوائد بطريقة مستقلة كالآتي:

مقدار الفائدة المستحقة في نهاية السنة الأولى

$$= 5000 \times \frac{4}{100}$$

- 200 دينار كويتي

وحيث أن الفائدة كل سنة يجب أن تقل عن الفائدة في السنة التي قبلها بمقدار الفائدة

المستحقة عن المبلغ المسدد في نهاية تلك السنة.

∴ الفوائد تنقص سنوياً بمقدار الفائدة على مبلغ 1000 دينار كويتي بمعدل 4% أي

تنقص بمقدار

$$= 1000 \times \frac{4}{1000} = 40 \text{ دينار كويتي}$$

أي أن مجموع الفوائد السنوية

$$= 200 + 160 + 120 + 80 + 40$$

= مجموع متوالية عددية حدها الأول 200 والآخر 40 و عدد حدودها 5 .

$$= \frac{5}{2} (40 + 200)$$

= 600 دينار كويتي

كما يمكننا إيجاد مجموع الفوائد أيضا باستخدام القانون التالي

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{\text{عدد الأقساط}}{2} [\text{فائدة القرض كله عن فترة واحدة} + \text{فائدة قسط}$$

واحد عن فترة واحدة]

وبتطبيق القانون نجد أن مجموع الفوائد

$$= \frac{5}{2} [0.04 \times 1000 + 0.04 \times 5000]$$

$$= \frac{5}{2} [40 + 200]$$

= 600 دينار كويتي

جدول الاستهلاك:

جدول الاستهلاك يكون علي النحو الآتي

السنة	الرصيد في بدء السنة	المستحقة في آخر السنة علي الرصيد	مقدار المستهلك من الأصل في آخر السنة	القسط السنوي الواجب سداده في آخر السنة	الرصيد في آخر السنة
1	5000	200	1000	1200	4000
2	4000	160	1000	1160	3000
3	3000	120	1000	1120	2000
4	2000	80	1000	1080	1000
5	1000	40	1000	1040	0000

وهنا يلاحظ أن الرصيد في بدء السنة الأولي هو أصل القرض أي 5000 دينار كويتي. وبضرب هذا المبلغ في 4% تحصل علي الفوائد المستحقة في آخر السنة الأولي. أما الخانة الرابعة فيوضع فيها مقدار المستهلك من الأصل وهو عند ثابت ويسمى 1000 دينار كويتي وجمع الألف الدينار الكويتي علي مقدار الفوائد المستحقة في نهاية السنة تحصل علي المبلغ الواجب سداده في نهاية السنة الأولي وهي الخانة الخامسة. كذلك نحصل علي الخانة الأخيرة بطرح 1000 دينار كويتي من العدد في الخانة الثانية أي أن:

الرصيد في آخر السنة الأولى = الرصيد في أول السنة - 1000

وهذا الرصيد ينقل في الخانة الثانية في السطر الثاني فيصبح الرصيد في بدء السنة الثانية. وابتاع ماسبق ذكره يمكن ملء باقي الخانات الخاصة بالسنة الثانية وهكذا حتى يتم تكوين الجداول.

الطريقة السادسة

سداد القرض بأقساط دورية متساوية من الأصل والفوائد معا

من أهم عيوب الطريقة السابقة أن المبالغ التي يسدها المدين في آخر كل سنة تكون أكبر ما يمكن في السنة الأولى التي تلي عقد القرض ثم تأخذ في النقصان تدريجيا حتى تصل إلى حدها الأدنى في نهاية السنة الأخيرة من مدة القرض.

ففي التدريب السابق نجد أن المبلغ المسدد في نهاية السنة الأولى من القرض هو 1200 دينار كويتي في حين أنه في نهاية السنة الخامسة 1040 دينار كويتي فقط. ولكن المدين يكون في السنوات الأولى أشد ما يكون حاجة إلى المال فتلافيا لهذا النقص يلجأ البعض إلى اتباع طريقة أخرى تتلخص في أن تكون جميع المبالغ التي يسدها المدين في آخر كل فترة زمنية متساوية.

بمعنى أن المدين يدفع للدائن مبلغا ثابتا بصفة دورية كأن يدفع 100 دينار كويتي كل ستة مثلاً.

وهذا المبلغ الذي يدفع في آخر كل فترة زمنية تسدد منه الفوائد علي رصيد القرض في أول الفترة والباقي يخصص لاستهلاك جزء من أصل القرض.

وحيث أن الرصيد في أول كل فترة زمنية يتناقص بمقدار المستهلك من الأصل في نهاية الفترة السابقة فإن الفوائد المستحقة في نهاية كل فترة زمنية تكون في تناقص مستمر.

ونظرا لأن حاصل جمع الفوائد المستحقة + الإستهلاك في نهاية الفترة = مبلغا ثابتا فإن مقدار ما يستهلك في نهاية كل فترة زمنية يكون في إزدياد مستمر.

أما عن طريق حساب القسط الثابت فإتباعها تكون كما يلي:-

- لنفرض أن أصل مبلغ القرض = (أ) من الدينارات الكويتية
- وأن مدة القرض = (ن) من السنوات
- وأن معدل الفائدة السنوي = (ع)
- وأن الدين يسدد بأقساط ثابتة سنوية مقدار كل منها = (ط)
- وحيث أن هذه الأقساط تسدد في آخر كل سنة.
- ∴ الأقساط السنوية تكون دفعة سنوية متساوية وعلاوية ومدتها (ن) من السنوات ومقدارها السنوي (ط)
- وعلى هذا فإن القيمة الحالية للأقساط السنوية

$$= ط \times \frac{1}{1 + ع}$$

حيث $\frac{1}{1 + ع}$ تحسب بمعدل فائدة ع

وحيث أن القيمة الحالية للأقساط السنوية الثابتة يجب أن تساوي أصل القرض.

$$\therefore 1 = ط \times \frac{1}{1 + ع}$$

أي أن:

$$ط = \frac{1}{\sum_{t=1}^n}$$

تدريب (4) :

اقترض شخص مبلغ 500 دينار كويتي واتفق علي أن يسدد الدين والفوائد باقساط متساوية خلال مدة 5 سنوات والمطلوب حساب مقدار القسط السنوي إذا كان معدل الفائدة 4% سنويا.

الحل

$$ط = \frac{1}{\sum_{t=1}^n}$$

$$\text{وحيث أن } 1 = 500$$

$$، n = 5$$

$$، ع = 0.04$$

∴ القسط السنوي المطلوب

$$= \frac{5000}{\sum_{t=1}^n} \text{ بمعدل } 4\%$$

ومن جداول الفائدة المركبة للمعدل 4% نجد من الخانة الخامسة أن

$$\sum_{t=1}^5 = 4.4518$$

أي أن

$$ط = \frac{5000}{4.4518}$$

$$= 1123.141 \text{ دينار كويتي}$$

إعداد جداول القسط السنوي

يلاحظ أننا في الترتيب السابق حسبنا قيمة القسط السنوي بأن قسمنا مقدار الدين على القيمة الحالية لدفعة سنوية علوية. أي أننا قد أوجدنا أولاً قيمة K من الجداول ثم قسمنا مبلغ الدين على قيمة K

$$\text{وتوفرنا لعملية القسمة هذه عملت جداول تعطى قيمة } \frac{1}{K}$$

أي تعطى قيمة القسط السنوي لمبلغ قرض يساوي دينار كويتي واحد وذلك لجميع قيم n من (1 إلى 50) ولجميع معدلات الفائدة العملية. وهذه القيم موجودة في الخانة الأخيرة من جداول الفائدة المركبة

وعلى هذا فإن جداول الفائدة المركبة تعطى قيم

(1 + ع)ⁿ في الخانة الثانية

، حⁿ في الخانة الثالثة

، حⁿ في الخانة الرابعة

، $\sum_{i=1}^n$ في الخانة الخامسة

، $\frac{1}{\sum_{i=1}^n}$ في الخانة السادسة والأخيرة

وذلك لجميع قيم (ن) من 1 إلى 50

ولمعدلات الفائدة

1% ، 1¼% ، 1½% ، 2% ، 2¼% ، 2½% ، 3% ، 3½% ، 4% ، 4½% ،

5% ، 6%

ففي التدريب السابق نجد أنه بالبحث في الخانة السادسة من جداول الفائدة المركبة

للمعدل 4% نجد أن

$$0.224627 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n}$$

أي أن القسط السنوي إذا كان القرض دينار كويتي واحد

$$= 0.224627$$

فإذا كان القرض 5000 دينار كويتي فإن القسط السنوي

$$= 0.224627 \times 5000$$

$$= 1123.135 \text{ دينار كويتي}$$

استخدام جداول القسط السنوي لحساب مقدار القسط المتساوي إذا كان يدفع

على فترات أقل من سنة

جداول القسط السنوي يمكن استخدامها أيضا في حساب القسط المتساوي إذا كان يسدد على فترات أقل من سنة ولكن في هذه الحالة يجب مراعاة مايلي:

1. يعوض عن (ع) بمعدل الفائدة عن الفترات الزمنية التي تفصل بين كل قسطين متتاليين.

2. يعوض عن (ن) بعدد الفترات الزمنية التي تحتوي عليها مدة السداد

تدريب (5) :

اقترض شخص مبلغ 5000 دينار كويتي واتفق مع الدائن على أن يسدده له على عشرة أقساط نصف سنوية متساوية من الأصل والفوائد معا.

فاحسب مقدار القسط النصف السنوي على أساس معدل اسمي سنوي 4% يدفع على مرتين في السنة، ثم احسب أيضا جملة الفوائد التي يتحملها المدين على القرض كله.

الحل

إذا كان معدل الفائدة الاسمي السنوي 4% يدفع على مرتين في السنة فإن معنى هذا أن

معدل الفائدة عن كل نصف سنة هو 2%

فإذا فرضنا أن القسط للنصف السنوي = ط

∴ القيمة الحالية للأقساط

$$= ط \times \frac{1}{\sqrt{10}} \text{ بمعدل } 2\%$$

$$\therefore 1000 = ط \sqrt[10]{2} \text{ بمعدل } 2\%$$

أي أن :

$$ط = \frac{5000}{\sqrt[10]{2}} \text{ بمعدل } 2\%$$

وبالبحث في الخانة الأخيرة من جداول الفائدة المركبة للمعدل 2%

نجد أن :

$$0.111327 = \frac{1}{\sqrt[10]{2}}$$

وعلى هذا فإن القسط المطلوب

$$= 0.111327 \times 5000$$

$$= 556.635 \text{ دينار كويتي}$$

مجموع المبالغ التي يسدها المدين

$$= 556.635 \times 10$$

$$= 5566.350 \text{ دينار كويتي}$$

مجموع الفوائد التي يتحملها المدين

$$= 556.350 - 5000 = 556.350 \text{ دينار كويتي}$$

عمل جدول الاستهلاك

لعمل جدول الاستهلاك يكتب أصل القرض في خانة الرصيد في أول السنة الأولى من القرض.

وبضرب هذا المبلغ في معدل الفائدة نحصل على الفائدة المستحقة في نهاية السنة الأولى.

ثم بطرح مقدار الفائدة من القسط السنوي نحصل على الاستهلاك الأول أي المبلغ الذي يستهلك من الرصيد في أول السنة.

وبطرح الاستهلاك الأول من أصل القرض نحصل على رصيد القرض في نهاية السنة الأولى.

ننقل هذا الرصيد في خانة الرصيد في أول السنة أمام السنة الثانية ثم تكرر العمليات السابقة حتى يستهلك القرض كله.

فلعمل جدول الاستهلاك في الترتيب السابق مثلاً نجد أن مقدار القسط السنوي يساوي 1123.135 دينار كويتي.

مقدار الرصيد في أول السنة = أصل القرض = 5000 دينار كويتي

الفائدة المستحقة في آخر السنة الأولى من القرض

$$= 0.04 \times 5000$$

$$= 200 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار الاستهلاك الأول

$$= 1123.135 - 200$$

$$= 923.135 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار الرصيد في نهاية السنة الأولى

$$923.135 - 5000 =$$

$$4076.865 \text{ دينار كويتي} =$$

- الرصيد في بدء السنة الثانية

مقدار الفائدة المستحقة في نهاية السنة الثانية

$$0.04 \times 4076.865 =$$

$$163.075 \text{ دينار كويتي} =$$

مقدار الاستهلاك الثانى

$$163.075 - 1123.135 =$$

$$960.060 \text{ دينار كويتي} =$$

مقدار الرصيد في نهاية السنة الثانية

$$960.060 - 4076.865 =$$

$$3116.805 \text{ دينار كويتي} =$$

- الرصيد في بدء السنة الثالثة

وهكذا حتى يتم استهلاك القرض كله

وعلي هذا يكون جدول الاستهلاك كالاتي:

السنة	الرصيد في أول السنة	الفائدة المستحقة في آخر السنة	القسط السنوي	الاستهلاك من الاصل في آخر السنة	الرصيد في آخر السنة
1	5000.000	200.000	1123.135	923.135	4076.865
2	4076.865	163.075	1123.135	960.060	3116.805
3	3116.805	124.672	1123.135	998.463	2118.342
4	2118.342	84.734	1123.135	1038.401	1079.941
5	1079.941	43.198	1123.135	1079.937	0.004

ويلاحظ أن مجموع الاستهلاكات في الخانة الخامسة يقل عن مبلغ القرض بمبلغ 0.004 وهذا الفرق ناتج من التقريب في العمليات الحسابية. كما يلاحظ أنه في الحالات العملية يجب تصحيح هذه العمليات أولاً بأول بحيث يصب مجموع الاستهلاكات مساوياً لأصل القرض.

أهمية جداول الاستهلاك:

جدول الاستهلاك يبين لنا مقدار ما في كل قسط سنوي من فوائد ومن أصل. وتقسيم القسط إلى فوائد ورأس مال له أهميته من الناحية العملية وخاصة في الضرائب حيث الغالب أن تحسب الضريبة على الفوائد دون رأس المال.

كذلك يبين جدول الاستهلاك مقدار الرصيد في أول كل سنة أي مقدار الباقي من الأصل في أول كل سنة والرصيد في وقت ما عبارة عن المبلغ الذي يستحقه الدائن من المدين لو أنه أراد إنهاء الدين في ذلك الوقت.

حساب مقدار الرصيد بدون جدول الاستهلاك:

مقدار الرصيد في أي وقت من الأوقات يمكن حسابه بدون استخدام جداول الاستهلاك. وذلك لأن رصيد القرض في أي وقت يساوي القيمة الحالية للأقساط الباقية بدون سداد في ذلك الوقت.

تدريب :

اقترض شخص مبلغ 1000 دينار كويتي واتفق علي أن يسدد علي 20 قسطا سنويا من الأصل والفوائد والمطلوب:

1. حساب القسط السنوي.
2. مقدار الفوائد التي يدفعها المدين .
3. عمل جداول الاستهلاك للسنوات الخمس الأولى من القرض.
4. حساب الرصيد في بدء السنة الرابعة بطريقة مستقلة عن الجداول علما بأن معدل الفائدة السنوي 5%.

الحل

حساب القسط السنوي:

$$\text{القسط السنوي} = \frac{1}{\sum_{t=1}^n \frac{1}{(1+r)^t}}$$

وحيث أن 1000 دينار كويتي

$$، ن = 20 ، ع = 0.05$$

$$\therefore \text{القسط السنوي} = \frac{1000}{\sqrt[20]{0.05}} \text{ بمعدل } 5\%$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة تحت المعدل 5% نجد من الخانة السادسة أن:

$$0.080243 = \frac{1}{\sqrt[20]{0.05}}$$

أي أ، القسط السنوي

$$= 0.080243 \times 1000$$

$$= 80.243 \text{ دينار كويتي}$$

حساب الفوائد :

مجموع الأقساط السنوية التي يسددها المدين

$$= 80.243 \times 20$$

$$= 1604.860 \text{ دينار كويتي}$$

\therefore مقدار الفوائد

$$= 1604.860 - 1000 = 604.860 \text{ دينار كويتي}$$

جدول الاستهلاك:

جدول الاستهلاك للسنوات الخمس الأولى يكون كالآتي:

السنة	الرصيد في أول السنة	الفائدة المستحقة في آخر السنة	القسط السنوي	الاستهلاك في آخر السنة	الرصيد في آخر السنة
1	1000.000	50.000	80.243	30.243	969.757
2	969.757	48.488	80.243	31.755	938.002
3	938.002	46.900	80.243	33.343	904.659
4	904.659	45.233	80.243	35.010	869.649
5	869.649	43.482	80.243	36.761	832.88

حساب الرصيد في أول السنة الرابعة:

ففي أول السنة الرابعة من القرض يكون المدين سدد ثلاثة أقساط سنوية ويكون عدد الأقساط الباقية 17

وحيث أن القسط يسدد بعد سنة

∴ القيمة الحالية للأقساط الباقية = القيمة الحالية لدفعة سنوية عادية مدتها 17 سنة

ومقدارها السنوي = 80.243

أي أن الرصيد في بدء السنة الرابعة

$$= 80.243 \times \frac{1}{1.05^{17}} \text{ بمعدل } 5\%$$

$$= 11.2741 \times 80.243$$

= 904.667 دينار كويتي

والفرق وقدره 0.008 بين هذا الرصيد والرصيد في جدول الاستهلاك ناتج من التقريب في العمليات الحسابية.

حساب الاستهلاكات بطريقة مستقلة عن جداول الاستهلاك

بطبيعة الحال يمكننا حساب الاستهلاك في نهاية سنة ما بحساب الرصيد في بدء السنة بالطريقة السابقة ثم حساب فائدة هذا الرصيد في نهاية السنة وبطرح هذه الفائدة من القسط السنوي نحصل على الاستهلاك المطلوب.

كما يمكن حساب الاستهلاك بطريقة أخرى كما يلي:

في جدول الاستهلاك في التدريب السابق نلاحظ أن

1.05 -	$\frac{31.755}{30.243}$	-	$\frac{\text{الاستهلاك الأول}}{\text{الاستهلاك الثاني}}$
1.05 -	$\frac{33.343}{31.755}$	-	$\frac{\text{الاستهلاك الثالث}}{\text{الاستهلاك الثاني}}$
1.05 -	$\frac{35.010}{33.343}$	-	$\frac{\text{الاستهلاك الرابع}}{\text{الاستهلاك الثالث}}$
1.05 -	$\frac{36.761}{35.010}$	-	$\frac{\text{الاستهلاك الخامس}}{\text{الاستهلاك الرابع}}$

وهكذا نلاحظ أن خارج قسمة كل استهلاك على الاستهلاك الذي قبله

$$1.05 =$$

$$أي = 1 + ع$$

وليست هذه النتيجة محض صدفة ولكنها حقيقة ويمكن برهنتها جبريا وذلك كالآتي.

نفرض أن أصل القرض = أ من الدينارات

وأن معدل الفائدة = ع سنويا

وأن القسط السنوي = ط من الدينارات

نفرض أن الاستهلاك الأول = ك₁

والاستهلاك الثاني = ك₂

والاستهلاك الثالث = ك₃

وهكذا

حيث أن الرصيد في أول السنة الأولى = أ

والاستهلاك الأول = ك₁

مقدار الفائدة المستحقة في آخر السنة الأولى

$$= أ \times ع$$

القسط السنوي

= الفائدة في آخر السنة الأولى + ك₁

$$\therefore ط = أ \times ع + ك_1$$

مقدار الرصيد في أول السنة الثانية

$$= أ - ك_1$$

مقدار الفائدة في نهاية السنة الثانية

$$= (أ - ك_1) \times ع$$

مقدار الاستهلاك الثاني

= القسط السنوي - الفائدة في نهاية السنة الثانية

$$= ط - (أ - ك_1) \times ع$$

$$= أ - (ع + ك_1) - (أ - ك_1) \times ع$$

$$= أ - (ع + ك_1) - أ \times ع + ك_1 \times ع$$

$$= ك_1 (ع + 1)$$

أي أن:

$$ك_2 = ك_1 (ع + 1)$$

أي أن :

$$\text{الاستهلاك الثاني} = \text{الاستهلاك الأولي} \times (ع + 1)$$

وبالمثل يمكن البرهنة على أن

$$ك_3 = ك_2 (ع + 1)$$

$$= ك_1 (ع + 1)^2$$

$$K_4 = K_3 (1 + E)$$

$$K_1 = K_0 (1 + E)^3$$

وهكذا

وهذه الحقيقة مهمة جدا في مسائل استهلاكات القروض بطريقة سداد الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معا.

تدريب (1):

اقترض شخص مبلغا من شخص آخر واتفق علي أن يسدده علي خمسة أقساطا سنوية متساوية من الأصل والفوائد.

فإذا علم أن الاستهلاك الثالث 399.050 دينار كويتي وأن الاستهلاك الثاني 380.047 دينار كويتي فاحسب مايلي:

(أ) معدل الفائدة

(ب) أصل القرض

(ج) مجموع الفوائد التي يسدها المدين

وذلك بدون الرجوع إلى الجداول إطلافا

الحل

(أ) نفرض أن المعدل السنوي = E

حيث أن خارج قسمة أي استهلاك علي الاستهلاك الذي قبله

$$= 1 + E$$

$$\therefore 1 + ع = \frac{\text{الاستهلاك الثالث}}{\text{الاستهلاك الثاني}}$$

$$\frac{399.050}{380.047} =$$

$$1.05 =$$

$$\therefore ع = 0.05$$

أي أن المعدل السنوي المئوي = 5%

(ب) حيث أن الاستهلاك الثاني = الاستهلاك الأول $\times 1.05$

$$\therefore \text{الاستهلاك الأول} = \frac{\text{الاستهلاك الثاني}}{1.05}$$

$$\frac{380.047}{1.05} =$$

$$361.950 \text{ دينار كويتي} =$$

الاستهلاك الرابع = الاستهلاك الثالث $\times 1.05$

$$1.05 \times 399.050 =$$

$$419.002 =$$

الاستهلاك الخامس = الاستهلاك الرابع $\times 1.05$

$$1.05 \times 419.002 =$$

$$439.951 -$$

أصل القرض = مجموع الاستهلاكات الخمسة

$$439.951 + 419.002 + 399.050 + 380.047 + 361.950 =$$

- 2000 دينار كويتي

(ج) مقدار الفوائد المستحقة في نهاية السنة الأولى

$$= \frac{5}{100} \times 2000$$

- 100 دينار كويتي

مقدار القسط الأول

- الفائدة في السنة الأولى + الاستهلاك الأول

$$= 361.950 + 100$$

$$= 461.950$$

- القسط الذي يدفعه المدين سنوياً

مجموع المبالغ التي يدفعها المدين خلال الخمس سنوات

$$= 461.950 \times 5$$

- 2309.750 دينار كويتي

∴ مقدار الفوائد التي يدفعها المدين

$$= 2309.750 - 2000$$

$$= 309.750 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (2) :

افترض شخص مبلغ 10000 دينار كويتي واتفق علي أن يسدد هذا الدين علي عشرة أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معا فإذا علم أن الاستهلاك الأول يساوي 813.79 دينار كويتي والاستهلاك الثاني يساوي 850.411 دينار كويتي فاحسب معدل الفائدة السنوي ومقدار القسط السنوي الذي يدفعه العميل.

ثم إذا علم أن المدين بعد أن سدد القسط السادس مباشرة أراد أن يدفع الرصيد الباقي علي 12 قسطا سنويا متساويا من الأصل والفوائد معا أحسب مقدار هذا القسط إذا فرض أن الدائن قبل هذه التسوية بعد أن رفع معدل الفائدة إلي 6%

الحل

نفرض أن معدل الفائدة السنوي المجهول = ع

حيث أن الاستهلاك الثاني = الاستهلاك $\times (1 + ع)$

$$\therefore 850.411 = 813.790 (1 + ع)$$

$$\therefore 1 + ع = \frac{850.411}{813.790}$$

$$= 1.045$$

$$\therefore \text{ع} = 1.045$$

أي أن المعدل المئوي = 4.5 %

مقدار الفوائد في نهاية السنة الأولى

$$= \frac{4.5}{100} \times 10000$$

$$= 450 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار القسط السنوي

= الفوائد في نهاية السنة الأولى + الاستهلاك الأول

$$= 813.790 + 450$$

$$= 1263.790 \text{ دينار كويتي}$$

عدد الأقساط الباقية بعد سداد القسط السادس مباشرة

$$= 10 - 6 = 4$$

الرصيد بعد سداد القسط السادس مباشرة

= القيمة الحالية للأقساط السنوي الأربعة الباقية

= القيمة الحالية لدفعة عادية مقدارها السنوي يساوي 1263.790 ومدتها 4 سنوات

وبمعدل فائدة 4.5 %

$$= 1263.790 \times \frac{1}{4} \text{ بمعدل } 4\frac{1}{2} \%$$

$$= 3.5875 \times 1263.790$$

$$= 4533.847 \text{ دينار كويتي}$$

فإذا أراد المدين سداد هذا الرصيد علي 12 قسطا سنويا متساويا من الأصل والفوائد

فإن القسط السنوي علي أساس معدل فائدة 6%

$$= \frac{4533.847}{12} \text{ بمعدل } 6\%$$

$$\text{ولكن } \frac{1}{12} \text{ بمعدل } 6\% = 0.119277$$

∴ القسط السنوي المطلوب

$$= 0.1129777 \times 4533.847$$

$$= 540.787 \text{ دينار كويتي}$$

حساب مجموع عدد من الاستهلاكات المعينة بدون استخدام جدول الاستهلاك

سبق أن ذكرنا أن خارج قسمة كل استهلاك علي الاستهلاك الذي قبله يساوي عددا

ثابتا هو (1 + ع)

فالأستهلاك الثاني مثلا = الأستهلاك الأول (1 + ع)

$$\text{أو } K_2 = K_1 \times (E + 1)$$

$$\text{وكذلك } K_3 = K_2 \times (E + 1)$$

$$= K_1 (E + 1)^2$$

$$\text{وكذلك } K_4 = K_1 (E + 1)^3$$

وهكذا نجد بصفة عامة أن

$$K_n = K_1 (E + 1)^{n-1}$$

ومنه نجد أن:

$$K_1 + K_2 + K_3 + \dots + K_n$$

$$= K_1 + K_1 (E + 1) + K_1 (E + 1)^2 + \dots + \dots$$

$$+ K_1 (E + 1)^{n-1}$$

$$= K_1 [1 + (E + 1) + \dots + (E + 1)^{n-1}]$$

$$= K_1 \frac{E^n - 1}{E - 1}$$

ومعنى هذا أن حاصل جمع n من الاستهلاكات الأولى

$$= K_1 \times \frac{E^n - 1}{E - 1}$$

وكذلك يمكن إيجاد حاصل جمع أي عدد من الاستهلاكات المتتالية باستخدام العلاقة

السابقة ويتضح هذا من التكرير الآتي:

تدريب :

اقترض شخص مبلغ 1000 دينار واتفق علي أن يسدد القرض علي 20 قسطا سنويا من الأصل والفوائد .

والمطلوب إيجاد ما يلي:

- 1- حاصل جمع الاستهلاكات العشرة الأولى.
- 2- حاصل جمع الاستهلاكات من رقم 11 إلي رقم 15
- 3- حاصا جمع الاستهلاكات العشرة الأخيرة.

الحل

يمكننا حساب قيمة الإستهلاك الأول بنفس الطريقة المتبعة حيث نجد أن:-

$$K_1 = 30.243$$

حاصل جمع الاستهلاكات العشرة الأولى

$$= K_1 \times \frac{1}{10} \text{ بمعدل } 5\%$$

$$= 12.5779 \times 30.243$$

$$= 380.393 \text{ دينار كويتي}$$

2- حاصل جمع الاستهلاكات الخمسة عشر الأولى

$$= K_1 \times \frac{1}{15} \text{ بمعدل } 5\%$$

$$= 21.5786 \times 30.243$$

$$= 652.602 \text{ دينار كويتي}$$

∴ حاصل جمع الاستهلاكات من 11 إلى 15

$$380.393 - 652.602 =$$

$$= 272.209 \text{ دينار كويتي}$$

3- حاصل جمع الاستهلاكات العشرة الأخيرة

= أصل القرض - حاصل جمع الاستهلاكات العشرة الأولى

$$380.393 - 1000 =$$

$$= 619.607 \text{ دينار كويتي}$$

هذا ويمكن إيجاد هذا العدد بالطريقة الآتية:

الاستهلاكات العشرة الأخيرة

$$= ك_{11} + ك_{12} + \dots + ك_{20}$$

$$= ك_{11} (ع + 1)^{10} + ك_{12} (ع + 1)^{11} + \dots + ك_{19} (ع + 1)^{19}$$

$$= ك_{11} (ع + 1)^{10} [1 + (ع + 1) + \dots + (ع + 1)^9] + \dots$$

$$= ك_{11} (ع + 1)^{10} \times \frac{1 - (ع + 1)^{10}}{1 - (ع + 1)}$$

$$= 12.5779 \times 1.62889 \times 30.243 =$$

$$= 619.617$$

تدريب :

اقترض شخص مبلغ 1000 دينار كويتي لمدة 20 دينار كويتي بمعدل فائدة 6% سنويا والمطلوب حساب مايلي:

- 1- مجموع المبالغ التي تلتزم سنويا لخدمة الدين.
 - 2- مجموع الفوائد التي يتحملها المدين.
 - 3- مجموع المبالغ التي يدفعها المدين طول مدة الدين.
- وذلك في كل حالة من حالات السداد الآتية:
- أ- سداد الدين وفوائده في نهاية مدة القرض مرة واحدة.
 - ب- سداد الفوائد بصفة دورية وفي نهاية كل سنة ثم سداد الأصل في نهاية مدة القرض.
 - ج- سداد الفوائد بصفة دورية كما في (ب) وشراء عقد تكوين أموال تحسب أقساطه بمعدل 3% سنويا.
 - د- سداد الفوائد بصفة دورية كما في (ب) وشراء عقد تكوين أموال تحسب أقساطه بمعدل 2% سنويا.
 - هـ - سداد أقساطه متساوية من الأصل فقط وسنوية مع دفع فوائد الأرصدة في نهاية كل سنة أيضا.
 - و- سداد أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معا.

الحل

أ - في هذه الحالة نجد أن المبلغ الذي يدفعه في نهاية المدة

$$= 1000 (1 + 0.06)^{20}$$

- 3207.140 دينار كويتي

- مجموع المبالغ التي يدفعها المدين

مقدار الفوائد التي يتحملها المدين

- 3207.140 - 1000

- 2207.140 دينار كويتي

مقدار المبالغ التي تلزم لخدمة الدين سنويا = صفر

ب- سداد الفوائد بصفة دورية سنويا ودفع الأصل في نهاية المدة مقدار الفائدة في

نهاية كل سنة.

- 0.06×1000

- 60 دينار كويتي

- المبلغ اللازم لخدمة الدين سنويا

مجموع الفوائد التي يتحملها المدين

- 60×20

- 1200

مجموع المبالغ التي يدفعها المدين

- 1000 + 1200

- 2200 دينار كويتي

ج - سداد الفوائد سنوياً وإنشاء صندوق لاستهلاك الدين.

مقدار الفائدة السنوية

$$= 1000 \times 0.06$$

- 60 دينار كويتي

مقدار المبلغ اللازم لصندوق الاستهلاك سنوياً

$$= \frac{1000}{\frac{3}{100}} \text{ بمعدل } 3\%$$

$$= \frac{1000}{26.8724}$$

- 37.216 دينار كويتي

∴ مقدار المبلغ السنوي اللازم لخدمة الدين

$$= 60 + 37.216$$

- 97.216 دينار كويتي

مجموع المبالغ التي يدفعها المدين خلال مدة الدين

$$= 20 \times 97.216$$

- 1944.32 دينار كويتي

مقدار الفوائد التي يتحملها المدين

$$= 1000 - 1944.32$$

$$= 944.32 \text{ دينار كويتي}$$

د- سداد الفوائد سنوياً وشراء عقد تكوين أموال

∴ مقدار الفائدة السنوية

$$= 0.06 \times 1000$$

$$= 60 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار القسط اللازم لشراء عقد تكوين الأموال

$$= \frac{1000}{\sqrt[20]{1.02}} \text{ بمعدل } 2\%$$

$$= \frac{1000}{\sqrt[21]{1.02}} \text{ بمعدل } 2\%$$

$$= \frac{1000}{24.7833}$$

$$= 40.350 \text{ دينار كويتي}$$

∴ مقدار المبلغ السنوي اللازم لخدمة الدين

$$= 40.350 + 60$$

$$= 100.350 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار المبالغ التي يدفعها المدين خلال مدة الدين

$$= 20 \times 100.350 = 2007 \text{ دينارا}$$

مجموع الفوائد التي يتحملها

$$= 2007 - 1000$$

$$= 1007 \text{ دينار كويتي}$$

هـ - سداد أقساط سنوية من الأصل فقط مع دفع فوائد الأرصدة سنويا أيضا.

مقدار القسط السنوي المتساوي من الأصل

$$= 1000 \div 20$$

$$= 50 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار الفائدة في نهاية السنة الأولى

$$= 0.06 \times 1000$$

$$= 60 \text{ دينار كويتي}$$

وهذا المبلغ ينقص سنويا بمقدار فائدة قسط واحد أي مقدار

$$0.06 \times 50$$

= 3 دينار كويتي

وعلي هذا نجد أن المبلغ السنوي اللازم لخدمة الدين

$$60 + 50 =$$

= 110 دينار كويتي في نهاية السنة الأولى

وينقص سنويا بمقدار 3 دينار كويتي

أي أن المبالغ السنوية اللازمة لخدمة الدين هي

110 ، 107 ، 104 ، 101 ، ، 53 دينار كويتي

وذلك في نهاية السنة الأولى والثانية، علي الترتيب

مجموع الفوائد التي يتحملها المدين

$$= \frac{\text{عدد الأقساط}}{2} [\text{فائدة القرض كله} + \text{فائدة قسط واحد}]$$

$$= \frac{20}{2} [3 + 60]$$

= 630 دينار كويتي

مجموع المبالغ التي يدفعها المدين خلال مدة الدين

$$= 1000 + 630$$

$$= 1630 \text{ دينار كويتي}$$

و- سداد أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد مع القسط السنوي المتساوي

$$= \frac{1000}{\sqrt[20]{6\%}} \text{ بمعدل } 6\%$$

$$= 87.185 \text{ دينار كويتي}$$

- المبلغ السنوي اللازم لخدمة الدين

- مقدار المبالغ التي يسدها المدين خلال مدة القرض

$$= 87.185 \times 20$$

$$= 1743.70 \text{ دينار كويتي}$$

مقدار الفوائد التي يتحملها المدين خلال مدة القرض

$$= 1743.70 - 1000$$

$$= 743.70 \text{ دينار كويتي}$$

ويمكن تلخيص الإجابات في الجدول الآتي

طريقة السداد	المبلغ السنوي اللازم لخدمة الدين	مجموع المبالغ التي يدفعها المدين خلال مدة الدين	مجموع الفوائد التي يتحملها المدين خلال مدة الدين
أ	صفر	3207.140	2207.140
ب	60.000	2200.000	1200.000
ج	97.216	1944.320	944.320
د	100.350	2007.000	1007.000
هـ	110 تنقص 3 دينار كويتي سنويا	1630.000	630.000
و	87.185	1743.700	743.700

تمارين

استهلاك القروض طويلة الأجل

1- أقرض شخص مبلغ 3000 دينار كويتي لمدة 15 سنة بمعدل فائدة 6% وقد اختار لسداد الدين دفع الفوائد بصفة دورية في آخر كل سنة كما أنشأ صندوقاً لاستهلاك الدين يسدد إليه مبلغاً ما في نهاية كل سنة بحيث يصبح جملة ما في الصندوق في نهاية مدة القرض معادلاً لأصل القرض. فإذا كان معدل الفائدة الذي يمكن به استثمار أموال صندوق الاستهلاك هو 2% سنوياً فاحسب مقدار المبلغ السنوي الذي يجب أن يخصصه المدين لخدمة الدين.

2- إذا كان المدين في التمرين السابق قد خصص لخدمة الدين مبلغاً سنوياً قدره 341.300 دينار كويتي فأحسب معدل الفائدة الذي يجب أن يستثمر به أموال صندوق الاستهلاك حتى يكون المبلغ كافياً لسداد الدين.

3- إذا كانت الفوائد في التمرين رقم (1) تدفع كل نصف سنة بمعدل سنوي أسمى 6% يدفع علي مرتين في السنة أيضاً فاحسب مقدار المبلغ النصف السنوي الواجب تخصيصه لخدمة الدين.

4- إذا فرض في التمرين (1) إن المدين طلب من إحدى شركات الانخار أن تقوم نيابة عنه في سداد أصل الدين في مقابل أن يدفع لها قسطاً نصف سنوي خلال مدة الدين يدفع القسط في أول كل فترة فما مقدار هذا القسط إذا علم أن الشركة تحسب له فوائد بمعدل سنوي أسمى 2½%

- 5- اقترض شخص مبلغ 10000 دينار كويتي لمدة 20 سنة واتفق مع الدائن علي أن يسدد له الدين علي 20 قسطا سنويا متساويا من الأصل مع دفع فوائد الأرصدة بصفة دورية كل سنة، المطلوب
(أولا) حساب مجموع الفوائد التي يدفعها طول مدة العقد.
(ثانيا) متوسط القسط السنوي هو 5%
- 6- إذا كانت مدة القرض في التمرين السابق 4 سنوات فقط فما مقدار الفوائد وما مقدار متوسط القسط السنوي. اعمل أيضا جدول استهلاك الدين .
- 7- إذا أراد المدين في التمرين السابق أن يسدد قسطا متساويا من الأصل والفوائد، فما مقدار هذا القسط وما مقدار الفوائد التي يدفعها كون أيضا جدول الاستهلاك.
- 8- إذا أراد المدين في التمرين رقم (5) أن يدفع قسطا متساويا من الأصل والفوائد فاحسب مايلي:
أ- مقدار القسط السنوي.
ب- مجموع الفوائد التي يتحملها.
ج- مقدار الاستهلاك في آخر السنة الأولى.
د- مقدار الاستهلاك في آخر السنة الأخيرة من الدين.
هـ- مقدار الاستهلاك في نهاية 10 سنوات من تاريخ بدء القرض.
و- رصيد القرض في أول السنة الخامسة.
ز- رصيد القرض في أول السنة الخامسة عشر.
ح- مجموع الاستهلاكات الخمسة الأولى.
ط- مجموع الاستهلاكات الخمسة الأخيرة.
ي- مجموع الاستهلاكات ابتداء من الاستهلاك السادس إلي الاستهلاك الخامس عشر.

9- في التمرين رقم (8) احسب:

أ- مقدار الفائدة المستحقة في نهاية السنة الثالثة.

ب- مقدار الفائدة المستحقة في نهاية السنة العاشرة.

وذلك بطريقتين مستقيين

10- اقترض شخص مبلغ 15000 دينار كويتي لمدة 15 سنة بمعدل 6% سنويا

والمطلوب حساب مايلي:

أ- مجموع المبالغ التي تلزم سنويا لخدمة الدين.

ب- مجموع الفوائد التي يتحملها المدين خلال مدة الدين كلها.

ج- مجموع المبالغ التي يتحملها المدين خلال مدة الدين كلها.

وذلك في كل حالة من حالات السداد الآتية

أ- سداد الدين وفوائده مرة واحدة في نهاية الدين.

ب- سداد الفوائد في نهاية كل سنة وسداد الأصل في نهاية مدة القرض

ج- سداد الفوائد كما في ب وإنشاء صندوق لاستهلاك الدين تستثمر أمواله بمعدل فائدة 3% سنويا.

د- سداد الفوائد كما في ب وشراء عقد تكوين أموال تحسب أقساطه بمعدل فائدة 2% سنويا.

هـ- سداد أقساط سنوية متساوية من الأصل فقط مع دفع فوائد الأرصدة في نهاية كل سنة.

و- سداد أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معا.

أجوبة التمارين

- 1- 353.475 دينار
- 2- 3%
- 3- 173.037 دينار
- 4- 82.010 دينار
- 5- 5250 دينار ، 762.5
- 6- 1250 ، 2812.5 دينار أما الجدول فهو كالآتي:

السنة	الرصيد في بدء السنة	الفوائد في نهاية السنة	المستهلك في نهاية السنة	القسط المسدد في نهاية السنة	الرصيد في آخر السنة
1	10000	500	2500	3000	7500
2	7500	375	2500	2875	5000
3	5000	250	2500	2750	2500
4	2500	125	2500	2625	-

- 7- 2820.12 ، 1280.48 والجدول كالآتي:

السنة	الرصيد في بدء السنة	الفوائد في آخر السنة	القسط السنوي	المستهلك في آخر السنة	الرصيد في آخر السنة
1	10000.000	500.000	2820.12	2320.120	7679.880
2	7679.880	383.994	2820.12	2436.126	5243.754

2685.822	2557.932	2820.12	262.188	5243.754	3
0.007 -	2685.829	2820.12	134.291	2685.822	4

- 469.169 - 764.225 - 302.430 - 6048.6 - 802.420 - 8
4854.909 - 3474.121 - 1671.107 - 4072.894 - 7696.576

333.261 ، 469.001 - 9

- 10

طريقة السداد	المبلغ السنوي لخدمة الدين	مجموع الفوائد	المبالغ التي يتحملها المدين
أ	صفر	20948.400	35948.400
ب	900	13500.00	27500.000
→	1706.505	10597.575	25597.575
د	1750.374	11255.610	26200.610
هـ	1900 تنقص بمقدار 60 دينار سنويا	7200.00	22200
و	1544.445	8166.675	23166.675

الفصل السابع

تعديل الديون

الفصل السابع

تعديل الديون

أولاً: تعديل الديون القصيرة الأجل

قد يكون علي أحد الأشخاص ديون مختلفة تستحق في تواريخ مختلفة ويرغب في إدخال تعديل علي هذه الديون سواء أكان هذا التعديل يتناول مبالغ الدين فقط أو تواريخ استحقاقها أو المبالغ وتواريخ الاستحقاق معاً.

ولكي لا يضار الدائن أو المدين من هذه التعديلات يجب أن نتذكر أن قيمة أي مبلغ من المبالغ تتغير علي حسب موعد استحقاقه.

فإذا كان هناك دين مقداره 1000 ديناراً كويتي مثلاً يستحق السداد في 2004/1/1 فإن هذا الدين لا يساوي 1000 ديناراً كويتي إلا في ذلك التاريخ. فإذا أريد تأجيل سداد الدين مدة ثلاثة شهور مثلاً فإن هذا الدين تزداد قيمته بمقدار الفوائد المستحقة علي الدين لمدة التأجيل وهي ثلاثة شهور.

أما إذا أريد تقديم موعد السداد لمدة ستة شهور مثلاً فإن قيمة الدين تنخفض بمقدار الخصم المستحق علي الدين لمدة التقديم وهي ستة شهور.

فإذا كان معدل الفائدة هو 6% سنوياً فإن قيمة الدين بعد ثلاثة شهور من تاريخ استحقاقه الأصلي.

$$ح - أ = (1 + ع ن)$$

$$- 1000 \left(\frac{3}{12} \times \frac{6}{100} + 1 \right)$$

$$= 1015 \text{ ديناراً كويتي}$$

وإذا كان معدل الخصم 8% سنويا فإن قيمة الدين قبل موعد استحقاقه الأصلي

بسته شهور تنخفض إلى:

$$A = C - C \times E \times N$$

$$= 1000 - 1000 \times \frac{8}{100} \times \frac{6}{12}$$

أي إلى 960 ديناراً كويتياً

وهكذا تتغير قيمة المبالغ تبعا لتواريخ استحقاقها مع الأخذ في الاعتبار القاعدة

الاساسية التالية

القيمة الحالية للديون القديمة = القيمة الحالية للديون الجديدة يوم التسوية

واعتماد على القاعدة الاساسية السابقة فإنه يمكن أن نستنتج ثلاثة طرق لتسوية الديون تتمثل فيما يلي:

الطريقة الأولى:

تسوية الديون عند أبعد تاريخ:

حيث قد يتمثل أبعد تاريخ في تاريخ استحقاق أحد الديون القديمة أو الجديدة وقد يكون تاريخاً فرضياً تالياً لتواريخ استحقاق جميع الديون وفي هذه الطريقة تؤول القاعدة الاساسية السابقة إلى الصيغة التالية:

جملة الديون قبل التسوية = جملة الديون بعد التسوية

تكريب:

شخص مدين بالديون الآتية:

دين قيمته الاسمية 1000 دينار كويتي يستحق بعد سنتين

دين قيمته الاسمية 2000 دينار كويتي يستحق بعد 3 سنوات

دين قيمته الاسمية 4000 دينار كويتي يستحق بعد 5 سنوات

أراد استبدال الديون السابقة بدين واحد يستحق بعد 6 سنوات أوجد قيمة هذا الدين اذا علمت أن معدل الفائدة 5% سنويا

الحل

يلاحظ هنا أن أبعد تاريخ هو تاريخ استحقاق الدين الجديد.

∴ جملة الديون قبل التسوية = جملة الديون بعد التسوية (الديون الجديدة).

∴ جملة الديون قبل التسوية:

$$\text{جملة الدين الأول} = 1000 + 1000 \times \frac{5}{100} \times 4 = 1200 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{جملة الدين الثاني} = 2000 + 2000 \times \frac{5}{100} \times 3 = 2300 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{جملة الدين الثالث} = 4000 + 4000 \times \frac{5}{100} \times 1 = 4200 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{∴ قيمة الدين الجديد} = 1200 + 2300 + 4200 = 7700 \text{ دينار كويتي}$$

الطريقة الثانية:

تسوية الديون عند أقرب تاريخ:

حيث قد يكون أقرب تاريخ هو تاريخ استحقاق أحد الديون القديمة أو الجديدة أو قد يكون تاريخاً فرضياً سابقاً لتواريخ استحقاق الديون وفي هذه الطريقة تؤول القاعدة الأساسية إلى

$$\text{القيمة الحالية للديون قبل التسوية} = \text{القيمة الحالية للديون بعد التسوية}$$

تدريب :

شخص مدين بالمبالغ الآتية:

2000 دينار كويتي تستحق بعد 3 سنوات

1000 دينار كويتي تستحق بعد 4 سنوات

3000 دينار كويتي تستحق بعد 5 سنوات

فالذا تم الاتفاق على أن تستبدل هذه الديون بدين واحد يستحق بعد سنتين. أوجد قيمة الدين الجديد إذا كان معدل الخصم 4% سنوياً.

الحل

يلاحظ هنا أن أقرب تاريخ هو تاريخ استحقاق الدين الجديد القيمة الحالية للديون قبل التسوية = القيمة الحالية للديون بعد التسوية (الدين الجديد).

القيمة الحالية للديون قبل التسوية:

$$\text{القيمة الحالية للدين الأول} = 2000 - 2000 \times \frac{4}{100} \times 1 = 1920 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{القيمة الحالية للدين الثاني} = 1000 - 1000 \times \frac{4}{100} \times 2 = 920 \text{ دينار كويتي}$$

القيمة الحالية للدين الثالث = $3000 - 3000 \times \frac{4}{100} \times 3 = 2640$ دينار كويتي

جملة الدين الجديد = $1920 + 920 + 2640 = 5480$ دينار كويتي

الطريقة الثالثة:

تسوية الديون عند تاريخ وسط :

وهنا نجد أن أي دين سواء كان قديماً أم جديداً ولاحقاً لتاريخ التسوية يتم إيجاد قيمته الحالية وأي دين يكون تاريخ استحقاقه سابقاً لتاريخ التسوية يتم إيجاد جملة وبالنسبة تكون القاعدة المستخدمة خليطاً بين القاعدتين السابقتين وفقاً لتاريخ استحقاق كل دين . كما يمكن إيجاد تاريخ الاستحقاق المتوسط باستخدام الطريقة التقريبية من خلال القانون التالي:

$$N = \frac{N_1 \times 1 + N_2 \times 2 + N_3 \times 3 + \dots}{1 + 2 + 3 + \dots}$$

حيث:

(N) هي المدة المكافئة

N_1, N_2, N_3, \dots هي مدة الديون القديمة

$ج_1, ج_2, ج_3, \dots$ هي القيمة الاسمية للديون القديمة

تدريب :

تاجر مدين بالمبالغ الآتية في 2004/4/21

2000 تستحق بعد 19 يوم

3000 تستحق بعد 44 يوم

4000 تستحق بعد 79 يوم

5000 تستحق بعد 84 يوم

وفي 2004/4/25 استبدال هذه الديون بدين واحد قيمته الاسمية تعادل الديون القديمة فاوجد المدة المكافئة باستخدام الطريقة التقريبية ثم أوجد تاريخ الاستحقاق المتوسط.

الحل

∴ تاريخ التسوية هو 1989/4/25
وتاريخ الاستدانة 1989/4/21
أربعة أيام فرق تطرح من مدد الاستحقاق
∴ مدد الديون على الترتيب هي 15 ، 40 ، 75 ، 80

$$n = \frac{4 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 4}{1 + 2 + 3 + 4}$$

$$n = \frac{80 \times 5000 + 75 \times 4000 + 40 \times 3000 + 15 \times 2000}{5000 + 4000 + 3000 + 2000}$$

$$= 60.7 = 61 \text{ يوم}$$

∴ تاريخ الاستحقاق المتوسط

أبريل 5 (المتبقي من شهر أبريل)

مايو 31

يونيه 25 (المدة المتبقية من 61 يوم)

61 يوم

∴ تاريخ الاستحقاق للدين الجديد هو 25 يونيو 1989

تكريرات عامة

تكرير (1):

تاجر مدين بالمبالغ الآتية:

100 دينار كويتي حق 60 يوم

300 دينار كويتي حق 30 يوم

اتفق مع الدائن علي أن يدفع له مبلغ 200.5 دينار كويتي ويحرر له بالباقي سندا جديدا
يستحق بعد 90 يوم والمطلوب إيجاد القيمة إيجاد القيمة الاسمية للسند الجديد علما بأن
معدل الحطية الخارجية 6% سنويا.

الحل

نمر المبلغ الأول = $100 \times 60 = 6000$

نمر المبلغ الثاني = $300 \times 30 = 9000$

مجموع النمر 15000

∴ (ص) الديون القديمة = $15000 \div 6000 = 2.5$ دينار كويتي

(أ) للديون القديمة = $400 \div 2.5 = 397.5$ دينار كويتي

∴ (أ) للسند الجديد = $397.5 + 200.5 = 197$ دينار كويتي

∴ ح = $\frac{ص \times ق}{(ق - ن)} = \frac{6000 \times 197}{(90 - 6000)} = 200$ دينار كويتي

تدريب (2)

شخص مدين بالمبالغ الآتية:

300 دينار كويتي حق 2004/5/23

500 دينار كويتي حق 2004/7/12

402 دينار كويتي حق 2004/8/11

غير أن المدين لم يدفع شيئا حتى 2004/7/12 حيث أتفق مع الدائن على الآتي:

(أ) يدفع نقدا 902.5 دينار كويتي

(ب) يحرر بالباقي سند أذنيا يستحق الدفع في 2004/9/10

فإذا عامت أن معدل الحطيطه الداخليه وسعر الفائدة 6% فما هي القيمة الاسمية للسند الجديد.

الحل

مايو يونيو يوليو

مدة تأخير الدين الأول = 8 + 30 + 12 = 50 يوم

مدة تأخير الدين الثاني = - + - + - = صفر

مدة تأخير الدين الثالث = - + 19 + 11 = 30 يوم

فائدة تأخير الدين الأول = $\frac{50 \times 300}{6000} = 2.5$ دينار كويتي

جملة الدين الأول = 300 + 2.5 = 302.5 دينار كويتي

(أ) للدين الثالث = $\frac{6000 \times 402}{6030} = \frac{ج \times ق}{ق + ن} = 400$ دينار كويتي

مجموع القيمة الحالية للديون القديمة = 400 + 500 + 302.5

= 1202.5 دينار كويتي

(أ) للسند الجديد = (ج -) للدين القديم - ما دفع نقدا

$$= 1202.5 - 902.5 - 300 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{مدة السنة الجديدة} = \text{يوليه} + \text{أغسطس} + \text{سبتمبر} = 19 + 31 + 10 = 60 \text{ يوم}$$

$$(أ) \text{ للسند الجديد} = \frac{\text{ص} \times \text{ن}}{\text{ق}} = \frac{60 \times 300}{6000} = 30 \text{ دينار كويتي}$$

$$(ج) \text{ للسند الجديد} = \text{أ} + \text{ص} = 3 + 300 = 303 \text{ دينار كويتي}$$

تكريب (3):

شخص مدين بالآتي:

800 دينار كويتي حق 3 شهور

300 دينار كويتي حق 4 شهور

قرر استبدال ال هذه الديون بثلاث أقساط شهرية متساوية قيمة القسط 364 دينار كويتي ويستحق أولها بعد شهر من الآن أوجد معدل الخصم.

الحل:

نفرض أن معدل الخصم (ع)

$$\therefore \text{القيمة الحالية للديون} = (800 - 800 \times \frac{3}{12} \times \frac{\text{ع}}{1000})$$

$$+ (300 - 300 \times \frac{4}{12} \times \frac{\text{ع}}{100})$$

$$= 800 - 2 \text{ ع} + 300 - \text{ع} = 1100 - 3 \text{ ع}$$

∴ القيمة الحالية للديون القديمة = القيمة الحالية للاقساط الثلاثة
- مجموع الاقساط - الخصم

$$= (3 \times 364) - \frac{3}{2} \times \frac{ع}{100} \times 364 - \left(\frac{1+3}{12} \right)$$

$$= 1092 - 1.82 ع$$

$$1100 - 3 ع = 1092 - 1.82 ع$$

$$8 = 1.18 ع$$

$$ع = \frac{8}{1.18} = 6.78 \% \text{ تقريبا.}$$

تدريب (4):

شخص مدين بالمبالغ الآتية:

600 ديناراً كويتي تستحق بعد 3 شهور من الآن

400 ديناراً كويتي تستحق بعد 5 شهور من الآن

800 ديناراً كويتي تستحق بعد 6 شهور من الآن

فإذا رغب المدين بأن يستبدل بهذه الديون جميعها ديناً واحداً يستحق السداد بعد

ثمانية شهور من الآن فأصحب مقدار الدين الجديد إذا كان معدل الفائدة 6% سنوياً.

الحل

مبلغ الدين الجديد = مجموع قيم مبالغ الديون القديمة في نهاية ثمانية شهور من الآن.

أما المبلغ الأول وقدره 600 ديناراً كويتي يستحق السداد بعد ثلاثة شهور من

الآن وقيمته بعد ثمانية شهور من الآن تساوي تلك القيمة بعد زيادتها بمقدار الفوائد

المستحقة على مبلغ الدين لمدة 5 شهور.

وكذلك المبلغ الثاني وقدره 400 ديناراً كويتي يستحق السداد بعد 5 شهور من الآن وقيمته بعد ثمانية شهور من الآن تساوي تلك القيمة بعد زيادتها بمقدار الفوائد المستحقة على مبلغ الدين لمدة ثلاثة شهور.

والمبلغ الثالث وقدره 800 ديناراً كويتي يستحق السداد بعد 6 شهور من الآن وقيمته بعد ثمانية شهور من الآن تساوي تلك القيمة بعد زيادتها بمقدار الفوائد المستحقة على مبلغ الدين لمدة شهرين.

∴ مبلغ الدين الجديد

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3}{12} \times \frac{6}{100} \times 400 + 400 + \frac{5}{12} \times \frac{6}{100} \times 600 + 600 + \\
 &\quad \frac{2}{12} \times \frac{6}{100} \times 800 + 800 + \\
 &= [2 \times 800 + 3 \times 400 + 5 \times 600] \frac{1}{12} \times \frac{6}{100} + 1800 = \\
 &= 5800 \times \frac{1}{200} + 1800 = \\
 &= 1800 + 29 = 1829 \text{ ديناراً كويتياً}
 \end{aligned}$$

تدريب (5):

إذا أراد المدين في التدريب السابق الاستعاضة عن الديون جميعها بمبلغ واحد يستحق السداد بعد شهرين من الآن فاحسب مقدار الدين الجديد إذا كان معدل الخصم السنوي 6%.

الحل

مبلغ الدين الجديد = مجموع قيم الديون الجديدة في نهاية شهرين من الآن
أما المبلغ الأول وقدره 600 ديناراً كويتي يستحق السداد بعد ثلاثة شهور من
الآن وقيمته بعد ثمانية شهور من الآن تساوي تلك القيمة بعد تخفيضها بمقدار الخصم
المستحق على هذا الدين لمدة شهر واحد أي أن قيمته بعد شهرين من الآن.

$$= 600 - 600 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12}$$

= 597 ديناراً كويتي

المبلغ الثاني وقدره 400 ديناراً كويتي يستحق السداد بعد 5 شهور من
الآن يجب أن تخفض عن 400 ديناراً كويتي بمقدار الخصم المستحق على الدين لمدة
3 شهور أي أن قيمته بعد شهرين من الآن.

$$= 400 - 400 \times \frac{6}{100} \times \frac{3}{12}$$

= 394 ديناراً كويتي

والمبلغ الثالث وقدره 800 ديناراً كويتي يستحق السداد بعد 6 شهور من الآن
وقيمته بعد ثمانية شهور من الآن تساوي تلك القيمة بعد تخفيضها بمقدار الخصم
المستحق عليها لمدة 4 شهور.

أي أن قيمته بعد شهرين من الآن:

$$= 800 - 800 \times \frac{6}{100} \times \frac{4}{12}$$

= 784 ديناراً كويتياً

∴ مبلغ الدين الجديد

= 784 + 394 + 597

= 1775 ديناراً كويتياً

تدريب (6):

إذا أراد المدين في التدريب الرابع الاستعاضة عن الديون الثلاثة بدين واحد يستحق السداد بعد 4 شهور من الآن فاحسب مقدار مبلغ الدين الجديد إذا كانت الفوائد تحسب بمعدل 6% سنوياً.

الحل

مبلغ الدين الجديد = مجموع قيم مبالغ الدين القديم في نهاية 4 شهور من الآن:

أما المبلغ الأول وقدره 600 ديناراً كويتي يستحق السداد بعد 3 شهور من الآن فقيمه بعد 4 شهور من الآن تساوي 600 ديناراً كويتي زائداً فوائد هذا المبلغ لمدة شهر واحد أي

$$= 600 + 600 \times \frac{1}{12} \times \frac{6}{100}$$

= 603 ديناراً كويتي

والمبلغ الثاني وقدره 400 ديناراً كويتي يستحق السداد بعد 5 شهور من الآن وقيمه بعد 4 شهور من الآن تساوي 400 ديناراً كويتي ناقصاً الخصم المستحق علي هذا المبلغ لمدة شهر واحد أي

$$= 400 - 400 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12}$$

= 398 ديناراً كويتياً

والمبلغ الثالث وقدره 800 ديناراً كويتي يستحق السداد بعد 6 شهور من الآن وقيمته بعد 4 شهور من الآن تساوي 800 ديناراً كويتي ناقصاً الخصم المستحق علي هذا المبلغ لمدة شهرين أي

$$= 800 - 800 \times \frac{6}{100} \times \frac{2}{12}$$

= 792 ديناراً كويتياً

أي أن مبلغ الدين الجديد

$$= 603 + 398 + 792$$

= 1793 ديناراً كويتياً

ملحوظة هامة:-

ويلاحظ أن هناك حالات تسوية أصعب من الحالات السابقة قد يستحيل حلها بالطريقة المبينة في التكريرات السابقة الماضية إذ قد نجد أن المدين يرغب في تعديل الديون الأصلية بعدة ديون تستحق في تواريخ مختلفة أو يرغب في سداد جزء من الديون الآن ويكتب بالباقي سنداً أو أكثر تستحق السداد في مواعيد مختلفة وهكذا. وفي مثل هذه الحالات من التسوية يجب أن نختار تاريخاً معلوماً وليكن تاريخ اليوم أو أي يوم آخر ثم نحسب مجموع قيم مبالغ الدين قبل تعديله في هذا التاريخ المحدد ونحسب مجموع قيم مبالغ الدين بعد تعديله في نفس هذا التاريخ.

وحيث أن كلا من الطرفين التعامل وهما الدائن والمدين يجب ألا يضار من التسوية فإن مجموع قيم مبالغ الدين قبل تعديله في التاريخ المحدد يجب أن يكون مساويا لمجموع قيم مبالغ الدين بعد تعديله في نفس ذلك التاريخ.

فإذا كان التاريخ المختار هو اليوم فبتا نجد أن:

مجموع القيم الحالية لمبالغ الدين قبل تعديله = مجموع القيم الحالية لمبالغ الدين بعد تعديله.

ويلاحظ أن هذه القاعدة يمكن أن نحل بها جميع المسائل الخاصة بتسوية الديون كما يجب أن نلاحظ أن القيمة الحالية لأي مبلغ من المبالغ يحسب على اعتبار أنه القيمة الحالية التجارية إلا إذا نص على عكس ذلك صراحة.

فالتدريبات رقم (4) يمكن حله بالتتابع القاعدة العامة كالآتي:

نفرض أن مبلغ الدين الجديد يساوي (س) .

القيمة الحالية بعد تعديله

$$= س - س \times \frac{6}{100} \times \frac{8}{12}$$

$$= س (1 - 0.04)$$

$$= 0.96 س$$

القيمة الحالية لمبالغ الدين قبل تعديله

$$= 600 - 600 \times \frac{6}{100} \times \frac{3}{12}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{5}{12} \times \frac{6}{100} \times 400 - 400 + \\
 & \frac{6}{12} \times \frac{6}{100} \times 800 - 800 + \\
 & [6 \times 800 + 5 \times 400 + 3 \times 600] \frac{1}{12} \times \frac{6}{100} - 1800 = \\
 & \frac{8600}{12} \times \frac{6}{100} - 1800 = \\
 & 43 - 1800 = \\
 & - 1757 \text{ ديناراً كويتياً}
 \end{aligned}$$

وحيث أن القيمة الحالية لمبالغ الدين قبل تعديله تساوي القيمة الحالية لمبالغ

الدين بعد تعديله

$$\therefore 1757 = 0.96 \text{ س}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{1757}{0.96}$$

$$= 1830.212 \text{ ديناراً كويتياً}$$

كما أن التكريب رقم (5) يمكن حله بالطريقة العامة كالآتي:

نفرض أن مبلغ الدين بعد تعديله = س

∴ القيمة الحالية لمبلغ الدين بعد تعديله

$$= \text{س} - \text{س} \times \frac{6}{100} \times \frac{2}{12}$$

$$= 0.99 \text{ س}$$

القيمة الحالية لمبالغ الدين قبل تعديلها

$$= 1757 \text{ (من تكريب رقم 5)}$$

$$\therefore 1757 = 0.99 \text{ س}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{1757}{0.99}$$

$$= 1774.747 \text{ ديناراً كويتياً}$$

والتكريب رقم (6) يمكن حله بالطريقة العامة أيضاً كالآتي:

نفرض أن مبلغ الدين بعد تعديله س

\therefore القيمة الحالية لمبلغ الدين بعد تعديله

$$= \text{س} - \text{س} \times \frac{6}{100} \times \frac{4}{12}$$

$$= 0.98 \text{ س}$$

وحيث أن القيمة الحالية لمبلغ الدين قبل تعديلها

$$= 1757 \text{ (من تكريب رقم 5)}$$

$$\therefore 1757 = 0.98 \text{ س}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{1757}{0.98}$$

- 1792.857 ديناراً كويتي

ويلاحظ أن هناك فروقا بسيطة في الإجابات وهذه الفروق ناتجة من استخدام الخصم التجاري بدلا من الخصم الحقيقي.

تدريب (7):

شخص مدين بالمبالغ الآتية

400 ديناراً كويتي تستحق السداد بعد 60 يوما

600 ديناراً كويتي تستحق السداد بعد 90 يوما

يريد الاستعاضة عن هذه الديون بثلاثة ديون متساوية: الأول يستحق السداد بعد شهر والثاني شهرين والثالث بعد 3 شهور
فإذا كان معدل الفائدة 6% سنويا ، فاحسب مقدار كل مبلغ من مبالغ الدين بعد تعديله.

الحل

نفرض أن كل مبلغ من المبالغ الثلاثة = س

وبإيجاد القيمة الحالية لمبالغ الدين بعد تعديله والقيمة الحالية لمبالغ الدين قبل التعديل وابتداء القاعدة العامة لتسوية الديون يمكننا أن نثبت
أن س = 332.323 ديناراً كويتي.
وذلك كالآتي :

القيمة الحالية لمبالغ الدين بعد التعديل

$$= \text{س} - \text{س} \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12}$$

$$+ \text{س} - \text{س} \times \frac{6}{100} \times \frac{2}{12}$$

$$= 3 \text{ س} - \frac{\text{س}}{1200} (18 + 12 + 6)$$

$$= 3 \text{ س} - 0.03 \text{ س}$$

$$= 2.97 \text{ س}$$

القيمة الحالية لمبالغ الدين قبل تعديله

$$= 400 - 400 \times \frac{6}{100} \times \frac{60}{360}$$

$$+ 600 - 600 \times \frac{6}{100} \times \frac{90}{360}$$

$$= 1000 - 4 - 9 = 987 \text{ ديناراً كويتياً}$$

وحيث أن القيمة الحالية لمبالغ الدين قبل تعديلها

= القيمة الحالية لمبالغ الدين بعد تعديلها

$$\therefore 987 = 2.97 \text{ س}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{987}{2.97}$$

$$= 332.323 \text{ ديناراً كويتياً}$$

مثال (8):

شخص مدين بالمبالغ الآتية:

600 ديناراً كويتي تستحق بعد 3 شهور

900 ديناراً كويتي تستحق بعد 5 شهور

يريد سداد 500 ديناراً كويتي الآن ويكتب بالباقي سنداً يستحق السداد بعد سنة من

الآن. احسب مقدار القيمة الاسمية للسند إذا كان معدل الفائدة 6%

الحل

نفرض أن القيمة الاسمية المجهولة = س

القيمة الحالية لمبالغ الدين بعد تعديلها

$$= 500 + س - س \times \frac{6}{100} \times \frac{12}{12}$$

$$= 500 + 0.94 س$$

القيمة الحالية لمبالغ الدين قبل التعديل

$$= 600 - 600 \times \frac{6}{100} \times \frac{3}{12}$$

$$+ 900 - 900 \times \frac{6}{100} \times \frac{5}{12}$$

$$= 1500 - 31.5$$

$$= 1468.5 \text{ ديناراً كويتياً}$$

وحيث أن القيمة الحالية لمبالغ الدين قبل التعديل

= القيمة الحالية لمبالغ الدين بعد التعديل

$$\therefore 1468.5 = 500 + 0.94 \text{ س}$$

$$\therefore 0.94 \text{ س} = 968.5$$

$$\therefore \text{س} = \frac{968.5}{0.94}$$

$$= 1030.319 \text{ ديناراً كويتياً}$$

مثال (9):

شخص مدين بالمبالغ الآتية:

600 ديناراً كويتي تستحق بعد 3 شهور

900 ديناراً كويتي تستحق بعد 5 شهور

وقد سدد من هذه الديون مبلغ 500 ديناراً كويتياً الآن وكتب سنداً بالباقي قيمته الإسمية

1030.19 ديناراً كويتي . أحسب المدة التي يستحق بعدها سداد السند إذا كان معدل

الفائدة 6 %.

الحل

نفرض أن المدة التي يستحق بعدها سداد السند = س

القيمة الحالية لمبالغ الدين بعد التعديل

$$= 500 + 1030.319 - 1030.319 \times \frac{6}{100} \times \frac{\text{س}}{12}$$

$$= 1530.319 - 5.1516 \text{ س}$$

القيمة الحالية لمبالغ الدين قبل التعديل

$$= 1468.5 \text{ ديناراً كويتي (من التدريب السابق)}$$

وحيث أن القيمة الحالية لمبالغ الدين قبل التعديل

= القيمة الحالية لمبالغ الدين بعد التعديل

$$\therefore 1468.5 = 1530.319 - 5.1516 \text{ س}$$

$$\therefore 5.1516 \text{ س} = 61.819$$

$$\therefore \text{س} = \frac{61.819}{5.1516} = 12 \text{ شهراً}$$

مثال (10):

شخص مدين بالمبالغ الآتية:

400 ديناراً كويتي تستحق بعد شهرين

600 ديناراً كويتي تستحق بعد 3 شهور

استبدل بهذه الديون ثلاثة ديون أخرى مبالغها متساوية : الأول يستحق السداد بعد شهر

والثاني بعد شهرين والثالث بعد ثلاثة شهور فإذا كان مقدار كل مبلغ من المبالغ الثلاثة

يساوي 332.323 ديناراً كويتياً . فاحسب معدل الفائدة السنوي الذي حصلت به التسوية

الحل

نفرض أن معدل الفائدة السنوي المطلوب = س

\therefore القيمة الحالية لمبالغ الدين قبل التعديل.

$$- 400 - 400 \times \frac{2}{12} \times \frac{س}{100}$$

$$+ 600 - 600 \times \frac{3}{12} \times \frac{س}{100}$$

$$- 1000 - \frac{2}{3} س - \frac{3}{2} س$$

$$- 1000 - \frac{1}{6} 2 س$$

القيمة الحالية لمبالغ الدين بعد التعديل

$$- 332.323 \left(\frac{1}{12} \times \frac{س}{100} - 1 \right)$$

$$+ 332.323 \left(\frac{2}{12} \times \frac{س}{100} - 1 \right)$$

$$+ 332.323 \left(\frac{3}{12} \times \frac{س}{100} - 1 \right)$$

$$- 996.969 - 1.661615 س$$

حيث أن القيمة الحالية لمبالغ الدين قبل التعديل

= القيمة الحالية لمبالغ الدين بعد التعديل

$$\therefore 1000 - 2.66667 س = 996.969 - 1.661615 س$$

$$\therefore 0.505052 س = 3.031$$

$$\therefore \text{س} = \frac{3.031}{0.505052}$$

$$= 6.001$$

أي أن المعدل المئوي للفائدة = 6 % تقريبا

ثانيا: تعديل الديون الطويلة الأجل

في الفوائد المركبة نجد أن المال لا يبقى معطلا لحظة واحدة من الزمن بدون استثمار . وعلى هذا فإن مبلغ 100 ديناراً كويتي تستحق السداد في تاريخ معين لا يساوي 100 ديناراً كويتي إلا في ذلك التاريخ . فإذا أريد تأجيل موعد السداد مدة من الزمن فإن قيمته تزداد بمقدار الفوائد التي تستحق على هذا المبلغ خلال مدة التأجيل . كما أنه لو أريد تقديم موعد السداد فإن قيمته تنقص إلى القيمة التي لو استثمرت طول مدة التقديم فإن جملتها تصبح مساوية للمبلغ الأصلي وهو 100 ديناراً كويتي أي أن قيمة المبلغ يخفض إلى القيمة الحالية له في تاريخ الاستحقاق الجديد .

فإذا كان معدل فائدة الاستثمار 5 % سنوياً وإذا أريد تأجيل موعد سداد مبلغ المائة دينار كويتي 10 سنوات فإن قيمة المبلغ تزداد إلى :-

$$100 (1 + 0.05)^{10}$$

أما إذا أريد تقديم موعد السداد مدة 7 سنوات مثلاً فإن قيمة المائة دينار كويتي تنخفض إلى :

$$100 (1 + 0.05)^{-7}$$

أي تخفض إلي

$$100 \times \text{ع}^7 \text{ بمعدل } 5\%$$

أي أن قيمة أي مبلغ من النقود تختلف بحسب موعد استحقاقه

تدريب (1):

شخص مدين بالمبالغ الآتية:

600 دينار كويتي تستحق السداد بعد 7 سنوات

800 دينار كويتي تستحق السداد بعد 4 سنوات

يريد الاستعاضة عن هذه الديون بدين واحد يستحق السداد بعد 10 سنوات من الآن.

فإذا كان معدل الفائدة السنوية 4% فاحسب مقدار مبلغ الدين الجديد

الحل

المطلوب في هذه الحالة هو تأجيل موعد سداد الدين الأول 3 سنوات أخرى وتأجيل

موعد سداد الدين الثاني 6 سنوات أخرى

وعلي هذا فإن قيمة الدين الأول تزداد إلي

$$600 (1 + 0.04)^3$$

وقيمة الدين الثاني تزداد إلي

$$800 (1 + 0.04)^6$$

ويكون الدين الجديد الذي يستحق السداد بعد 10 سنوات من الآن

$$= 600 (1 + 0.04)^3 + 800 (1 + 0.04)^6$$

ومن جدول الفائدة المركبة تحت المعدل 4% نجد أن :

$$1.12486 = (1 + 0.04)^3$$

$$1.26532 = (1 + 0.04)^6$$

∴ مبلغ الدين الجديد

$$= 1.26532 \times 800 + 1.12486 \times 600$$

$$= 1012.256 + 674.917$$

$$= 1687.172 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (2):

إذا فرض أن المدين في التدريب السابق أراد أن يستعيز عن ديونه بدين واحد يستحق السداد بعد 5 سنوات من الآن فكم يكون مبلغ الدين الجديد ؟

الحل

المطلوب في هذه الحالة هو تقديم موعد سداد المبلغ الأول لمدة سنتين وتأجيل موعد سداد الدين الثاني سنة أخرى

وعلى هذا فإن قيمة الدين الأول تنخفض إلى

$$600 (1 + 0.04)^{-2}$$

أو

$$600 \text{ ح}^2 \text{ بمعدل } 4\%$$

في حين أن الدين الثاني يزداد إلى

$$800 (1 + 0.04)$$

ويكون مبلغ الدين الجديد

$$- 600 \text{ ح}^2 + (1 + 0.04)$$

ومن جدول الفائدة المركبة نجد أن ح^2 بمعدل 4%

$$- 0.92456$$

∴ مبلغ الدين الجديد

$$- 1.04 \times 800 + 0.92456 \times 600$$

$$- 832.00 + 554.726$$

$$- 1386.736 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (3):

شخص مدين بالمبالغ الآتية:

900 دينار كويتي تستحق السداد بعد 10 سنوات

700 دينار كويتي تستحق السداد بعد 12 سنة

800 دينار كويتي تستحق السداد بعد 15 سنة

يريد سداد هذه الديون جميعها الآن:
أحسب مقدار المبلغ الذي يدفعه إذا كان معدل الفائدة 5% سنويا

الحل

المطلوب في هذه الحال هو تقديم موعد السداد

10 سنوات للدين الأول

، 12 سنة للدين الثاني

، 15 سنة للدين الثالث

وعلى هذا فإن مبلغ الدين الأول ينخفض إلى

$$900 \times \text{ح}^{10} \text{ بمعدل } 5\%$$

ومبلغ الدين الثاني ينخفض إلى

$$700 \times \text{ح}^{12} \text{ بمعدل } 5\%$$

ومبلغ الدين الثالث ينخفض إلى

$$800 \times \text{ح}^{15} \text{ بمعدل } 5\%$$

ويكون مبلغ الدين الجديد

$$= 900 \times \text{ح}^{10} + 700 \times \text{ح}^{12} + 800 \times \text{ح}^{15} \text{ بمعدل } 5\%$$

$$= 900 \times 0.61391 + 700 \times 0.55684 + 800 \times 0.48102$$

$$384.816 + 389.788 + 552.519 =$$

$$= 1327.123 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (4):

ما مقدار المبلغ الواجب سداؤه الآن في التدريب السابق إذا كان معدل الفائدة هو معدل إسمي سنوي 5% يدفع مرتين في السنة ؟

الحل

المبلغ الواجب سداؤه الآن = مجموع القيم الحالية لمبالغ الدين بمعدل فائدة إسمي سنوي

5% يدفع مرتين في السنة أي بمعدل فائدة 2.5 % عن كل نصف سنة

$$= 900 \times \text{ح}^{10 \times 2} + 700 \times \text{ح}^{2 \times 21} + 800 \times \text{ح}^{15 \times 2}$$

$$= 900 \times \text{ح}^{20} + 700 \times \text{ح}^{24} + 820 \times \text{ح}^{30}$$

وبالتعويض من الجداول للمعدل 2½ % نجد أن المبلغ الواجب سداؤه بمعدل 2½ %

$$= 0.47674 \times 800 + 0.55288 \times 80 + 0.61027 \times 900 =$$

$$= 381.392 + 387.16 + 549.243 =$$

$$= 1317.651 \text{ دينار كويتي}$$

ملحوظة هامة

يلاحظ أنه إذا كان هناك عدة مبالغ تستحق السداد في تواريخ مختلفة وأريد استبدالها بمبالغ أخرى تستحق في مواعيد مختلفة فإن مجموع قيم المبالغ قبل التعديل في تاريخ معين يجب أن يكون مساويا لمجموع قيم المبالغ بعد التعديل في نفس هذا التاريخ المعين، وذلك كي لا يضر أحد طرفي التعامل من التعديل.

فلو اخترنا تاريخ اليوم للمقارنة فإنه لكي لا يضر أحد طرفي التعامل من التعديل يجب أن يكون:

مجموع القيم الحالية لمبالغ الدين قبل التعديل تساوي مجموع القيم الحالية لمبالغ الدين بعد التعديل.

تدريب (1):

شخص مدين بالمبالغ الآتية:

400 دينار كويتي تستحق السداد بعد 5 سنوات

600 دينار كويتي تستحق السداد بعد 7 سنوات

800 دينار كويتي تستحق السداد بعد 3 سنوات

يريد الاستعاضة عن هذه الديون بدين واحد يدفع بعد 4 سنوات من الآن.

احسب مقدار مبلغ الدين الجديد إذا حسبت الفوائد المركبة بمعدل $4\frac{1}{2}\%$

الحل

نفرض أن مبلغ الدين بعد تعديلها = س دينار كويتي

∴ القيمة الحالية للدين بعد التعديل

$$= س \times ح^4 \text{ بمعدل فائدة } 4\frac{1}{2} \%$$

القيمة الحالية للدين قبل التعديل

$$= 400 \times ح^5 + 600 \times ح^7 + 800 \times ح^3$$

بمعدل فائدة $4\frac{1}{2} \%$ أيضا

وحيث أن القيمة الحالية للدين قبل التعديل

= القيمة الحالية للدين بعد التعديل

$$\therefore س \times ح^4 = 400 \times ح^5 + 600 \times ح^7 + 800 \times ح^3$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة تحت المعدل $4\frac{1}{2} \%$ نجد من الخانة الثالثة أن :

$$ح^3 = 0.87630$$

$$ح^4 = 0.83856$$

$$ح^5 = 0.80245$$

$$ح^7 = 0.73483$$

وبالتعويض في المعادلة السابقة نجد أن

$$0.83856 س = 0.80245 \times 400 + 0.73483 \times 600 + 0.87630 \times 800$$

$$= 1462.918$$

$$\therefore \text{س} = \frac{1462.918}{0.83856}$$

= 1744.536 دينار كويتي

أي أن المدين يمكنه أن يستعير عن جميع ديونه بدين واحد قدره 1744.536 دينار

كويتي يستحق السداد بعد 4 سنوات

تدريب (2):

شخص مدين بالمبالغ الآتية:

400 دينار كويتي تستحق بعد 5 سنوات

600 دينار كويتي تستحق بعد 7 سنوات

800 دينار كويتي تستحق بعد 3 سنوات

يريد الاستعارة عن هذه الديون بثلاثة ديون تستحق السداد بعد سنة وستين، 6 سنوات علي الترتيب.

فإذا كان مبلغ الدين الأول = نصف مبلغ الدين الثاني

فإذا كان مبلغ الدين الثاني = نصف مبلغ الدين الثالث

فاحسب مبالغ الدين بعد التعديل علما بأن معدل الفائدة 4½ % سنويا

الحل

نفرض أن مبلغ الدين الأول = س

∴ مبلغ الدين الثاني = 2س

، مبلغ الدين الثالث = 4س

مجموع القيم الحالية لمبالغ الدين بعد التعديل

$$= س \times ح + 2س \times ح^2 + 4س \times ح^6$$

$$= س (ح + 2ح^2 + 4ح^6)$$

وعلي أساس معدل فائدة 4½ % نجد أن هذا المجموع

$$= س (0.76790 \times 4 + 0.915730 \times 2 + 0.95694)$$

$$= 5.86 س$$

مجموع القيم الحالية لمبالغ الدين قبل التعديل

$$= 400 \times ح^5 + 600 \times ح^7 + 800 \times ح^3$$

$$= 0.73483 \times 600 + 0.80245 \times 400$$

$$+ 0.87630 \times 800$$

$$= 1462.918$$

حيث أن القيمة الحالية لمبالغ الدين قبل التعديل

= القيمة الحالية لمبالغ الدين بعد التعديل

$$\therefore 5.860 س = 1462.918$$

$$\therefore س = \frac{1462.918}{5.86}$$

$$249.645 =$$

أي أن مبلغ الدين الأول = 249.645 دينار كويتي

$$\text{مبلغ الدين الثاني} = 2 \times 249.645$$

$$= 499.290 \text{ دينار كويتي}$$

$$\text{مبلغ الدين الثالث} = 4 \times 249.645$$

$$= 998.580 \text{ دينار كويتي}$$

تدريـب (3):

شخص مدين بالمبالغ الآتية:

500 دينار كويتي تستحق بعد 10 سنوات

600 دينار كويتي تستحق بعد 15 سنة

400 دينار كويتي تستحق بعد 12 سنة

500 دينار كويتي تستحق بعد 20 سنة

يريد أن يستبدل بهذه الديون جميعها ديناً واحداً مبلغه يساوي مجموع مبالغ هذه الديون.

احسب المدة التي يستحق بعدها الدين الجديد إذا حسبت الفوائد بمعدل 5%

سنوياً:

الحـل

القيمة الحالية لمبالغ الدين قبل التعديل

$$= 500 \times \text{ح}^{10} + 600 \times \text{ح}^{15} + 400 \times \text{ح}^{12} + 500 \times \text{ح}^{20}$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة تحت المعدل 5% نجد أن هذه القيمة الحالية.

$$0.48102 \times 600 + 0.61391 \times 500 =$$

$$0.27689 \times 500 + 0.55684 \times 400 +$$

$$1006.748 =$$

مبلغ الدين بعد التعديل

$$500 + 400 + 600 + 500 =$$

$$= 2000 \text{ ديناراً كويتياً}$$

نفرض أن هذا المبلغ يستحق بعد (ن) من السنوات

∴ القيمة الحالية للدين بعد التعديل

$$= 1000 \times \text{ح}^{\text{ن}} \text{ بمعدل } 5\%$$

وحيث أن القيمة الحالية للدين قبل التعديل

= القيمة الحالية للدين بعد التعديل

$$\therefore 2000 \text{ ح}^{\text{ن}} = 1006.748$$

$$\therefore \text{ح}^{\text{ن}} = 0.503374$$

وبالبحث في جداول الفائدة المركبة تحت المعدل 5% نجد من الخانة الثالثة أن العدد

0.503374 أكبر من قيمة ح¹⁵ وأصغر من قيمة ح¹⁴

∴ ن يجب أن تكون أكبر من 14 وأقل من 15

نفرض أن $n = 14 + s$ حيث s كسر أقل من 1 وهذا الكسر يمكن إيجاده بطريقة

التناسب كالآتي:

$$(1) \quad 0.50507 = \frac{15}{s}$$

$$(2) \quad 0.48102 = \frac{14}{s}$$

$$(3) \quad 0.503374 = \frac{n}{s}$$

(1) - (2) = 0.02405 وهذا الفرق يعادل فرقا في المدة قدره سنة كاملة.

(1) - (3) = 0.001696 وهو الفرق الذي يعادل فرقا في المدة قدره s سنة

$$\therefore s = \frac{0.001696}{0.02405}$$

$$= 0.07$$

∴ $n = 14.07$ سنة

يوم	سنة
25	14

تعارين

1- شخص مدين بالمبالغ الآتية :

200 ديناراً كويتي تستحق في أول مايو سنة 1960

400 ديناراً كويتي تستحق في 15 يونيو سنة 1960

600 ديناراً كويتي تستحق في 15 يوليو سنة 1960

وقد اتفق مع الدائن على أن يستبدل بهذه الديون جميعاً ديناً واحداً يستحق السداد

في 10 أغسطس سنة 1960

أحسب مبلغ هذا الدين الجديد وذلك على أساس معدل فائدة 6 % سنوياً .

2- إذا أراد المدين أن يستبدل بالديون المذكورة في التمرين رقم (1) ديناً واحداً

يستحق السداد في 15 فبراير سنة 1960 ، فما مقدار مبلغ الدين الجديد .

3- إذا أراد المدين في التمرين رقم (1) أن يستبدل بالديون ديناً واحداً يستحق في 10

يونية سنة 1960 ، فما مقدار مبلغ الدين الجديد .

4- إذا أراد المدين في التمرين رقم (1) أن يعطي الدائن ثلاثة سندات إذنية متساوية في القيمة الإسمية أحدها يستحق السداد في 15 فبراير سنة 1960 والثاني في 10 يونيو سنة 1960 والثالث في 10 أغسطس سنة 1960 فما مقدار القيمة الإسمية لكل ؟

5- في التمرين الرابع إذا كانت القيمة الإسمية للسند الأول ضعف القيمة الإسمية للسند الثاني ، وإذا كانت القيمة الإسمية للسند الثاني ضعف القيمة الإسمية للسند الثالث ، فأحسب القيمة الإسمية لكل سند .

6- ما مقدار القيمة الإسمية لكل سند من السندات الثلاثة في التمرين الرابع إذا كانت النسبة بين القيمة الإسمية للأول إلى الثاني كنسبة 3 : 4 والنسبة بين القيمة الإسمية للثالث إلى الثاني كنسبة 5 : 6 .

7- شخص مدين بالمبالغ الآتية :

500 ديناراً كويتي تستحق السداد بعد 4 شهور من الآن

400 ديناراً كويتي تستحق السداد بعد 6 شهور من الآن

600 ديناراً كويتي تستحق السداد بعد 8 شهور من الآن

وقد قام بسداد 454 ديناراً كويتي الآن وحرر بالباقي سنتين القيمة الإسمية للسند الأول ضعف القيمة الإسمية للسند الثاني والأول يستحق السداد بعد شهرين من الآن ، والثاني يستحق السداد بعد 5 شهور من الآن ، فإذا كان معدل الفائدة السنوي 6 % فاحسب القيمة الإسمية لكل سند .

8- في التمرين رقم (7) أحسب مقدار المبلغ الواجب سداؤه فوراً إذا كان معدل الفائدة السنوي 9 % وإذا كانت القيمة الإسمية للسند الأول 600 ديناراً كويتي وللـسند الثاني 400 ديناراً كويتي .

9- شخص مدين بالمبالغ الآتية :

300 ديناراً كويتي تستحق السداد بعد 80 يوماً من الآن

400 ديناراً كويتي تستحق السداد بعد 90 يوماً من الآن

600 ديناراً كويتي تستحق السداد بعد 100 يوماً من الآن

فإذا كان المدين قد اتفق مع الدائن على أن يحرر له سنداً بمبلغ 1308 ديناراً كويتي

يستحق السداد بعد 120 يوماً سداداً لهذه الديون، فاحسب معدل الفائدة الذي حسبت به

التسوية.

10- ما مقدار معدل الفائدة الذي حسبت به التسوية في المثال السابق إذا كان المدين قد اتفق على أن يعطي للدائن سنداً إنشياً قيمته الاسمية 1282 ديناراً كويتي ويستحق السداد بعد 30 يوماً .

11- إذا كانت القيمة الاسمية للسند في التمرين السابق 1300.5833 ديناراً كويتي وتاريخ الاستحقاق هو 95 يوماً من الآن ، فاحسب معدل الفائدة الذي حسبت به التسوية .

12 - شخص مدين بالمبالغ الآتية :

1000 ديناراً كويتي تستحق بعد 10 سنوات

2000 ديناراً كويتي تستحق بعد 20 سنة

3000 ديناراً كويتي تستحق بعد 30 سنة

يريد أن يستبدل بها مبلغاً واحداً يساوي مجموع مبالغ الديون ويستحق بعد مدة

ما . وقد حسب المدين هذه المدة بطريقة تقريبية تتلخص في إيجاد مجموع حاصل

ضرب كل مبلغ في المدة الباقية على تاريخ استحقاقه وقسمة هذا المجموع على

مجموع مبالغ الديون. والمطلوب معرفة ما إذا كانت المدة المحسوبة بهذه الطريقة التقريبية في صالح الدائن أو المدين.

أولا : إذا كانت معدل الفائدة السنوية 6%

ثانيا : إذا كانت معدل الفائدة السنوية 2%

13 - شخص مدين بالمبالغ الآتية :

500 ديناراً كويتي تستحق السداد بعد 4 شهور من الآن

400 ديناراً كويتي تستحق السداد بعد 6 شهور من الآن

600 ديناراً كويتي تستحق السداد بعد 8 شهور من الآن

يريد أن يسدد الآن مبلغ 704.320 دينار كويتي ويدفع مبلغاً آخر بعد 15 سنة من الآن

والمطلوب حساب هذا المبلغ على أساس معدل فائدة سنوي 6%

14 - إذا فرض في التمرين السابق أن المدين يرغب في أن يسدد الآن 704.320

ديناراً كويتي ويسدد الباقي على ثلاثة مبالغ تستحق بعد 4، 8، 12 سنة من الآن فما

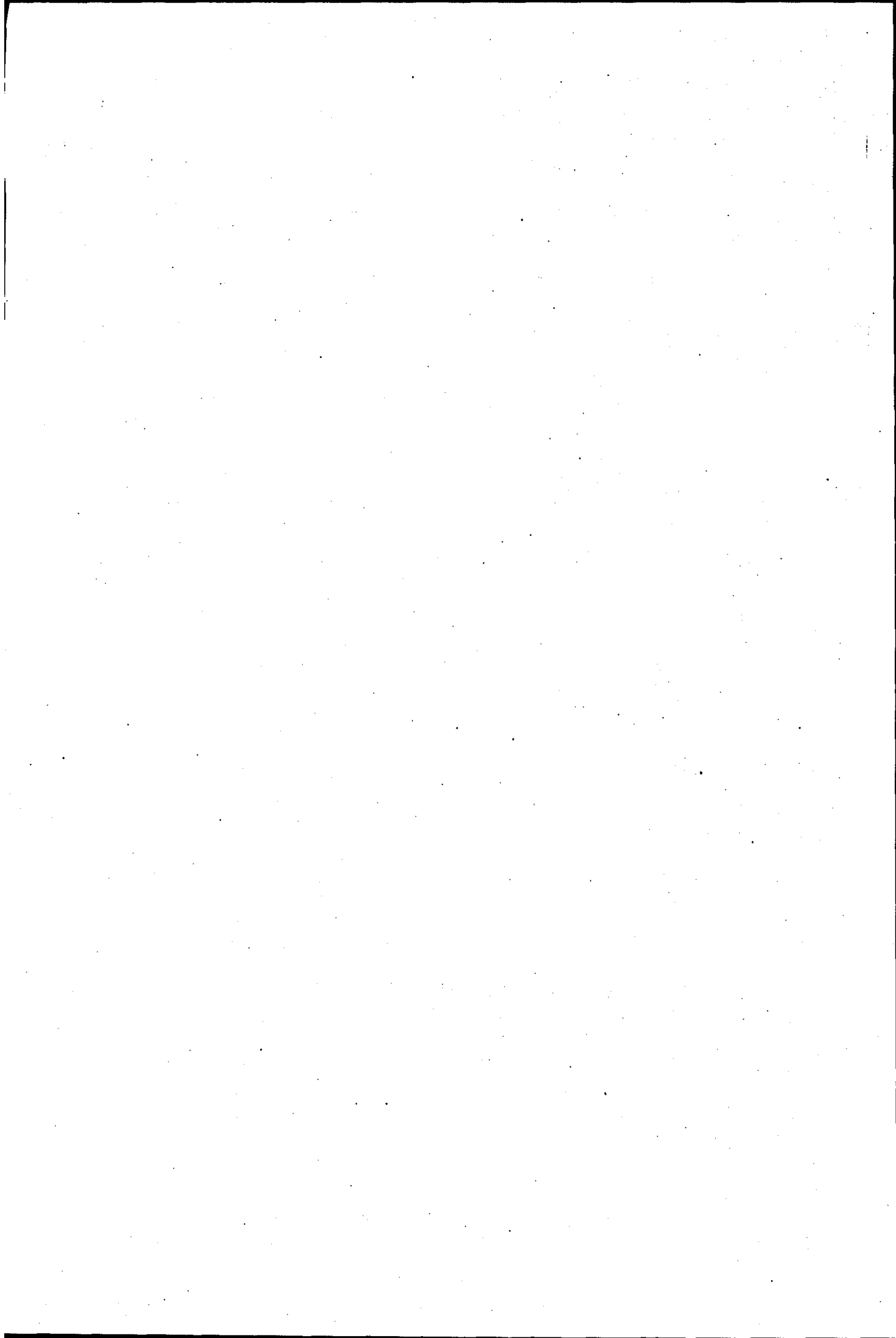
مقدار هذه المبالغ إذا علم أن نسبة الأول إلى الثاني كنسبة 3:4

15 - إذا فرض في التمرين رقم (2) أن المدين يرغب في أن يستبدل باليون الثلاثة 4 ديون أخرى الأول 700 دينار كويتي يدفع في الحال والثاني 600 دينار كويتي يدفع بعد 5 سنوات والثالث 400 دينار كويتي يدفع بعد 15 سنة ويدفع المبلغ الرابع بعد 20 سنة فما مقدار هذا المبلغ.

16 - إذا فرض في التمرين السابق أن المبلغ الرابع هو 800 دينار كويتي فما موعد استحقاقه.

حلول التمارين

1. 1109.7
2. 1174.3
3. 1197.5
4. 397.933
5. 169.403 ، 338.806 ، 677.612
6. 385.360 ، 462.432 ، 346.824
7. 338.410 ، 676.820
8. 455
9. 8%
10. 8%
11. 6%
12. في صالح المدين في الحالتين
13. 2396.56
14. 364.743 ، 486.324 ، 648.432 دينار
15. 1247.757
16. 12379



الفصل الثامن

استهلاك القروض السندية

الفصل الثامن

استهلاك القروض السندية

عندما تحتاج هيئة من الهيئات - حكومية كانت أو أهلية - إلى نقود فإنها بدلا من أن تلجأ إلى الاقتراض من هيئة أخرى أو إلى أحد البيوت المالية فإنها قد تعمل على إصدار سندات تبيعها للجمهور بحيث تحصل من هذا البيع على مقدار القرض المطلوب .

وكل سند من هذه السندات عبارة عن تعهد من جانب الهيئة المدنية بأن تسدد لحامله في نهاية مدة معلومة من الزمن القيمة المنصوص عليها في السند وعلى أن تدفع خلال هذه المدة فائدة دورية كل سنة أو كل ستة شهور مثلا، بمعدل معلوم يسمى معدل فائدة السند أو معدل الفائدة الدورية للسند.

القيمة الاسمية وقيمة الإصدار:

القيمة التي تكون مكتوبة على السند تسمى القيمة الاسمية للسند وهذه قد تكون 10 دينار كويتي أو 100 دينار كويتي أو 1000 دينار كويتي مثلا، ويذكر معدل فائدة السند كنسبة مئوية من هذه القيمة.

أما القيمة التي تدفع لشراء السند عند إصداره فتسمى قيمة الإصدار أو ثمن الإصدار. وقد يكون ثمن الإصدار مساويا للقيمة الاسمية وفي هذه الحالة نقول إن السند أصدر بقيمته الاسمية كما قد يكون ثمن الإصدار أكبر من القيمة الاسمية أو أقل منها. وفي الحالة الأولى نقول إن السند أصدر بعلاوة (قدرها كذا) على القيمة الاسمية كما نقول في الحالة الثانية إن السند أصدر بخصم (مقداره كذا) على القيمة الاسمية.

فإذا كانت القيمة الاسمية للسند 100 دينار كويتي وإذا كان ثمن الإصدار 105 دينار كويتي فأننا نقول إن السند أصدر بعلاوة قدرها 5 دينار كويتي على القيمة

الاسمية أما إذا كان ثمن الإصدار 96 دينار كويتي فأنا نقول إنه أصدر بخصم مقداره 4 دينار كويتي علي القيمة الاسمية.

القيمة الاستهلاكية:

القيمة التي تدفع لحامل السند عند استهلاكه تسمى القيمة الاستهلاكية للسند. وقد تكون هذه القيمة مساوية للقيمة الاسمية وفي هذه الحالة نقول إن السند يستهلك بقيمته الاسمية كما قد تكون القيمة الاستهلاكية أكبر من القيمة الاسمية أو أقل منها وفي الحالة الأولى نقول إن السند يستهلك بعلاوة (قدرها كذا) علي القيمة الاسمية كما نقول في الحالة الثانية إن السند يستهلك بخصم (قدره كذا) علي القيمة الاسمية.

فإذا قيل إن سندا قيمته الاسمية 100 دينار كويتي يعطي فائدة سنوية بمعدل 5 % علي قيمته الاسمية أصدر بخصم قدره 1% ويستهلك في نهاية 10 سنوات بعلاوة قدرها 2% علي القيمة الاسمية فإن معنى هذا أن المشتري يدفع 99 دينار كويتي في نظير حصوله علي سند تتعهد الهيئة المدينة بمقتضاه أن تدفع سنويا 5 دينار كويتي لمدة 10 سنوات وفي نهاية هذه المدة تعطيه مبلغا قدره 102 دينار كويتي.

والإختلاف بين القيمة الاسمية والقيمة الاستهلاكية وقيمة اصدار هو وسيلة لاغراء الجمهور للقبال علي شراء السندات من جهة ومن جهة أخرى قد تكون لجعل معدل فائدة السند عددا سهلا مألوفا فبدلا من معدل فائدة 4.213% مثلا يمكن للهيئة أن تصدر سندات بمعدل فائدة سنوية 4% لكل سند مع خصم مناسب في ثمن الإصدار أو زيادة مناسبة في القيمة الاستهلاكية أو بهما معا.

تقييم السندات:

يقصد بتقييم السند في تاريخ ما معرفه القيمة التي يمكن أن يباع بها أو يشتري في السوق في ذلك التاريخ.

فعند إصدار القرض يباع السند بالقيمة التي تطلبها الهيئة المدينة وتسمى قيمة الإصدار وبعد هذا قد ترتفع قيمة السند أو تنخفض تبعاً لعدة عوامل مختلفة أهمها معدل فائدة الاستثمار الشائع في السوق المالية

ولتقييم أي سند من السندات يجب أن نتذكر أن حامل السند له الحق في الحصول على مبلغ إجمالي في تاريخ معلوم وهذا المبلغ هو القيمة الاستهلاكية للسند كما أن له الحق في الحصول على مبلغ دوري هو فائدة السند يدفع له كل سنة أو كل ستة شهور على حسب شروط السند ويستمر حتى تاريخ الاستهلاك.

وعلى هذا نجد أن ثمن شراء السند في أي تاريخ ما يكون عبارة عن القيمة الحالية في ذلك التاريخ للقيمة الاستهلاكية مضافاً إليها القيمة الحالية في نفس التاريخ للفوائد الدورية التي ستدفع في المستقبل.

وتحسب القيمة الحالية على أساس معدل الفائدة الشائع في السوق المالية أو معدل الفائدة الذي يحققه المشتري من استثمار أمواله في السند الذي يريد شراءه. وعلى هذا نجد أنه لتقييم أي سند من السندات يجب علينا أن نحدد ما يلي:-

1. معدل فائدة الاستثمار الشائع في السوق أو معدل الفائدة الذي يريد أن يحققه مشتري السند.

2. القيمة الاستهلاكية للسند وتاريخ سدادها بالضبط.

3. الفائدة الدورية للسند ومواعيد إستحقاقها.

ولحساب قيمة السند في أي تاريخ تحسب القيمة في تاريخ صرف الكربون وبعد الصرف الكربون وبعد الصرف مباشرة وبحساب هذه القيمة يمكن معرفة القيمة في أي وقت آخر بسهولة كما يتضح مما يلي:-

إذا كانت قيمة السند في تاريخ صرف الكربون وبعد الصرف مباشرة = أ منر
فإن قيمته في تاريخ صرف الكربون وقبل الصرف مباشرة
= أ منر + قيمة الكربون

= أ مسر + مبلغ الفائدة الدورية

وكذلك يمكن إيجاد قيمة السند في تاريخ يقع بين تاريخين متتاليين من تواريخ صرف الكوبون من القيمة أ صفر كالآتي:
القيمة أ صفر تعادل القيمة في تاريخ صرف الكوبون لجميع المبالغ التي يتسلمها مشتري السند في المستقبل.

فإذا أريد تأجيل سداد القيمة (أ مسر) لمدة $\frac{1}{m}$ من السنة فإن قيمة (أ مسر) يجب أن تزيد بمقدار الفائدة التي تستحق عليها خلال تلك المدة بمعدل فائدة الإستثمار.

أي أن قيمة السند في تاريخ تال لتاريخ صرف الكوبون بمدة $\frac{1}{m}$ من السنة

$$= أ مسر \times (1 + \frac{1}{m})$$

حيث ع تعادل معدل فائدة الإستثمار السنوي.

هذا ويمكن إيجاد هذه القيمة بطريقة أخرى كالآتي:

نفرض أن قيمة السند في تاريخ صرف الكوبون التالي لتاريخ التقييم وقبل الصرف مباشرة = أ₁

∴ قيمة السند في تاريخ سابق لتاريخ صرف هذا الكوبون بمدة $\frac{1}{m}$ من السنة.

$$= أ_1 \times (1 + \frac{1}{m})$$

= أ₁ × ح $\frac{1}{m}$ حيث ح تحسب علي أساس معدل فائدة الاستثمار والتكديرات الآتية

توضح طريقة التقييم في كل حالة من الحالات السابقة وقبل دراستها يجدر بنا أولاً إيضاح معني المصطلحات الآتية:-

قيمة الكوبون وتاريخ صرف الكوبون

مبلغ الفائدة الدورية الذي تصرفه الهيئة المدينة لحملة السندات يسمى قيمة الكوبون كما يسمى التاريخ الذي يصرف فيه هذا المبلغ بتاريخ صرف الكوبون. والسبب في هذه التسمية هي أن السند الذي يصرف للدائن يحتوي عادة على كوبونات عددها يساوي عدد الفوائد الدورية التي تصرفها الهيئة المدينة لحامل السند من تاريخ الإصدار إلى تاريخ الاستهلاك، ويكتب على كل كوبون قيمته وتاريخ صرف تلك القيمة والرقم الذي يميزه. وعند حلول موعد سداد الكوبون يفصل الدائن الكوبون ويقدمه للهيئة المدينة ليحصل على مبلغ الفائدة الدورية.

معدل الفائدة الدورية للسند ومعدل فائدة الاستثمار:

يجب التمييز بين معدل الفائدة الدورية للسند ومعدل فائدة الاستثمار، فالمعدل الأول يذكر بالنسبة للقيمة الاسمية للسند ويحدد عند إصدار السندات ويظل ثابتاً حتى تاريخ استهلاكها، وهذا المعدل هو الذي يحدد مبلغ الفائدة الدورية الذي يصرف لحامل السند.

أما معدل فائدة الاستثمار فهو معدل الفائدة التي يحققها مشتري السند وهذا المعدل يتوقف على قيمة شراء السند وتاريخ الشراء والقيمة الاستهلاكية للسند.

تكريب (1):

يريد أحد الأشخاص شراء سند قيمته الإسمية 100 دينار كويتي ويعطي فائدة سنوية قيمتها 5% من قيمته الإسمية، فإذا كان السند يستهلك بقيمته الإسمية في نهاية 20 سنة من الآن، فاحسب مقدار ثمن الشراء الذي يحقق للمشتري معدل فائدة قدره 4% سنوياً وذلك بعد صرف الكربون مباشرة.

الحل

معدل فائدة الاستثمار 4%

القيمة الاستهلاكية للسند = 100 دينار كويتي وتسدد بعد 20 سنة من الآن

الفائدة الدورية = 5 دينار كويتي تسدد في آخر كل سنة ولمدة 20 سنة.

∴ قيمة السند = القيمة الحالية للقيم الاستهلاكية + القيمة الحالية لمبالغ الفائدة الدورية

وذلك بمعدل فائدة 4% سنوياً.

القيمة الحالية للقيمة الاستهلاكية

= القيمة الحالية لمبلغ 100 دينار كويتي يستحق السداد بعد 20 سنة

$$= 100 \times \text{ح}^{20} \text{ بمعدل } 4\%$$

$$= 100 \times 0.45639$$

$$= 45.639 \text{ دينار كويتي}$$

القيمة الحالية لمبالغ الفائدة الدورية

= القيمة الحالية لدفعة عادية مقدارها السنوي 5 دينار كويتي وتنفق لمدة 20 سنة.

$$= 5 \times \text{ح}^{20} \text{ بمعدل } 4\%$$

$$= 5 \times 13.5903$$

$$= 67.952 \text{ دينار كويتي.}$$

∴ ثمن شراء السند

$$67.952 + 45.639 =$$

$$113.591 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (2):

احسب قيمة السند في التدريب السابق في التواريخ الآتية:-

أ- تاريخ صرف الكوبون وقبل الصرف مباشرة.

ب- تاريخ تال لتاريخ صرف الكوبون بثلاثة شهور.

ج- تاريخ سابق لتاريخ التقييم بمدة 5 شهور

الحل

أ- القيمة في تاريخ صرف الكوبون وبعد الصرف مباشرة.

$$113.591 \text{ دينارا (من التدريب)}$$

مقدار الفائدة الدورية

$$5 \text{ دينار كويتي}$$

∴ القيمة قبل صرف الكوبون مباشرة

$$5 + 113.591 =$$

$$118.591 \text{ دينار كويتي}$$

ب- القيمة في تاريخ تال لتاريخ صرف الكوبون بمدة 3 شهور.

$$\frac{3}{12} (0.04 + 1) 113.591 =$$

$$= 113.591 (1.009853)$$

$$= 114.710 \text{ دينار كويتي}$$

ج- القيمة في تاريخ سابق لتاريخ صرف الكوبون بمدة 5 شهور

$$= \text{القيمة قبل صرف الكوبون مباشرة} \times \frac{5}{12}$$

$$= \frac{1}{\frac{5}{12}(0.0ع + 1)} \times 118.591$$

$$= 1.016476 \div 118.591$$

$$= 116.669 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (3):

سند قيمته الاسمية 1000 دينار كويتي ويدفع فائدة سنوية بمعدل 5% من القيمة الاسمية ويستهلك بعلاوة قدرها 10% من القيمة الاسمية في نهاية 15 سنة ومن الآن والمطلوب حساب قيمة السند الآن وبعد صرف الكوبون مباشرة إذا كان معدل فائدة الاستثمار الشائع في السوق المالية = 3% سنوياً

الحل

معدل الفائدة الشائع في السوق = 3% سنوياً

$$\text{القيمة الاستهلاكية} = 1000 + 1000 \times \frac{10}{100}$$

$$= 1100$$

وهذه القيمة تدفع بعد 15 سنة من الآن

$$\text{الفائدة السنوية للسند} = 1000 \times \frac{5}{100} = 50 \text{ دينار كويتي}$$

وهذا المبلغ يسدد سنوياً وفي آخر كل سنة لمدة 15 سنة.

∴ قيمة السند المطلوبة

$$= 1100 \times \text{ح}^{15} + 50 \sqrt[15]{\text{بمعدل } 3\%}$$

$$= 1100 \times 0.64176 + 50 \times 11.9379$$

$$= 706.046 + 596.895$$

$$= 1302.941 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (4):

احسب قيمة السند في التدريب السابق في الأوقات الآتية:-

أ - في التاريخ المذكور في التدريب السابق ولكن قبل صرف الكوبون مباشرة.

ب - في تاريخ نال للتاريخ المذكور في التدريب السابق بمدة 7 شهور.

ج - في تاريخ سابق للتاريخ المذكور في التدريب السابق بمدة 9 شهور.

الحل

أ - القيمة بعد صرف الكوبون مباشرة = 1302.941 دينار كويتي

قيمة الكوبون = 50.000 دينار كويتي

القيمة قبل صرف الكوبون مباشرة = 1302.941 + 50

= 1352.941 دينار كويتي

ب - القيمة بعد التاريخ بمدة 7 شهور

$$= 1352.941 (1 + 0.03)^{\frac{7}{12}}$$

$$= 1302.741 \times 1.017392$$

= 1325.602 دينار كويتي

ج - القيمة قبل التاريخ المذكور بمدة 9 شهور

$$= 1352.941 \div (1 + 0.03)^{\frac{9}{12}}$$

$$= 1352.941 \div 1.022417$$

= 1322.277

تكریب (5):

سند قيمته الاسمية 100 دينار كويتي ويعطي فائدة نصف سنوية مقدارها ديناران فإذا كان هذا السند يستهلك بعد 10 سنوات من الآن وإذا كانت القيمة الاستهلاكية تساوي 103 من الدينارات فاحسب الثمن الذي يدفعه أحد الأشخاص لشراء السند إذا أراد أن يستغل أمواله بمعدل سنوي اسمي 5% يدفع علي مرتين خلال السنة. وذلك بعد صرف الكوبون مباشرة.

الحل

معدل الفائدة السنوي الاسمي وهو 5% يدفع علي مرتين معناه أن معدل الفائدة هو 2.5% عن كل نصف سنة.

القيمة الاستهلاكية = 103 وهذه تدفع بعد 10 سنوات من الآن أي بعد 20 وحدة زمن.

والفائدة الدورية للسند = 2 دينار كويتي وهذا المبلغ يدفع كل نصف سنة لمدة 10 سنوات كما أنه يدفع في آخر كل وحدة زمنية.

وعلي هذا فان ثمن شراء السند.

$$= 103 \times \left(1 + \frac{2.5\%}{2}\right)^{20} + 2$$

$$= 103 \times 1.5892 + 2$$

$$= 162.85781 + 31.1784 = 194.03621$$

$$= 194.036 \text{ دينار كويتي}$$

تكريب (6):

احسب قيمة السند في التكريب السابق

أ - قبل صرف الكوبون مباشرة

ب - بعد صرف الكوبون بثلاثة شهور

ج - قبل صرف الكوبون بثلاثة شهور

الحل

أ - القيمة قبل صرف الكوبون مباشرة

$$2 + 94.036 =$$

$$96.036 =$$

ب - القيمة بعد صرف الكوبون بثلاثة شهور

$$94.036 (1 + 0.25)^{\frac{6}{12}} =$$

$$94.036 \times 1.012423 =$$

$$95.204 =$$

ج - القيمة قبل صرف الكوبون بثلاثة شهور

$$96.036 \times \left(\frac{6}{12}\right) \text{ بمعدل } 2\frac{1}{2}\% =$$

$$96.036 \div 1.012423 = 94.858 =$$

تدريب (7):

سند قيمته الاسمية 100 دينار كويتي يعطي فائدة سنوية بمعدل 4% من القيمة الاسمية ويستهلك في نهاية 15 سنة من الآن 0 فإذا اشترى هذا السند بعد صرف الكوبون مباشرة بمبلغ 106 دينار كويتي فاحسب القيمة الاستهلاكية للسند إذا علم أن ثمن الشراء هذا يحقق معدل فائدة استثمار قدرها 4%.

الحل

نفرض أن القيمة الاستهلاكية س

وحيث أن هذه القيمة تدفع بعد 15 سنة وأن معدل الفائدة هو 4%

وأن الفائدة السنوية للسند هي 4 دينار كويتي

$$\therefore 106 = س \times ح^{15} + 4 \times \frac{1 - ح^{15}}{1 - ح} \text{ بمعدل } 4\%$$

أي أن

$$106 = س \times 0.55526 + 4 \times 11.1184$$

$$\therefore 0.55526 س = 106 - 44.4726 = 61.5264$$

$$\therefore س = \frac{61.5264}{0.55526}$$

$$= 11.806 \text{ دينار كويتي}$$

تدريب (8):

سند قيمته الاسمية 500 دينار كويتي ويستهلك في نهاية 15 سنة بعلاوة قدرها 10% على القيمة السمية فإذا كان ثمن شراء السند بعد صرف الكوبون مباشرة الذي يحقق معدل فائدة استثمار 3% سنوياً هو 651.471 دينار كويتي فاحسب معدل الفائدة السنوية للسند.

الحل

نفرض أن مبلغ الفائدة السنوية الذي يعطيه السند = س

$$\text{حيث أن القيمة الاستهلاكية} = 500 + 500 \times \frac{10}{100}$$

- 550 ديناراً كويتي

وأن هذه القيمة تدفع في نهاية 15 سنة

وحيث أن معدل فائدة الاستثمار هو 3 %

وأن ثمن الشراء الذي يحقق هذا المعدل هو 651.471 ديناراً كويتي

$$\therefore 651.471 = 550 + 550 \times 3\%$$

$$= 550 + 0.64186 \times 550 + 11.9379$$

$$\therefore 11.9379 \text{ س} = 651.471 - 353.023$$

$$= 298.448$$

$$\therefore \text{س} = \frac{297.448}{11.9379}$$

- 25 ديناراً كويتي

∴ معدل الفائدة السنوية المئوي للسند

$$= 100 \times \frac{25}{500} = 5\%$$

تقدير معدل فائدة الاستثمار إذا علم ثمن الشراء

في الأمثلة السابقة عرفنا كيفية تحديد قيمة الشراء التي تحقق للمشتري معدل فائدة معلوم . غير أنه في السوق المالية تعرض السندات للبيع مع ذكر ثمن بيع السند دون ذكر معدل فائدة الاستثمار الذي يحققه المشتري من شرائه السند بالثمن المعروض .

وفي الحالة الأخيرة نجد أن طريقة حساب المعدل يمكن تلخيصها فيما يلي :

- 1- نكتب المعادلة التي تعطي قيمة الشراء .
- 2- نقارن ثمن الشراء بالقيمة الاستهلاكية ومن هذه المقارنة يمكننا استنتاج قيمة المعدل (ع) قريبة من القيمة الحقيقية المطلوب تحديدها .
- 3- نعوض في المعادلة التي أوجدنا في (1) عن قيمة (ع) بالقيمة التي استنتاجناها في (2) فإن حققت المعادلة كانت هذه القيمة قيمة المعدل المطلوب ..
- 4- إذا لم تكن القيمة (ع) التي استنتاجناها هي القيمة الحقيقية للمعدل المطلوب نجرب قيم أكبر منها أو أقل منها حتي نحصل على قيمة تحقق المعادلة أو حتي نجد قيمتين متتاليتين تعطيان قيمتين لثمن الشراء أحدهما أكبر من ثمن البيع المعروض والآخر أقل منه . ثم نحسب بالتناسب قيمة المعدل الذي يعطي ثمن الشراء المطلوب . والتكريرات الآتية توضح الطريقة المذكورة

تكریب (1):

سند قيمته الاسمية 100 ديناراً كويتي يعطي فائدة سنوية بمعدل 5 % من القيمة الاسمية يستهلك في نهاية 15 سنة من الآن بقيمته الاسمية . فإذا علم أن هذا السند معروض للبيع بدون كوبون بثمن قدره 111.118 ديناراً كويتي فاحسب معدل الفائدة الذي يحققه المشتري .

الحل

ثمن شراء السند يمكن إيجاده من المعادلة الآتية

$$100 \text{ ح}^{15} \sqrt[15]{5} + 5 \sqrt[15]{5}$$

$$\text{المعدل المطلوب هو الذي يحقق المعادلة } 100 \text{ ح}^{15} \sqrt[15]{5} + 5 \sqrt[15]{5} = 111.18$$

القيمة الاستهلاكية . حيث أن الثمن المعروض به البيع هو 111.118 دينار وهو

أعلى من القيمة الاستهلاكية

∴ المعدل يجب أن يكون أقل من معدل الفائدة الذي يعطيه قرض قدره 100

دينارا كويتي يعطي فائدة سنوية قدرها 5 دینارات .

أي أقل من 5 %

نفرض أن المعدل 4.5 %

∴ ثمن الشراء

$$= 100 \text{ ح}^{15} \sqrt[15]{5} + 5 \sqrt[15]{5} \text{ بمعدل } 4.5\%$$

$$= 10.7395 \times 5 + 0.51672 \times 100$$

$$= 53.6975 + 51.672$$

$$= 105.3695 \text{ دينار كويتي}$$

وحيث أن هذا الثمن أقل من الثمن المعروض

∴ المعدل المطلوب هو أقل من 4.5%

نفرض أن المعدل هو 4%

∴ ثمن الشراء

$$= 100 - 15\% + 5\% \sqrt[15]{\text{بمعدل } 4\%}$$

$$= 100 - 0.55526 \times 15 + 5 \times 11.1184$$

$$= 55.592 + 55.526$$

$$= 111.118 \text{ ديناراً كويتي}$$

وهذا الثمن يعادل ثمن البيع المعروض

∴ معدل الفائدة الذي يحققه المشتري هو 4%

تدريب (2):

سند قيمته الاسمية 100 ديناراً كويتي يعطي فائدة سنوية بمعدل 5% من القيمة الاسمية يستهلك في نهاية 3 سنوات من الآن بعلاوة قدرها 10% على القيمة الاسمية فإذا علم أن هذا السند معروض للبيع بدون كوبون بثمن قدره 111.665 ديناراً كويتي فأحسب معدل الفائدة الذي يحققه مشتر له بهذا الثمن .

الحل

القانون الذي يمكن بواسطته حساب ثمن الشراء هو

$$= 110 - 3\% + 5\% \sqrt[3]{\text{بمعدل } 3\%}$$

حيث أن ثمن الشراء المطلوب أعلى من القيمة الاستهلاكية

∴ معدل الفائدة أقل من معدل الفائدة بالنسبة لقرض قدره 110 دينار كويتي يعطي

فائدة سنوية قدرها 5 دينارات كويتية

$$\text{أي أقل من } \frac{5}{110} \text{ (} 4.55 \% \text{)}$$

نفرض أن معدل الفائدة المطلوب هو 4.5%

∴ ثمن الشراء يكون

$$2.7490 \times 5 + 0.87630 \times 110 =$$

$$13.745 + 96.393 =$$

$$= 110.138 \text{ ديناراً كويتياً}$$

وهذا الثمن لا يزال أقل من الثمن المعروض به البيع

∴ المعدل المطلوب أقل من 4.5%

نفرض أن المعدل هو 4%

∴ ثمن الشراء

$$= 110 \times \frac{4}{100} + 0.88900 \times 110 =$$

$$2.7751 \times 5 + 0.88900 \times 110 =$$

$$= 13.8755 + 97.790$$

$$= 111.6655 \text{ دينار كويتي}$$

$$= \text{ثمن البيع المعروض}$$

∴ المعدل المطلوب هو 4 % سنويا

تدريب (3):

أوجد معدل الفائدة الإسمي السنوي الذي يدفع مرتين في السنة والذي يتحقق من شراء سند قيمته الإسمية 100 دينار كويتي يدفع فائدة نصف سنوية قدرها ديناران ونصف ويستهلك في نهاية 10 سنوات من الآن بقيمته الإسمية إذا كان ثمن الشراء المطلوب هو 94.375 دينار كويتي وذلك بدون الكوبون المستحق في يوم الشراء .

الحل

ثمن شراء السند يمكن إيجاده من القانون الآتي :

$$100 \times \left(1 + \frac{2.5}{100} \right)^{20} = 94.275$$

المعدل المطلوب هو المعدل عن نصف سنة والذي يحقق المعادلة الآتية

$$100 \times \left(1 + \frac{2.5}{100} \right)^{20} = 94.275$$

ويمكننا أن نستنتج معدل فائدة قريبا من المعدل المطلوب كالاتي :

إذا كان ثمن الشراء مساويا للقيمة الاستهلاكية فإن معدل الفائدة يكون مساويا فائدة

السند أي 2.5 % عن كل نصف سنة .

ولكن ثمن الشراء أقل من القيمة الاستهلاكية .

∴ معدل الفائدة لابد أن يكون أعلى من معدل فائدة السند أي أعلى من 2.5 % عن

كل نصف سنة .

نفرض أن معدل الفائدة 3 % عن كل نصف سنة

∴ ثمن الشراء كان يجب أن يكون :

$$100 \times \text{ح}^{20} \leq 2.5 + \text{بمعدل } 3\%$$

= 92.56 ديناراً كويتي

وحيث أن هذا الثمن أقل من ثمن الشراء المطلوب

∴ معدل الفائدة أقل من 3 % عن كل نصف سنة وهو كما ذكرنا أيضاً أكبر من

2.5% عن كل نصف سنة .

نفرض أن المعدل المطلوب هو 2.75 % عن كل نصف سنة

∴ ثمن الشراء

$$100 \times \text{ح}^{20} \leq 2.5 + \text{بمعدل } 2.75\%$$

= 96.19 ديناراً كويتي

وحيث أن هذا الثمن أعلى من ثمن الشراء المطلوب

∴ المعدل يجب أن يكون أزيد من $2\frac{3}{4}\%$ وأقل من 3%

وحيث أن الجداول التي لدينا ليست بها معدلات تقع بين 2.75% ، 3% فيمكننا

إيجاد المعدل النصف السنوي المطلوب بالتناسب كالآتي :

$$3.63 = 92.56 - 96.19$$

- الفرق في الثمن المقابل لفرق في المعدل قدره 0.25%

$$1.815 = 94.375 - 96.19$$

- الفرق في الثمن المقابل لفرق في المعدل قدره س %

$$\text{حيث س} = \frac{1.815}{3.63} \times \frac{1}{4}$$

$$= 0.125$$

∴ المعدل النصف السنوي

$$= 2.75 + 0.125 = 2.875\%$$

∴ المعدل الاسمي السنوي المطلوب

$$= 2.875 \times 2 = 5.75\%$$

يدفع على مرتين في السنة

استهلاك القروض السندية

تستهلك القروض السندية بطرق مختلفة من بينها ما يلي :

1. سداد القيمة الاستهلاكية لجميع السندات مرة واحدة في نهاية مدة القروض مع دفع الفوائد بصفة دورية خلال مدة القروض .

2. استهلاك أعداد متساوية من السندات بصفة دورية مع دفع فوائد السندات غير المستهلكة بصفة دورية أيضا .

وفي هذه الحالة قد تبدأ المدة التي تستهلك خلالها السندات من السنة الأولى لتاريخ إصدار القرض أو تبدأ بعد انقضاء مدة معينة من تاريخ الإصدار ، 10 سنوات مثلا . كما تختار السندات التي تستهلك في كل مرة إما بالسحب أو الاقتراع أو على حسب التسلسل الرقمي لها .

3. الإستهلاك بسداد أقساط دورية متساوية إلى أقرب حد ممكن من الأصل و الفوائد معا.

والنوع الأول من السندات هو الذي تكلمنا عنه حتي الان في هذا الفصل من الكتاب وطريقة استهلاك القرض في هذه الحالة تشبه الطريقة الثانية من طرق استهلاك القروض العادية .

لذا فأننا سنتكلم فيما يلي النوعين الآخرين .

استهلاك أعداد متساوية من السندات بصفة دورية

هذه الطريقة تشبه طريقة إستهلاك القروض العادية - دفع أقساط متساوية من الأصل فقط مع دفع فوائد الأرصدة بصفة دورية .

ففي حالة قرض سندي قدره 100.000 ديناراً كويتي يتكون من 1000 سند القيمة الاسمية لكل منها 100 دينار نجد مثلاً أن الهيئة المدينة قد تخطأ أن تستهلك الألف سند على 10 سنوات في كل سنة تستهلك منها 100 سند وعلى أن يبدأ الاستهلاك في نهاية السنة الأولى من تاريخ الإصدار .

فإذا كانت السندات تعطي فائدة بمعدل 5 % سنوياً .
 فإن معنى هذا إن الهيئة المدينة تدفع في نهاية السنة الأولى القيمة الاستهلاكية لمائة سند = 10.000 دينار كويتي
 الفائدة المستحقة على 1000 سند = 5000 دينار كويتي
 أي تدفع في نهاية السنة الأولى مبلغاً قدره 15000 ديناراً كويتي
 وفي نهاية السنة الثانية تدفع الهيئة .
 القيمة الاستهلاكية لمائة سند = 10.000 ديناراً كويتي
 الفائدة المستحقة على 900 سند فقط = 4500 ديناراً كويتي
 أي تدفع 10.000 + 4500 = 14.500 ديناراً كويتي
 وهكذا إلى يتم استهلاك جميع السندات
 وقد تختار الهيئة المدينة أن يكون الاستهلاك على 10 سنوات أيضاً تستهلك كل سنة منها 100 سند ولكن على أن تبدأ مدة الاستهلاك بعد انقضاء 15 سنة مثلاً .

وفي هذه الحالة نجد أن الهيئة المدينة سوف تدفع في نهاية كل سنة من السنوات الـ 15 الأولى فائدة القرض فقط وقدرها 5000 ديناراً كويتي
 وفي نهاية السنة السادسة عشر تدفع :
 القيمة الاستهلاكية لمائة سند أي 100.000 ديناراً كويتي
 وفائدة 1000 سند أي 5000 ديناراً كويتي
 أي تدفع 15000 ديناراً كويتي

وفي نهاية السنة السابعة عشر تدفع :
 القيمة الاستهلاكية لمائة سند أي 10.000 دينار كويتي
 وفائدة 900 سند فقط أي 4500 دينار كويتي
 أي تدفع 14500 دينار كويتي فقط
 وهكذا

وتختار السندات التي تستهلك في كل مرة أما بطريقة السحب أو الاقتراع وإما على حسب ترتيب أرقامها كما سبق أن ذكرنا .

وإذا كان الاستهلاك بطريقة الاقتراع فنجد أن حامل السند لا يعرف بالضبط الوقت الذي سوف يتم فيه استهلاك السند الذي معه .

وعلى هذا نجد أنه إريد تقييم سند من هذا النوع في أي وقت من الأوقات يجب حصر جميع السندات التي تكون باقية بدون إستهلاك في تاريخ التقييم ونحصل على القيمة الحالية لجميع المبالغ التي سوف تدفعها الهيئة المدينة بالنسبة لهذه السندات ونقسم هذا المجموع على عدد السنوات الباقية لنحصل على متوسط قيمة السند أو قيمة السند المطلوبة .

تدريب:-

أصدرت إحدى الهيئات قرضاً سندياً قيمته 500.000 ديناراً كويتي يتكون من 5000 سند القيمة الاسمية لكل منها 100 دينار كويتي ويعطي فائدة سنوية بمعدل 5 % فإذا كانت هذه السندات تستهلك على خمس سنوات في كل سنة يستهلك 1000 سند وإن أول إستهلاك سيتم في نهاية 7 سنوات من الآن فاحسب الثمن الذي يدفعه مشتري الان إذا ارد أن يحقق فائدة استثمار بمعدل 6 % سنوياً .

الحل

المبالغ التي تدفعها الهيئة المدينة حتي نهاية مدة الدين تكون كالآتي :

السنة	الفائدة التي تدفع في نهاية السنة	القيمة الاستهلاكية التي تدفع في نهاية السنة	مجموع المبالغ التي تدفع في نهاية السنة
من 1 - 6	25000	100000	25000
7	25000	100000	125000
8	20000	100000	120000
9	15000	100000	115000
10	10000	100000	110000
11	5000	100000	105000

القيمة الحالية للمبالغ التي سوف تدفعها الهيئة المدينة

$$= 25000 (ح + ح^2 + ح^3 + ح^4 + ح^5 + ح^6)$$

$$+ 125000 ح^7$$

$$+ 120000 ح^8$$

$$+ 115000 ح^9$$

$$+ 110000 ح^{10}$$

$$+ 105000 ح^{11}$$

$$= 25000 \times \frac{1}{r} + 5000 ح^7 (25 + ح^{24} + ح^{23} + ح^{22} + ح^{21})$$

بمعدل 6 % سنويا .

$$- 4.9173 \times 2500$$

$$+ 0.66506 \times 5000 + 0.94340 \times 24 + 0.89000 \times 23 + 25$$

$$+ 0.83962 \times 22 + 0.79209 \times 21$$

$$- 103.21713 \times 3325.3 + 122932.500$$

$$- 343227.490 + 122932.500$$

$$- 466159.990 \text{ دينار كويتي}$$

قيمة السند = متوسط ثمن السندات كلها

$$- 500 \div 466159.990$$

$$- 93.232 \text{ دينار كويتي}$$

الاستهلاك بسداد أقساط دورية متساوية من الأصل والفوائد

هذه الطريقة من طرق استهلاك القروض السندية تشبه طريقة السادسة من سداد أقساط متساوية من رأس المال ، والفوائد تدفع سنوياً أو على فترات زمنية متساوية وأقل من سنة .

غير أنه يجب أن نلاحظ أنه عند تطبيق طريقة الاستهلاك بالقسط الدوري المتساوي على القروض السنوية أن الهيئة المدنية لا يمكنها أن تستهلك إلا عدداً صحيحاً من السندات ولذلك فإن القسط الدوري لن يكون متساوياً تماماً ولذلك فإننا نقول في حالة القروض السندية إن الاستهلاك يكون بأقساط دورية متساوية إلى أقرب حد .

ولذلك نجد أنه لتطبيق هذه الطريقة يجب تعديل خطوات العمل كالآتي :

- 1- تحسب الاستهلاكات السنوية كما في القروض العادية تماما .
 - 2- تحول هذه الاستهلاكات إلى عدد سندات بقسمتها على القيمة الاستهلاكية للسند.
 - 3- لما كان خارج القسمة غالبا يحتوي على كسور من السندات ، ولما كان لابد أن تستهلك أعداد صحيحة من السندات فإن هذه الكسور تحذف ثم تجمع الأعداد الصحيحة فقط ويحسب الفرق بين حاصل الجمع هذا وبين العدد الأصلي للسندات المصدرة .
 - 4- يوزع هذا الفرق بأن نضيف سندا إلى العدد الذي حذفنا منه أكبر كسر ثم نضيف سندا آخر إلى العدد الذي حذفنا منه أكبر كسر في الكسور الباقية وهكذا حتى يتم توزيع الفرق كله .
- والتدريب الآتي يوضح ما سبق أن ذكرناه .

تدريب :

أصدرت إحدى الهيئات قرضا سنويا بمبلغ 50000 ديناراً كويتي فإذا كانت القيمة الإسمية للسند 100 ديناراً ومعدل فائدة للسند 4% سنويا ومدة القرض 5 سنوات يسدد القرض خلالها على 5 دفعات متساوية إلى أقرب حد من رأس المال والفوائد ، فاعمل جدول الاستهلاك لهذا القرض إذا كانت السندات تسدد بقيمتها الإسمية .

الحل

القسط السنوي المتساوي من الأصل والفوائد والذي يكفي لاستهلاك الدين لو لم يكن سنديا .

عدد السندات الصحيحة بعد حذف الكسور	المبلغ المخصص للاستهلاك $\times \frac{1}{100}$	المبلغ المخصص للاستهلاك	الاستهلاك
92	92.31350	9231.350	الأول
96	96.00604	9600.604	الثاني
99	99.84628	9984.628	الثالث
103	103.84013	10384.013	الرابع
107	107.99373	10799.373	الخامس

مجموع السندات المستهلكة بعد حذف الكسور = 497
وهذا يقل عن عدد السندات المصدرة بثلاث سندات
ولكي تساوي عدد السندات المستهلكة بعد السندات المصدرة نضيف سندا إلى كل من
الاستهلاكات الخامس والثالث والرابع .

وعلى هذا يكون عدد السندات المستهلكة كالاتي :

92 سندا تستهلك في نهاية السنة الأولى

96 سندا تستهلك في نهاية السنة الثانية

100 سندا تستهلك في نهاية السنة الثالثة

104 سندا تستهلك في نهاية السنة الرابعة

108 سندا تستهلك في نهاية السنة الخامسة

500 = مجموع السندات المستهلكة في السنوات الخمس

وعلى هذا يكون جدول الاستهلاك كالاتي :-

السنة	الرصيد في بدء السنة	مقدار الفائدة المستحقة في آخر السنة	مقدار الاستهلاك في آخر السنة	مقدار القسط السنوي	الرصيد في نهاية السنة
1	50000	2000	9200	11200	40800
2	40800	1632	9600	11232	31200
3	31200	1248	10000	11248	21200
4	21200	848	10400	11248	10800
5	10800	432	10800	11232

وبلاحظ أن الأقساط المستحقة في آخر السنة ليست متساوية تماماً كما أنها تحسب بإضافة الفائدة إلى الاستهلاك .
أما متوسط القسط السنوي فيحسب كالآتي :

مجموع الأقساط المدفوعة = 56160 ديناراً كويتي

$$\text{متوسط القسط السنوي} = \frac{56160}{5} = 11232 \text{ ديناراً كويتي}$$

تقييم السندات التي تستهلك على أقساط متساوية من الأصل والفوائد معا

نستبهِ هذه السندات السندات السابقة التي تستهلك على أقساط متساوية من الأصل فقط من حيث اختيار السندات التي تستهلك في كل دفعة . إذ قد تكون السندات التي تستهلك في كل دفعة على حسب :

- أ- أرقام السندات ب- تختار بطريقة السحب أو الاقتراع
- وفي الحالة الأولى يتبع في التقييم طريقة التقييم للسندات التي لها تاريخ محدد للاستهلاك .

تدریب (1):

الحل

هو : 92 ، 96 ، 100 ، 104 ، 108 .

..... مکذا

وحيث أن السند المطلوب شراؤه يحمل رقم 123

∴ هذا السند يستهلك في نهاية السنة السابعة عشر من تاريخ إصدار القرض أي في

نهاية السنة الثانية من سنوات مدة الاستهلاك .

وحيث أن تاريخ التقييم هو بعد 10 سنوات من تاريخ إصدار القرض

∴ المدة الباقية على استهلاك السند رقم 123 هي 7 سنوات يتقاضى خلالها المشتري

7 فوائد دورية وعلى هذا يكون ثمن الشراء .

$$= 100 - 4 + 7 \sqrt[7]{5} \text{ بمعدل } 5\% \text{ سنويا}$$

$$= 5.7864 \times 4 + 0.71068 \times 100$$

$$= 23.1456 + 71.068$$

$$= 94.2136 - 94.214 \text{ ديناراً كويتياً}$$

تدريب (2) :

ما مقدار القيمة في التدريب السابق إذا كانت السندات المستهلكة تختار بطريقة

السحب ؟

الحل

ففي هذا الحالة تكون قيمة السند عبارة عن متوسط قيمة السندات جميعها في

تاريخ التقييم . أن نجد من جدول الاستهلاك أن المبالغ التي تدفعها الهيئة المدينة في

السنوات الخمس الأخيرة هي

السنة	المبلغ المدفوع في نهاية السنة
16	11200
17	11232
18	11248
19	11248
20	11232

كما أن الهيئة المدينة سوف تقوم بدفع فوائد القرض كله في نهاية كل سنة من السنوات الخمس التالية لتاريخ التقييم ومقدار هذا الفوائد 2000 ديناراً كويتي وعلي هذا تكون القيمة الحالية للمبالغ التي تدفعها الهيئة المدينة في السنوات الباقية من مدة القرض كالآتي :

المبلغ المدفوع	المدة الباقية على تاريخ الاستحقاق (ن)	ح ^ن بمعدل سنوي 5 %	القيمة الحالية للمبلغ
2000	1	0.95238	1904.760
2000	2	0.90703	1814.060
2000	3	0.86384	1727.680
2000	4	0.82270	1645.400
2000	5	0.78353	1567.060
11200	6	0.74622	8357.664
11232	7	0.71068	7982.358
11248	8	0.67681	7613.096
11248	9	0.64461	7250.573
11232	10	0.61391	6895.437

مجموع القيم الحالية للمبالغ التي تدفعها الهيئة المدينة = 46758.088 ديناراً كويتي

متوسط قيمة السند = $46758.088 \div 500$

= 93.516 دينار كويتي - القيمة المطلوبة

حسابات السندات باستخدام لغة اليبسك⁽¹⁾

تحتاج الحكومة إلى نفاق شهري، بينما لا تنتظم إيراداتها شهريا لذلك تصدر سندات لمدد قصيرة تسمى بأذونات الخزينة (Treasury Bills)، وهي لمدد قصيرة حيث أنها تستهلك بعد مدة لا تزيد عن عام، أي يجري سدادها خلال مدة لا تزيد عن عام.

وتتداول هذه الأذونات في البورصة أو بين المصارف بثمن يقل عن قيمتها الاسمية، أي أنها تباع وتشتري بخصم من قيمتها الاسمية (Face Value). ويختلف الخصم تبعا لاقتراب تاريخ التداول من تاريخ الاستحقاق. ويحسب الخصم على أساس أن السنة (360) يوم، أما معدل الفائدة عليها فيحسب على أساس أن السنة هي (365 / 366) يوم.

ولحساب القيمة الجارية لأذن الخزينة يجب معرفة القيمة الاسمية، وتاريخ الإصدار وتاريخ الاستحقاق بحيث يتبين من أي من التاريخين الشهر واليوم والسنة، بمعنى أن كل من التاريخين يجب أن يبين الشهر واليوم والسنة.

تدريب

أذن خزينة قيمته الاسمية (10000) دينار ثم إصداره بتاريخ (1/10/80) ويستحق بتاريخ (4/10/80). وقد جرى عرضه بتاريخ (1/17/80) بسعر فائدة (12.09) %، كم يكون ثمن هذا الأذن في هذا التاريخ.

الحل

القيمة الاسمية = 10000 دينار
تاريخ الإصدار = 1/10/80 أي يوم 10 من شهر 1 سنة 80
تاريخ الاستحقاق = 4/10/80 أي يوم 10 من شهر 4 سنة 80

(1) د. عبد العزيز فهمي هيك. مرجع سبق ذكره ص 75 وما بعدها

تاريخ التبادل = 1/17/80 أي يوم 17 من شهر 1 سنة 80

معدل الفائدة = 12.09%

بذلك تكون قيمة هذا الإذن بتاريخ (1/17/80) = 9717.9 دينار هذه

الحسابات يمكن تنفيذها باستخدام البرنامج الكمبيوتر الآتي:

```

5  CLS
10  Print "Current Value of a Treasury Bill"
20  DEF FNA (X) = INT (X * 100 + .5) / 100
30  print
40  Print "Face Value":
50  Input P
60  Print "Issue date (MM, DD, YY)":
70  Input M, D,Y
80  Go sub 340
90  Rem - X3 = Absolute number of days frominaginary
100 Rem - date 00/ 00/ 00 to Issue date
110 X3 = A4
120 Print "Maturity Date (MM, DD, YY)":
130 Input M, D,Y
140 Go Sub 340
150 Rem - X4 = Total number of days inperiod
160 X4 = ABS (X3 - A4)
170 Print "To Day's date (MM, DD, YY)",
180 Input M, D,Y
190 Go Sub 340
200 Rem - X3 = Number of days from Issue to to - day
210 X3 = ABS (X3 - A4)
220 Print "Current Price BID (%)";
230 Input B
240 Rem - X4 = Number of days Left until maturity
250 X4 = X4 - X3
260 Print
    
```

```

270 Print "Current Value – "FNA (P – ((P/1 E 4)* (B* (X4 / 360)*
275 100)))
280 Print
290 Print "Would you Like to re – run this Program using
295 New data ( y/ N )";
300 Input Z
310 IF Z = "Y" Then 30
320 IF Z = "N" Then 450
330 Go to 290
340 Rem – Subroutine to determine number of days
350 Rem – between imaginary date 00/ 00/ 00 and MM/ DD/ YY
    using
360 Rem – 365 / 366 Day Year.
370 Restore
380 Data 0, 3, 3, 6, 8, 11, 13, 16, 19, 21, 24, 26
390 For I 1 = 1 to M
400 Read A4
410 Next I 1 = 1 to M
420 A4 = A4 + y * 5 + Int (y/4) + 1 + (M – 1)* 28 + D
430 IF Int (y /4) y/4 and M < 3 Then A4 = A4 – 1
440 Return
450 End
    
```

إصدار السندات:

عندما تكون المؤسسات الخاصة أو العامة في حاجة إلى قروض طويلة الأجل تعمل على إصدار سندات بالقيمة التي تريدها. والسند هو صك قابل للتداول في أسواق الأوراق المالية (البورصات) يعطي الحق في الحصول على فوائد دورية ثم تسترد (يستهلك) قيمته في تاريخ معين يحدد ضمن شروط الإصدار.

ولكل سند قيمة اسمية (Face Value) وهي القيمة المذكورة في الصك والتي على أساسها تدفع الفوائد بمعدل معين يذكر ضمن شروط الإصدار، وقيمة

استهلاكية وهي القيمة التي تدفع لحامل السند عند استهلاكه بسبب انتهاء مدته، ويمكن أن تكون القيمة الاستهلاكية مساوية أو أقل أو أكبر من القيمة الاسمية تبعاً لشروط الإصدار.

وتدفع فائدة السند بمعدل معين ينص عليه في شروط الإصدار، كما سبق أن ذكرنا، ويكون دفعها بمقتضى كوبونات ملحقة بالسند. وقيمة كل كوبون هي الفوائد التي يستحقها ويتقاضاها حامل السند آخر كل فترة زمنية تبعاً لمعدل الفائدة الخاص بالسند والذي تم الإصدار على أساسه.

ويمكن أن يختلف معدل فائدة السند عن معدل فائدة الاستثمار السائد في السوق المالية عند الإصدار، ويمكن أن يكونا متساوين، وذلك تبعاً لحالة النشاط الاقتصادي من ناحية الرواج أو الكساد.

وعندما يرغب شخص ما في شراء سند معين لابد أن يأخذ في اعتباره معدل فائدة الاستثمار السائد في السوق والحقوق التي يمنحه إياها السند حيث يتقاضى فائدة معينة وقيمة استهلاكية معينة للسند عند انتهاء مدته. وبذلك يكون ثمن شراء السند في تقدير المشتري مساوياً لمجموع القيمة الحالية للقيمة الاستهلاكية للسند زائداً القيمة الحالية لدفعات عادية كل منها مساوية لقيمة الكوبون التي تدل على فائدة السند. ومن الواضح أن القيمة الحالية تحسب على أساس معدل فائدة الاستثمار السائدة في السوق وللمدة الباقية قبل استهلاك السند. وبمعنى آخر عند تبادل السند في السوق المالية (بعد إصداره) بين شخص وآخر وفي أي وقت قبل الاستهلاك يتحدد الثمن وفقاً لمجموع القيم الحالية الخاصة بالثمن الاستهلاكي للسند وقيم الكوبونات المتبقية أي التي لم تصرف بعد قبل الإستهلاك.

ولحساب معدل الفوائد التي استحققت على سند معين في تاريخ معين بعد إصداره بمدة معينة (Accrued Interest on Bonds) يستخدم البرنامج الكمبيوتر

التالي الذي يبنى علي أساس أن السنة = (365) يوم أو (366) يوم أو (360) يوم وفقا للنظام الذي تتبعه المؤسسة التي أصدرت السندات موضوع المعالجة. وغي بعض الحالات تصدر السندات بعد أن تكون مدة الدفعة الأولى قد بدأت، الأمر الذي يؤدي إلي دفع الكوبون الأول بقيمة تقل عن قيمته العادية، إلا أنه في بعض الحالات لا يدفع هذا الكوبون في التاريخ الخاص به حيث يؤجل الدفع ويدمج مع دفعة الكوبون الثاني. لهذا يتضمن البرنامج الكمبيوترى جملة تسأل عن الدفعة الأولى لتحديد نوعها.

ولا استخدام البرنامج يجب إدخال البيانات الآتية إلى الكمبيوتر، (1) معدل الفائدة الخاص بالكوبون، (2) عدد الكوبونات في السنة، (3) عدد أيام السنة. وإذا كانت الفترة موضوع البحث تتضمن كوبونا أوليا طويلا مفضل إلى الكمبيوتر الرمز (Y)، وفي هذه الحالة يجب إدخال تاريخ بدأ الكوبون الأول وتاريخ شراء السند وتاريخ دفع الكوبون الأول إذا لك يكن هناك تأخير في الدفع. أما إذا كان الكوبون الأول عاديا أو قصيرا يدخل الرمز (N). وفي كلتا الحالتين يجب إدخال تاريخ انتهاء الفترة موضوع البحث وتاريخ إجراء المعاملة الخاصة بحساب الفوائد (Settlement Date). وبهذه البيانات تحسب الفائدة التي استحققت كنسبة مئوية من القيمة الاسمية للسند.

تدريب

كم تكون الفائدة التي تحققت بتاريخ (9/10/79) بالنسبة لسند صدر بفائدة (8.25%) يستحق بتاريخ (8/31/81)، وقد صدر السند بتاريخ (8/29/79) متضمنا كوبونا أوليا طويلا. وتاريخ دفع الكوبون الأول من كل سنة (2/28)، (8/31). ويبدأ الكوبون الأول بتاريخ (2/28/79). وحيث أن سنة 2005 سنة كبيسة لذلك تنتهي الفترة الجارية بتاريخ (2/29/80).

الحل

2, 28, 79 (MM, DD, YY)	تاريخ بدأ الفترة الأولي
8, 29, 79 (MM, DD, YY)	تاريخ الإصدار
8, 31, 79 (MM, DD, YY)	1. تاريخ الكوبون الأول
2, 29, 80 (MM, DD, YY)	2. تاريخ انتهاء الفترة الجارية
9, 10, 79 (MM, DD, YY)	3. تاريخ المعاملة

بذلك تكون الفائدة التي تحققت (0.271485 of par)

```

10 Print "Accrued Interest on Bonds"
20 Print
30 Print "Compute using";
40 Print "1) 360 day year"
50 Print "2) 365/366 day year"
60 Print "3) End Program"
70 Print
80 Print "Which";
90 Input T
100 IF T = 1 Then 130
120 IF T <> Then 80
130 Print
140 Print "Couponrate (%);
150 Input I
160 Print
170 Print "Number of coupons per year year";
180 Input N
190 X 1 = 0
200 print
210 Print "Does this coupon this coupon include a Long First
220 Input Z
230 IF Z = "N" Then 410
240 IF Z <> "Y" Then 210
250 Rem - Skip this Section IF First period is not Long

```

```

260 Print
270 Print "Beginning of Forst period (MM, DD, YY)";
280 Go Sub 650
290 X 2 = A4
300 Rem - Issue date is date current bond holder
305 Obtained the bond
310 Print "Issue date (MM, DD, YY)";
320 Go Sub 650
330 Rem - X 1 = Number of days From Issue to end of
335 Partialperiod
340 X 1 = ABS (X 2 - A 4)
350 Print "First Coupon date (MM, DD, YY)";
360 Go Sub 650
370 Rem - X 2 = Total Number of days in First period
380 X 2 = ABS (X 2 - A4)
390 X 1 = (X2 - X1) / X2
400 Go To 460
410 Print
420 Print "Beginning of current period (MM, DD, YY)";
430 Go Sub 650
440 Rem - X3 = AB Solute Number of days Frm imaginary
450 Date 00/ 00/ 00 to Beginning of current periopd
460 X 3 = A4
470 Print "End of Current period (MM, DD, YY)";
480 Go Sub 650
490 Rem - X4 = Total Number of days in current period
500 X 4 = ABS (X3 - A4)
510 Print "Settlement Date (MM, DD, YY)";
520 Go Sub 650
530 Rem - X3 = Number of days from beginning of
540 Rem - Current period to settlement date
550 X3 = ABS (X3 - A4)
560 X3 = (X3 / X4) + X1
570 Print
    
```

```

580 Print "Accrued Interest is"; (I / N)* X3; " % of par".
590 Print
600 Print "Would you Like to re – run program
605 Using new data (Y / N)";
610 Input Z
620 IF Z = "Y" Then 20
630 IF Z = "Y" Then 820
640 Go To 600
650 Input M, D, Y
660 IF T = 1 Then 800
670 Rem – Subroutin to determine number of days
680 Rem – between imaginary date 00 / 00 / 00 and
690 Rem – MM / DD / YY using 365 / 366 day year.
700 Restore
710 Data 0, 3, 3, 6, 8, 11, 13, 14, 19, 21, 24, 26
720 For I 1 = 1 to M
730 Read A4
740 Next I 1
750 A4 = A4 + Y* 365 + Int (Y/4) + 1 + (M -1 ) * 28 + D
760 IF Int (Y /4) <> Y/4 Then 770
765 IF M > 2 Then 770
768 A4 = A4 - 1
770 Return
780 Rem – Subroutine to compute number of days
780 Rem – From imaginary data 00 /00/ 00 to MM, DD, YY
790 Rem – using 360 day year
800 A4 = (Y* 360) + (M* 30) + D
810 Return
820 End

```

تمارين

1- يريد أحد الأشخاص شراء سند قيمته الاسمية 100 دينار كويتي ويعطي فائدة دورية قيمتها 4 % من قيمته الاسمية فإذا كان السند يستهلك بقيمته الاسمية بعد 30 سنة من الآن فاحسب مقدار ثمن الشراء الذي يحقق المشتري معدل فائدة سنوي قدره 5% وذلك عقب صرف الكوبون مباشرة .

(الإجابة 84.628)

2- احسب قيمة السند في التمرين السابق في التواريخ الآتية :

(أ) تاريخ صرف الكوبون وقبل الصرف مباشرة

(ب) تاريخ نلي لتاريخ صرف الكوبون بأربعة شهور

(ج) تاريخ سابق لتاريخ التقييم بأربعة شهور

(الإجابة 88.628 ، 86.016 ، 87.99)

3- ما مقدار قيمة السند في التمرين رقم (1) إذا كان السند يستهلك بعلاوة قدرها 10 % من قيمته الاسمية ؟

(الإجابة 86.942)

4- ما مقدار قيمة السند في التمرين رقم (2) إذا كان السند يستهلك بعلاوة قدرها 10 % من قيمته الاسمية ؟

(الإجابة 90.942 ، 88.368 ، 89.475)

5- سند قيمته الاسمية 100 دينار كويتي ويستهلك بعلاوة قدرها 10% بعد 15 سنة من الآن كما يعطي فائدة دورية مقدراها 2 % من القيمة الاسمية كل نصف سنة والمطلوب حساب ثمن الشراء بالنسبة لمشتري يريد أن يحقق فوائد بمعدل سنوي اسمي 5 % يدفع على مرتين في السنة إذا كان التقييم .

(أ) بعد صرف الكوبون مباشرة

(ب) قبل صرف الكوبون مباشرة

(الإجابة 94.302 ، 96.306)

6- ما مقدار ثمن شراء السند في التمرين السابق :

(أ) في تاريخ سابق لتاريخ صرف الكوبون بشهرين

(ب) في تاريخ تالي لتاريخ صرف الكوبون بشهرين

(الإجابة 95.513 ، 95.081)

7- سند قيمته الإسمية 1000 دينار كويتي يعطي فائدة سنوية قدرها 50 دينارا

كويتي ويستهلك بعد 20 سنة من الآن . فإذا اشترى هذا السند بعد صرف

الكوبون مباشرة بمبلغ 1081.625 فاحسب القيمة الاستهلاكية للسند إذا علم أن

ثمن الشراء هذا يحقق للمشتري معدل فائدة استثمار قدرها 4.5 %.

(الإجابة 1040 دينارا)

8- سند قيمته الإسمية 1000 دينارا كويتي ويستهلك بعد 20 سنة من الآن بعلاوة

قدرها 10 % من القيمة الإسمية فإذا كان ثمن الشراء بعد صرف الكوبون

مباشرة الذي يحقق فائدة استثمار بمعدل 4 % سنويا هو 1181.529 دينارا

كويتي فاحسب معدل الفائدة السنوية للسند .

(الإجابة 5 %)

9- أصدرت إحدى الشركات المساهمة قرضا سنديا بمبلغ 80000 دينارا كويتي

القيمة الإسمية لكل منها 100 دينار كويتي وبفائدة بمعدل 5 % سنويا وقررت

استهلاكه على 5 سنوات على أقساط متساوية من رأس المال والفوائد معا على

أن تسدد قيم السندات المستهلكة مع الفوائد المستحقة في آخر كل سنة والمطلوب

إيجاد عدد السندات المستهلكة في آخر كل سنة .

(الإجابة 145 ، 152 ، 160 ، 167 ، 176)

10- في التمرين السابق إذا أراد شخص استثمار نقوده في هذه السندات بمعدل 4 % سنويا فبكم يشتري السند الواحد عند إصدار القرض :

(أ) إذا كانت السندات تستهلك على أساس تسلسلها الرقمي والسند الذي يريد أن يشتريه هو رقم 750 .

(ب) إذا كانت السندات المستهلكة تختار بطريقة السحب .

(الإجابة 104.452 ، 102.825)

11- سند قيمته الإسمية 100 ديناراً كويتي يعطي فائدة دورية بمعدل 4 % سنويا يستهلك بعد 20 سنة بقيمته الإسمية أحسب معدل الفائدة الذي يحققه مشتر لهذا السند إذا كان ثمن الشراء .

(أ) 95 ديناراً كويتي

(ب) 108 ديناراً كويتي

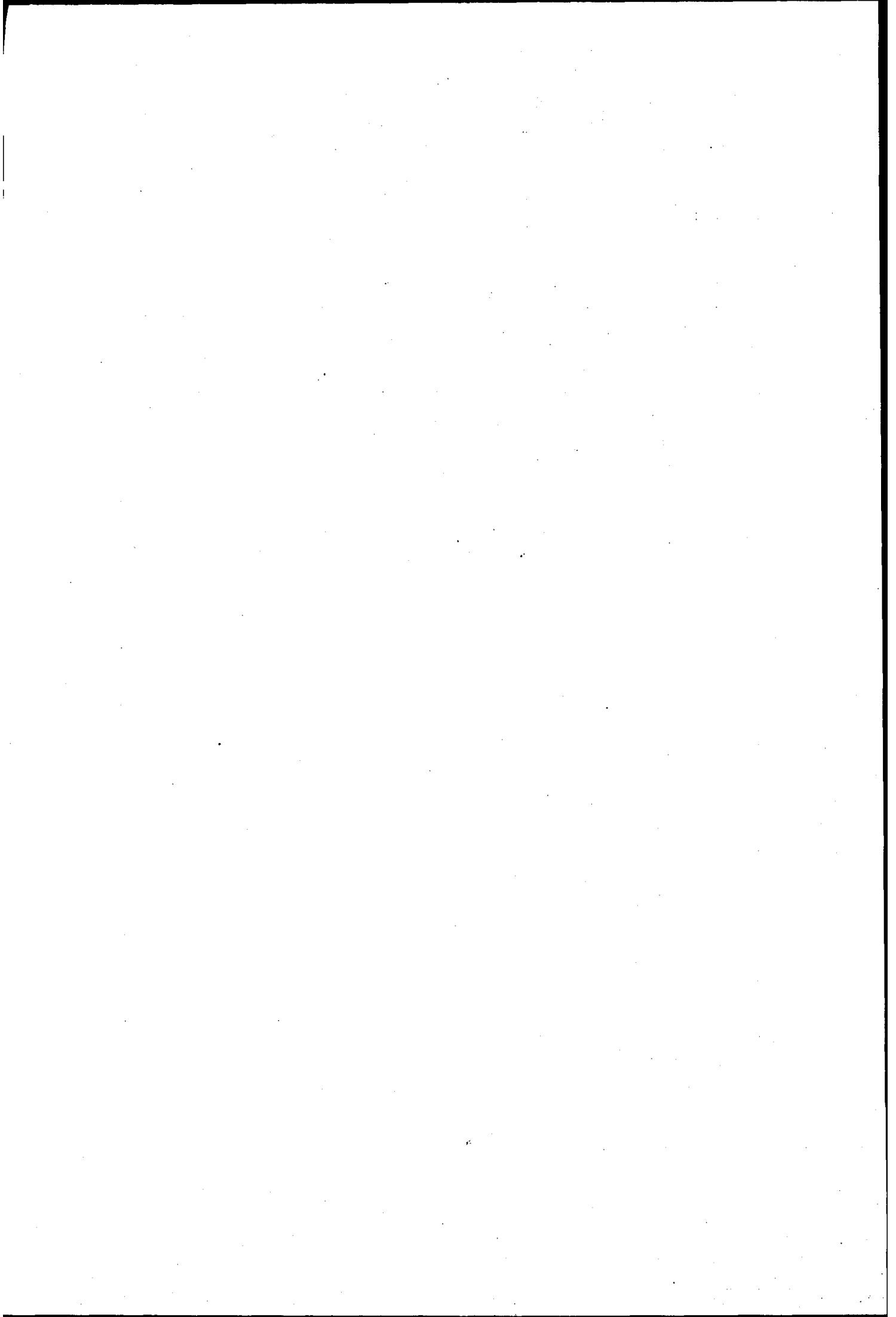
(الإجابة 4.384 % ، 3.442 %)

12- ما مقدار معدل فائدة الاستثمار في التمرين السابق إذا كان السند يستهلك بعلاوة قدرها 5 % على القيمة الإسمية .

(الإجابة 4.546 % ، 3.675 %)

الفصل التاسع

برنامج أكسيل والرياضية المالية



الفصل التاسع

برنامج أكسيل والرياضية المالية

سبق أن تعرضنا عزيزي الدارس إلي العديد من موضوعات رياضيات المال والاستثمار خاصة في مجال الفائدة المركبة وقد فرقنا فيما سبق بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة على أساس أن أصل المبلغ المستثمر بالفائدة البسيطة يظل ثابتاً طوال مدة الاستثمار أما في الفائدة المركبة من أصل المبلغ يتزايد كل فترة بمقدار الفوائد المكونة لحسابه لنحسب فائدة على أصل المبلغ والفوائد المضافة إليه في الفترات التالية للاستثمار . (1)

والآن نلفت نظرك عزيزي القارئ إلي أن برنامج أكسيل يساهم في حل العديد من مشاكل الاستثمار حيث يوفر لنا أكثر من خمسون دالة تساعد مستخدم البرنامج في الوصول إلي الحل دونما الدخول في مشاكل حسابه يدويا .

وسوف نتعرض فيما يلي لعدد من الدوال التي تستخدم في تقديم الحلول للمشاكل السابقة وحتى نتعرف على هذه الدوال لابد أولاً من التعرف على معاني الرموز المستخدمة فيها وهي كما يلي :

(1) د محمد جمعة الروي وآخرون - تطبيقات تجارية باستخدام الحاسب الآلي - غير بين الناشر 2003
ص 159 وما بعدها.

الرمز	معناه
ع (Rate)	معدل الفائدة المركبة للمستخدم
ن (Nper)	عدد الفترات الزمنية للاستثمار Number of Periods
د (pmt)	مبلغ الدفعة الواحدة Payment
ق ح أو أ (PV)	أصل المبلغ المستثمر أو القيمة الحالية لمبلغ أو عدة مبالغ متساوية (دفعات) أو غير متساوية Present Value
ق س أو ج (FV)	جملة مبلغ أو عدة مبالغ سواء دفعات أو مبالغ غير متساوية عند نهاية مدة الاستثمار Face Value
Type	توقيت السداد أو الإيداع ويعوض عنه بصفر إذا كان الدفع آخر كل فترة عادية وبواحد إذا كان الدفع كل فترة فورية .
Inf 1 , Inf 2 ,	التدفقات أو الإيداعات النقدية لمبالغ مختلفة.

وفيما يلي عرض لأهم هذه الدوال وسبب استخدامها .

أولاً : حساب جملة مبلغ واحد أو جملة دفعات متساوية

لحساب الجملة سواء لمبلغ واحد أو عدة مبالغ متساوية دفعات

$$= FV (Rate ; Nper ; Pmt ; Pv ; Type)$$

نستخدم الدالة الآتية

ملاحظات

- 1- نكتب أولاً (Fv)
- 2- نضع معدل الفائدة المستخدم مكان Rate ;
- 3- نضع مدة الاستثمار مكان Nper إذا كنا بصدد حساب جملة مبلغ واحد وإذا كنا بصدد حساب جملة دفعات متساوية نضع عدد الدفعات مكانها
- 4- نضع قيمة الدفعة (د) مكان Pmt; فإذا كنا بصدد حساب جملة مبلغ واحد نترك مكانها خالي مع المحافظة على علامات (; ;)
- 5- نضع أصل المبلغ المستثمر مكان (;pv;) أما إذا كنا بصدد حساب جملة دفعات نترك مكانها خالي مع المحافظة على علامات (; ;)
- 6- في حالة الدفعات الفورية نضع مكان (;type; 1) وفي حالة الدفعات العادية نضع مكانها (0)
- 7- اضغط علامة ☒ بشرط الصياغة لتظهر لك النتيجة
- 8- إذا كنا بصدد حساب الجملة سواء لمبلغ واحد أو لدفعات متساوية يمكن ذلك من طريق آخر يعطينا من كتابة الدالة ومن مشاكل الوقوع في الأخطاء الأملانية لكتابة الدالة حيث أن البرنامج يحتوي على تلك الدلول ويمكن الدخول إليها من خلال الخطوات الآتية .

أ- اضغط نافذة Fx من شريط الأدوات ليظهر لك الصندوق لصق الدالة

ب- اضغط فئة الدالة مالية

ج- تجول في الجانب الايسر للصندوق حتي تصل إلي أسم الدالة Fv

د- احتفظ على اسم الدالة Fv لينفتح لك صندوق حوار يطلب منك ادخال

البيانات وفقا للرموز السابق التعرف عليها

هـ- ادخل بيانات المشكلة أمام كل رمز من الرموز ثم اضغط موافق لتظهر

النتيجة .

9- لاحظ أن أي خطأ في كتابة الدالة من حيث الحروف أو الرموز أو النقاط أو

خلافه لن يعطي لك نتيجة .

تدريب (1):

أوجد جملة مبلغ 10000 دينار كويتي مستثمر بمعدل فائدة مركبة 9% لمدة

15 سنة .

الحل

تذكر أن

$$A = (1 + r)^n$$

$$36424.28 = 10000 (1.09)^{15}$$

الحل باستخدام كتابة الدالة :-

- 1- اتجه إلى الخلية المطلوب وضع الناتج بها ونشط هذه الخلية باستخدام الماوس أو اسهم لوحة المفاتيح .
- 2- اكتب الدالة كما يلي بدقة

$$=FV(0.09;15;;10000;0)$$

- 3- اضغط علامة ☒ لتظهر النتيجة في الخلية النشطة

36424.82

الحل باستخدام مربعات الحوار :

- 1- اضغط نافذة FX ليظهر لك صندوق لصق الدالة
- 2- اتجه إلى من الجانب الايمن الخاص بفتة الدالة .
- 3- تجول في الجانب الايسر حتي تصل إلى اسم الدالة (FV) وانقر عليه
- 4- اضغط موافق لينفتح الصندوق الحواري لادخال البيانات
- 5- اكتب أمام

.09	Pate
15	Nper
10000	Pv
0	Type

- 6- اضغط لتظهر النتيجة في الخلية النشطة

36424.82

تدريبات

(1) أوجد جملة مبلغ 9000 دينار كويتي استثمر بمعدل فائدة مركب

8.25 % لمدة 20.6 سنة

46074.15

الحل

(2) اقترض شخص مبلغ 100000 دينار كويتي من بنك مصر بمعدل فائدة

مركبة 12 % احسب جملة ما عليه بعد 30 سنة

2995992.21

الحل

(3) أوجد جملة مبلغ 8000 دينار كويتي مستثمر بمعدل فائدة مركبة

9.051 % لمدة 7 سنوات 4 شهور 13 يوم

15149.55

الحل

(4) أودع محمد مبلغ 50000 دينار كويتي لتستثمر بمعدل فائدة مركبة 9 % وفي

نهاية 12 سنة سحب جملة ماله أوجد قيمة المبلغ المسحوب

140633.23

الحل

تدريب (2):

أوجد جملة مبلغ 20000 دينار كويتي تودع سنوياً لمدة 10 سنوات إذا كان

معدل الفائدة المركب المستخدم في العملية 10 %

أ- إذا كان الإيداع يتم أول كل سنة

ب- إذا كان الإيداع يتم آخر كل سنة .

الحل

تذكر أن: إذا كان الإيداع يتم أول كل سنة

$$ح = \frac{د}{ع\%} \left[1 - \frac{1 - (ع + 1)^{-ن}}{ع} \right]$$

$$- 20000 \left[\frac{1 - 11(1.10)}{0.10} \right]$$

$$- 350623.34 \text{ دينار كويتي}$$

إذا كان الإيداع يتم آخر كل سنة

$$ح = \frac{د}{ع\%} \left[\frac{1 - (ع + 1)^{-ن}}{ع} \right]$$

$$- 20000 \left[\frac{1 - 10(1.10)}{0.10} \right]$$

$$- 318748.49 \text{ دينار كويتي}$$

الحل : باستخدام برنامج أكسيل

أ- بطريقة كتابة الدالة (Fv)

- 1- اختر الخلية التي ترغب في وضع النتائج بها ثم قم بتنشيطها .
- 2- اكتب في الخلية الدالة كما يلي :-
(أ) في حالة الدفعة أول كل سنة

$$=FV(0.10;10;20000;;1)$$

3- اضغط علامة ☒ ليظهر الناتج في الخلية النشطة

350623.34

(ب) في حالة الدفعة آخر كل سنة (عادية)

$$=FV(0.10;10;20000;;0)$$

3- اضغط علامة ☒ ليظهر الناتج في الخلية النشطة

318748.49

ب- بطريقة المربع الحواري

أ- في حالة الدفعة الفورية

1. اضغط نافذة (FX) من شريط الأدوات لتفتح لك قائمة لصف الدالة

2. اتجه إلى مالية في الجانب الأيمن واضغط مالية

3. اتجه إلى دالة (FV) في الجانب الأيسر واضغط

4. اضغط موافقة ثم ابدأ في إدخال البيانات .

اكتب أمام

0.10	Rate
10	Nper
20000	Pmt
1	Type

350623.34

5- اضغط موافق ليظهر الحل في الخلية النشطة

ب- في حالة الدفعة العادية

- كرر الخطوات الأربع الأولى ويأتي التغير فقط عند كتابة نوع الدفعة Type
لنكتب (0) بدلا من (1)

318748.49

- اضغط موافق ليظهر الحل في الخلية النشطة

تدريب (3):

أوجد جملة دفعة سنوية تدفع آخر كل 6 شهور لمدة 10 سنوات لتستثمر بمعدل فائدة مركبة سنوي 14 % إذا علمت أن قيمة الدفعة 10000 دينار كويتي .

الحل

تذكر أن : من الدفعات نصف سنوية والفائدة مركبة لذلك يجب تحويل المعدل السنوي

إلى معدل نصف سنوي باستخدام القانون

$$(م) = (ع+1)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} (1.14) = 1 - 0.07 = 0.93$$

حيث م = عدد مرات إضافة الفائدة في السنة الواحدة

$$\left[\frac{1 - \frac{(1 + \epsilon)^n}{\epsilon}}{\epsilon} \right] \epsilon = \frac{1}{\epsilon} \left[1 - \frac{(1 + \epsilon)^n}{\epsilon} \right]$$

$$\left[\frac{1 - \frac{(1.0677)^{20}}{0.677}}{0.677} \right] 10000 =$$

= 399838.91 دينار كويتي

الحل باستخدام برنامج اكسيل

عن طريق كتابة الدالة

$$=FV(.0677;20;10000;;0)$$

اضغط علامة ☒ ليظهر الحل في الخلية النشطة

399838.91

تدريب (4):

أوجد جملة 5000 دينار كويتي تودع أول كل سنتين لمدة 20 سنة إذا كان معدل الفائدة السنوي المركب 10 %

الحل

تذكر أن : المعدل السنوي والمدد كل سنتين يجب تحويل المعدل من معدل سنوي إلى

معدل السنتين عن طريق القانون

$$\epsilon^{(n)} = (1 + \epsilon)^n - 1 = 1.10^n - 1 = 21$$

حيث (ن) تمثل عدد فترات اضافية الفائدة بالنسبة لفترة المعدل

$$\left[\frac{1 - \frac{1}{(1 + \frac{r}{100})^n}}{\frac{r}{100}} \right] = \frac{C}{r}$$

$$1 - \left[\frac{1 - \frac{1}{(1.21)^{10}}}{0.21} \right] 5000 =$$

$$= 165006.55 \text{ دينار كويتي}$$

الحل باستخدام برنامج اكسيل

عن طريق كتابة الدالة $=FV(.21;10;5000;;1)$

اضغط علامة ☒ ليظهر الحل في الخلية النشطة

165006.55

تدريبات

1- حل التدربيين 3 ، 4 السابق حلها بطريقة كتابة الدالة بأسلوب مربعات الحوار

عن طريق نافذة (fx) من شريط الأدوات

2- أوجد جملة دفعة مقدارها 1000 دينار كويتي تدفع آخر كل شهرين

لمدة 3 سنوات وتستثمر بمعدل فائدة مركبة 12 %

الحل $E^{(n)} = 0.01906076$

جـ = 21236.44 دينار كويتي

3- أوجد جملة دفعة 10000 دينار كويتي تدفع أول كل سنة لمدة 15 سنة تستثمر

بمعدل فائدة مركبة 6 % سنوياً

الحل جـ = 222759.7

ثانيا : حساب القيمة الحالية لمبلغ واحد أو عدة مبالغ متساوية "دفعات"

وتأخذ الدالة الخاصة بحساب القيمة الحالية لمبلغ واحد أو الدفعات المؤقتة

الشكل التالي

$$= PV (Rate ; Nper ; Pmt ; FV ; Type)$$

- وبعد ادخال الدالة بارقامها اضغط علامة ☒ ليظهر الناتج في الخلية النشطة .
- وكذلك يمكن الدخول إلى هذه الدالة من خلال نافذة (FX) في شريط الاوت من خلال الخطوات الآتية

1. اضغط نافذة FX لتظهر لنا قائمة لصق الدالة .
2. اتجه إلى خانة مالية في الجانب الايمن من الصندوق واضغط عليها
3. تجول في الجانب الايسر حتي تصل لاسم الدالة (PV) واضغط عليها
4. اضغط موافق ليظهر لك المربع الحواري لإدخال البيانات
5. ادخل البيانات وفق معني كل رمز من الرموز
6. اضغط موافق ليتم إدخال الناتج في الخلية النشطة

تدريب (1):

شخص مدين بمبلغ 20000 دينار كويتي تستحق السداد بعد 3 سنوات إذا أراد هذا الشخص سداد ما عليه الآن أوجد المبلغ الواجب سداؤه إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدمة 8 % سنويا

الحل

تذكر أن: المبلغ الواجب سداده اليوم = القيمة الحالية للدين

$$ق.ح = \frac{ق.س}{(1+ع)^ن} = \frac{20000}{(1.08)^3} = 15876.64 \text{ دينار كويتي}$$

باستخدام الحاسب الآلي

أ- عن طريق كتابة الدالة

1. نشط الخلية المطلوب وضع الناتج فيها

2. اكتب الدالة كما يلي

$$=PV(.08;3;;20000;0)$$

3. اضغط علامة ☒ ليظهر الناتج في الخانة النشطة

15876.64

ب- عن طريق الصندوق الحوار

1. نشط الخلية المطلوب وضع الناتج فيها

2. اضغط نافذة من شريط الأدوات لتتسدل لنا قائمة لصق الدالة .

3. اختر من يمين القائمة دوال ومن يسار الصندوق

الدالة

4. اضغط موافق ليظهر لك صندوق الدالة لإدخال البيانات

Rate	0.08
Nper	3
Pmt	20000
Type	0

6. اضغط موافق ليظهر الناتج في الخلية النشطة 15876.64 ديناراً

تدريب (2):

احدي شركات الاسكان تباع شقق تملك بالتقسيط على 20 قسط سنوي قيمة القسط 20000 دينار كويتي فإذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم 12% سنوياً احسب ثمن الشقة النقدي إذا كان القسط :

- أ- يدفع آخر كل سنة
- ب- يدفع أول كل سنة
- ج- يدفع آخر كل سنة بعد فترة سماح 10 سنوات
- د- يدفع أول كل سنة بعد فترة سماح 5 سنوات

الحل

تذكر ان

$$F = \frac{1}{\left[\frac{(1 + r)^n - 1}{r} \right]} \quad \text{حيث } r = \text{ع} \% \text{ و } n = \text{د}$$

∴ ثمن الشقة النقدي = 20000

$$\left[\frac{1}{\frac{20(1.12)}{0.12}} - 1 \right]$$

= 149388.87 دينار كويتي

الحل:- باستخدام طريقة كتابة الدوال من خلال برنامج اكسيل

1. نشط الخلية المراد وضع الناتج فيها

2. اكتب الدالة كما يلي

PV(.12;20;20000;;0)

3. اضغط علامة ☒ ليظهر الناتج في الخلية النشطة

149388.87

ب- القسط يدفع أول كل سنة

$$\left[\frac{1}{\frac{N(ع+1)}{ع}} - 1 \right] \text{ تذكر ان ق ح } = \frac{ع}{100} \% = د$$

∴ ثمن الشقة النقدي = 20000

$$(1.12) \left[\frac{1}{\frac{20(1.12)}{0.12}} - 1 \right]$$

= 167315.53 دينار كويتي

الحل:- باستخدام طريقة كتابة الدوال من خلال برنامج اكسيل

1. نشط الخلية المراد وضع الناتج فيها

2. اكتب الدالة كما يلي

$$=PV(.12;20;20000;;1)$$

3. اضغط علامة ☒ ليظهر الناتج في الخلية النشطة

167315.53

ج- القسط يدفع آخر كل سنة بعد فترة سماح 10 سنوات

تذكر أن

$$ق ح م / م = \frac{1}{(1 + \frac{ع}{100})^n} \left[\frac{1}{\frac{ع}{100}} - 1 \right] \quad د =$$

ثمن الشقة النقدي

$$20000 - \left[\frac{1}{10(1.12)} \right] \left[\frac{1}{0.12} - 1 \right]$$

- 48099.22

الحل:- باستخدام كتابة الدوال من خلال برنامج اكسيل

ويتم الحل في هذه الحالة على مرحلتين كما يلي :-

1. نشط احدي الخلايا لتلقي اجابة المرحلة الاولى

2. اكتب الدالة للدفعات كما يلي

$$=PV(.12;20;20000;;0)$$

3. اضغط علامة ☒ ليظهر الناتج في الخلية النشطة

149388.87

4. نشط خلية أخرى لتلقي الناتج النهائي

5. أكتب الدالة لحساب القيمة الحالية لناتج المرحلة الأولى كما يلي

$$PV(.12;10;;149388.87;0)$$

6. اضغط علامة ☒ ليظهر الناتج النهائي فيها

48099.22

د- القسط بدفع أول كل سنة بعد فترة سماح 5 سنوات

تذكر أن

$$ق ح م / ق م ع \% = \left[\frac{1}{1 - (ع + 1)^{-20}} \right] \left[\frac{\frac{1}{(ع + 1)^{-20}} - 1}{ع} \right]$$

ثمن الشقة النقدي = 20000

$$\left[\frac{1}{4(1.12)} \right] \left[\frac{\frac{1}{12(1.12)^{20}} - 1}{12} \right]$$

= 94939.33

الحل:- باستخدام طريقة كتابة الدوال من خلال برنامج اكسيل

ويتم الحل ايضا في هذا التدريب على مرحلتين كما يلي :-

1. نشط احدي الخلايا لتلقي اجابة المرحلة الاولى

2. اكتب الدالة كما يلي

$$=PV(.12;20;20000;;1)$$

3. اضغط علامة ☒ ليظهر الناتج في الخلية النشطة

167315.53

4. نشط خلية أخرى لتلقي الناتج النهائي

5. اكتب الدالة لحساب القيمة الحالية لناتج المرحلة الأولى كما يلي

$$=PV(.12;5;;167315;0)$$

6. اضغط علامة ☒ لإدخال الناتج النهائي إلى الخلية النشطة

94939.33

تدريبات

1- اعد حل التدريب الاول بطريقة صناديق الحوار من خلال نافذة **FX** في

شريط الأدوات

2- اشترى شخص شقة تملك على أن يسد ثمنها على أقساط ربع سنوية قيمة كل

قسط 8000 دينار كويتي لمدة 10 سنوات أحسب ثمن شراء الشقة نقدا إذا

علمت أن معدل الفائدة المركب 12% سنويا وذلك بطريقتي التعامل مع اكسيل

FX

طريقة كتابة الدوال وطريقة صناديق الحوار
في شريط الأدوات وفقا
للحالات الآتية :-

أ- القسط الربع سنوي يدفع آخر كل 3 شهور

188757.4

الحل

ب- القسط الربع سنوي يدفع أول كل 3 شهور

194175.61

الحل

ثالثا : حساب القيمة الحالية لعدة مبالغ سواء مختلفة أو متساوية أو

النوعين معا من خلال اكسيل

فيما يلي تعريفه بصافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية وذلك من خلال الدالة
Net Present Value Function (NPV) ونأخذ الشكل التالي

$$= \text{NPV}(\text{Rate} ; \text{inflow1} ; \text{inflow 2} ; \dots ; \text{inflow29})$$

ويلاحظ أن الدالة السابقة يمكنها حساب صافي القيمة الحالية لعدد 29 تدفق
نقدي على 29 فترة زمنية يتم كل منها آخر كل فترة ويتم إدخال التدفقات الداخلة بقيمة
موجبة أما التدفقات الخارجة فتوضع بقيمة سالبة .
وإذا كان هناك أكثر من تدفق نقدي سواء داخل أو خارج توضع تلك التدفقات
بين قوسين () لتدل على إنها تمت في نفس الفترة الزمنية

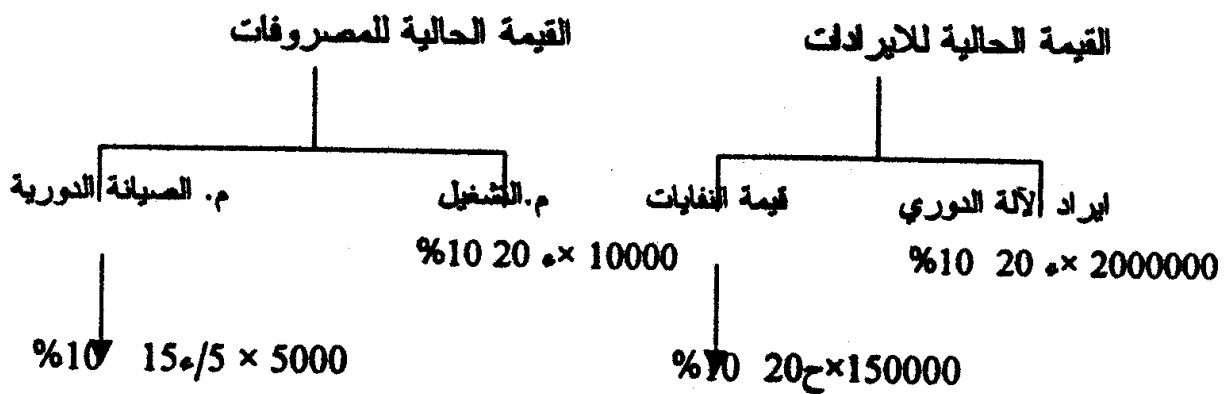
تدريب (1):

شخص يريد شراء آلة تعطي إيراد آخر كل سنة 2000000 دينار كويتي
عمرها الإنتاجي 20 سنة تباع في نهايتها كنفاية بمبلغ 1500000 دينار كويتي كما
تحتاج هذه الآلة إلى مصروفات تشغيل 10000 دينار كويتي أول كل سنة وتحتاج إلى
صيانة دورية قدرها 5000 دينار كويتي تبدأ بعد فترة ضمان 5 سنوات وتُدفع للوكيل
آخر كل سنة فإذا كان معدل الفائدة 10% احسب ثمن شراء الآلة .

الحل

تذكر أن

ثمن شراء الآلة اليوم =



$$\text{ثمن شراء الآلة اليوم} = 17027127.44 + 22296.54 + 93649 + 23613.88 = 16932160.9 \text{ ديناراً كويتياً}$$

ويمكن الحل باستخدام طريقة كتابة الدالة كما يلي :-

1. تحديد الخلية النشطة التي تفضل وضع الناتج بها

2. كتابة الدالة كما يلي

$$= NPV (.10; (2000000-10000); 1990000;$$

$$1990000; 1990000; 1990000; 1990000;$$

$$(2000000-10000-5000); 1985000; 1985000;$$

$$.....; (2000000+150000-5000))-10000$$

3. اضغط مفتاح ☒ ليظهر الناتج في الخلية النشطة

16932160.9

ملاحظات على الحل

1. مصروفات التشغيل التدي تدفع في بداية كل سنة تخصم سنويا من الإيراد

$$1990000 = (2000000 - 100000)$$
2. مصروفات تشغيل أول سنة توضع بعد كتابة الدالة تمام بالسالب وهذا يعني أن أي مصروفات أو تكاليف في بدء المشروع توضع في النهاية بالسالب
3. يتم خصم مصروفات الصيانة بداية من السنة السادسة حيث إنها تدفع آخر كل سنة بعد مرور 5 سنوات ضمان

$$1985000 = (2000000 - 10000 - 5000)$$
4. يتم إضافة مبلغ الخردة في نهاية السنة العشرين إلى الإيرادات مع ملاحظة عدم خصم مصروفات تشغيل جديدة ودفع مصروفات الصيانة

$$2145000 = (2000000 + 15000 - 5000)$$

ويمكن كذلك الوصول إلى نفس الناتج من خلال طريقة صناديق الحوار عبر نافذة الدالة FX من شريط الأدوات وفق الخطوات الآتية وعلى مرحلتين إذا تطلب الأمر :-

- 1- تنشيط الخلية المطلوب وضع نتيجة المرحلة الأولى فيها
- 2- اضغط نافذة FX من شريط الأدوات لتتبدل قائمة لصق الدالة
- 3- اضغط مالية من يمين القائ NPV من يسار القائمة لينفتح لك الصندوق الحواري لإدخال البيانات
- 4- ادخل البيانات كما يلي

Rate = .10

Inflow 1 = 2000000-10000

Inflow 2 = 1990000

Inflow 6 = 2000000-10000-5000

Inflow 7 = 1985000

Inflow 20 = 2000000 + 150000-5000

- 5- اضغط علامة ☒ لتظهر نتيجة المرحلة الأولى في الخلية النشطة

16942160.9

- 6- يتم خصم تكاليف أو مصروفات التشغيل المقدمة في أول السنة الأولى وقدرها

16942160.9

10000 ديناراً كويتي ليصبح الناتج النهائي

رابعاً : استهلاك القروض بطريقة القسط المتساوي من الأصل والفوائد

معا

بمعنى سداد القروض بأنواعها على أساس قسط متساوي ويحتوي على جزئين الأول يسمى الاستهلاك ويتولى سداد جزء من القرض والثاني يسمى الفائدة ويتولى سداد الفوائد المستحقة عن الفترة الزمنية الأخيرة وفي هذا المجال توجد ببرنامج اكسيل عدة دوال لإيجاد أي مجهول يطلب منك في المشاكل من مثل هذا النوع وفيما يلي نحاول التعرف على أهم تلك الدوال ووظيفة كل منها .

أ- حساب القسط المتساوي من الأصل والفوائد معا تستخدم الدالة PMT

$$= \text{PMT} (\text{Rate} ; \text{Nper} ; \text{Pv} ; \text{Fv} ; \text{type})$$

حيث يمثل PV أصل القرض

ب- حساب الفائدة المستحقة عن فترة معينة تستخدم الدالة IPMT

$$= \text{IPMT} (\text{Rate} ; \text{per} ; \text{per} ; \text{Pv} ; \text{Fv} ; \text{type})$$

حيث يمثل per الفترة الزمنية المطلوب حساب الفائدة الخاصة بها

ج- حساب قيمة الاستهلاك عن فترة معينة وتستخدم دالة PPMT

$$= \text{PPMT} (\text{Rate} ; \text{per} ; \text{per} ; \text{Pv} ; \text{Fv} ; \text{type})$$

يلاحظ أن حاصل جمع دالة IPMT "الفائدة" مع الدالة PPMT "الاستهلاك" لفترة

زمنية معينة = ناتج دالة القسط المتساوي PMT

د- حساب عدد الفترات اللازمة لاستهلاك قرض ما بطريقة القسط المتساوي من

$$= \text{Nper} (\text{Rate} ; \text{pmt} ; \text{Pv} ; \text{Fv} ; \text{type})$$

الأصل والفوائد معا = دالة Nper

تدريب :

افترضت شركة مروة للإلكترونيات مبلغ 12000000 ديناراً كويتياً من بنك الحرية لمدة 15 سنة وذلك بمعدل فائدة مركبة 10% سنوياً واتفقت الشركة مع البنك على سداد هذا القرض على أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معا .
والمطلوب :

- 1- حساب قيمة القسط المتساوي
 - 2- حساب كل من الاستهلاك الأول ، الثاني ، الثامن ، الرابع عشر
 - 3- حساب الفائدة الأولى ، السابعة ، الأخيرة
 - 4- إذا علمت أن قيمة القسط المتساوي = 1577685.6 حدد مدة السداد وذلك باستخدام البرنامج اكسيل في الحاسب الآلي
- الحل

1- حساب قيمة القسط المتساوي من الأصل والفوائد معا

1. تحديد الخلية النشطة

2. كتابة الدالة كما يلي

$$=PMT (.10; 15; 12000000;; 0)$$

3. اضغط علامة ☒ لادخال الناتج إلى الخلية النشطة

1577685.6

ويمكن كذلك الوصول إلى نفس الناتج من خلال نافذة FX وفتح

قائمة لصق الدالة

2- حساب الاستهلاك الأول الثاني الثامن الرابع عشر

- لحساب الاستهلاك الأول

1- تحديد الخلية النشطة

2- كتابة الدالة كما يلي

$$=PPMT (.10;1;15; 12000000;; 0)$$

3- اضغط علامة ☒ لادخال الناتج في الخلية النشطة 377685.6

لحساب باقي الاستهلاكات تتبع نفس الخطوات مع تغيير رقم " pev " من 1 إلى 2 أو 8 أو 14 الخ

3- حساب الفائدة الأولى ، السابعة ، الأخيرة

- لحساب الفائدة الأولى

1- تحديد الخلية النشطة

2- كتابة الدالة كما يلي

=IPMT (.10;1;15; 12000000;; 0)

3- اضغط علامة ☒ لادخال الناتج إلى الخلية النشطة 1200000

• ملاحظة لحساب باقي الفوائد يتم استخدام نفس الدالة مع تغيير رقم (per) من 1 إلى 7 أو 15 الخ

• يلاحظ أن حاصل جمع الاستهلاك مع الفائدة الأولى = القسط المتساوي وهكذا الأمر لكل استهلاك مع الفائدة الخاصة بنفس السنة

4- حساب عدد الفترات الزمنية لسداد القرض

1- تنشيط إحدَي الخلايا لتلقي النتيجة

2- كتابة الدالة كما يلي =Nper (.10; 1577685.6; 12000000;; 0)

3- اضغط علامة ☒ لادخال الناتج إلى الخلية النشطة 15

تدريب

المطلوب منك تنفيذ عمليات الوصول لحل التدريب السابق من خلال أسلوب صناديق الحوار عن طريق نافذة Fx في شريط الأدوات والوصول إلى الدوال المقصودة

خامسا : استهلاك الأصول الثابتة

يقصد بقسط الإهلاك مقدار النقص الدوري في قيمة الأصل نتيجة الاستخدام ومضي الزمن ولعل من أهم أهداف حساب قسط الإهلاك السنوي تحميل كل سنة بما يجب أن تتحمل من تكاليف تمهيدا لتحمل كل وحدة منتجة بنصيبها من هذه التكاليف. كذلك يجب حساب القسط وتجنبيه سنويا حتي لا تقاجئ المنشأة في نهاية العمر الافتراضي للأصل بتوقفه عن العمل وعدم وجود رصيد لإحلال البديل .

وعموما توجد قيمتان للأصل في حسابات المنشأة أولها قيمة شراء وهي قيمة تاريخية والقيمة الفعلية للأصل والتي تساوي قيمة الشراء (-) مجموع أقساط الإهلاك السنوية المكونة لحساب الأصل عن الفترة المنقضية من تاريخ الشراء.

وهناك عدة أساليب لحساب قسط الإهلاك يقدمها لنا برنامج أكسيل يتوقف استخدام إحداها على الظروف الاقتصادية والتكنولوجية للمنشأة والأصل ويمكن تلخيص أهم هذه الأساليب في :

1. قسط الإهلاك الثابت (SLN)
2. قسط الإهلاك المتناقص (DDB)

وتعتمد الدوال التي يقدمها أكسيل على مجموعة من المصطلحات التي يجب أولا التعرف عليها وهي :

- 1- (Cost) وتعني تكلفة الحصول على الأصل الثابت وقد تشمل على تكلفة شراء الأصل بالإضافة إلى باقي التكاليف حتي يعيد جاهز للعمل .
- 2- (Salvage) وهي قيمة الخردة للأصل الثابت أي القيمة التي يمكن أن يباع بها الأصل في نهاية العمر الإنتاجي له
- 3- (Life) ويقصد بها العمر الإنتاجي للأصل الثابت
- 4- (قسط الإهلاك الثابت) ويقصد به توزيع تكلفة الحصول على الأصل على العمر الإنتاجي على شكل أقساط متساوية .
- 5- (قسط الإهلاك المتناقص) يقصد به توزيع تكلفة الحصول على الأصل على العمر الإنتاجي بطريقة متناقصة من سنة إلى أخرى تأخذ في الاعتبار النقص في اداء الأصل نتيجة التقادم من سنة لأخرى
- 6- دالة SLN لحساب قسط الإهلاك الثابت

$$= \text{SLN}(\text{Cost; salvage; life})$$

- 7- دالة DDB لحساب قسط الإهلاك المتناقص

$$= \text{DDB}(\text{Cost; salvage; life; Period, factor})$$

- 8- (Period) ويقصد به الفترة الزمنية المطلوب معرفة قسط الإهلاك الخاص بها في طريقة القسط المتناقص

- 9- (Factor) معامل أو معدل التناقص أو معدل الاستهلاك وعند تركه خاليا يحسبه الحاسب كما سيوضح فيما بعد حساب قيمة (ل)

- 10- معدل الاستهلاك = $\frac{\text{خ}}{\text{س}} - 1$ وقد يرغب مستخدم الحاسب في وضع

معدل ما من عنده للاستهلاك في خانة (Factor)

تدريب

آلة ثمنها 10000 دينار كويتي عمرها الانتاج 4 سنوات وتبلغ قيمتها كخردة في نهاية المدة 2000 دينار كويتي كون جدول استهلاك الآلة في الحالات الآتية :-

1- قسط الإهلاك ثابت

2- قسط الإهلاك المتناقص لكل سنة من العمر الإنتاجي

الحل

تذكر أن

$$1- \text{ قسط الإهلاك السنوي } = \frac{\text{ش} - \text{خ}}{\text{ن}}$$

$$2000 = \frac{2000 - 10000}{4} = \text{دينار كويتي}$$

ثانيا : قسط الإهلاك المتناقص

أ- حساب نسبة الإهلاك (ن)

$$1 - \left[\frac{\text{خ}}{\text{ش}} \right]^{\frac{1}{\text{ن}}}$$

$$1 - \sqrt[4]{\frac{\text{خ}}{\text{ش}}}$$

$$1 - \sqrt[4]{\frac{2000}{10000}}$$

$$= 0.3312597$$

ب- حساب قسط الإهلاك المتناقص :

$$س_1 = ش(ل)$$

$$س_2 = (1-ل)^2(ش)$$

$$س_1 = 3312.6 = 0.3312597 \times 10000$$

$$س_2 = 2215.27 = (0.6687403)^2 \times 3312.6$$

$$س_3 = 1481.44 = (0.6687403)^3 \times 3312.6$$

$$س_4 = 990.7 = (0.6687403)^4 \times 3312.6$$

حيث	ش	تكلفة الأصل
س	س	قسط الإهلاك السنوي
خ	خ	قيمة الخردة
ن	ن	عمر الأصل الانتاجي
ل	ل	نسبة الإهلاك السنوي

استخدام برنامج اكسيل في حل التكرير السابق

• لحساب قسط الإهلاك الثابت

1. تحديد الخلية النشطة

2. كتابة الدالة كما يلي

$$= SLN(10000;2000;4)$$

3. اضغط علامة ☒ لإدخال النتيجة إلى الخلية النشطة

2000

ويمكن باستخدام طريقة صناديق الحوارات الوصول إلى نفس النتيجة كما يلي :

1- تحديد الخلية النشطة

2- اضغط لتتسلس قائمة لصق الدالة

3- اختر من يمين القائمة واختر الدالة من يسار القائمة ثم

اضغط

4- ادخل البيانات

5- اضغط موافق لإدخال الناتج إلى الخلية النشطة

• حساب قسط الإهلاك المتناقص

1- تحديد الخلية النشطة

2- كتابة الدالة كما يلي

=DDB(10000;2000;4;1;;)

3- اضغط علامة ☒ لإدخال الناتج في الخلية النشطة

* ولمعرفة باقي قيم أقساط الإهلاك المتناقص لباقي سنوات العمر الإنتاجي يتم تكرار نفس الخطوات السابقة مع تغيير رقم السنة " الفترة " في خانة (Period) من 1 إلى 2 إلى 3 إلى 4

ويمكن كذلك استخدام طريقة صناديق الحوالات للوصول إلى نفس الناتج كما يلي :

- 1- تحديد الخلية النشطة
- 2- اضغط نافذة لتتعدل قائمة لصق الدالة
- 3- اختر من الجانب الأيمن للقائمة واختر الدالة من الجانب الأيسر ثم اضغط
- 4- ادخل البيانات
- 5- اضغط موافق لإدخال الناتج إلى الخلية النشطة



الفصل العاشر

تمارين متنوعة

الفصل العاشر

تمارين متنوعة

1. استثمر مبلغ لمدة 240 يوما بمعدل فائدة سنوي 6% وقد وجد أن الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة ديناراً كويتي واحد، فما مقدار المبلغ المستثمر وما مقدار الفائدة التجارية والصحيحة إذا علم أن السنة التي تم فيها الاستثمار كانت سنة بسيطة.
2. إذا كان معدل الخصم يساوي معدل الفائدة وإذا كانت جـ هي القيمة الاسمية لدين يستحق السداد بعد مدة معينة، أ هي القيمة الحالية الصحيحة، فبرهن على أن نسبة الخصم التجاري إلى الخصم الصحيح كنسبة جـ إلى أ مهما كانت المدة ومهما كان معدل الخصم.
3. إذا علم أن القيمة الاسمية لمبلغ يستحق السداد بعد ستة شهور من الآن هي 1050 ديناراً كويتي فاحسب:
 - أولاً: القيمة الحالية الصحيحة والتجارية.
 - ثانياً: معدل الخصم.
 - ثالثاً: الخصم التجاري والخصم الصحيح.ونلك إذا علمت أن الخصم التجاري = 1.05 من الخصم الصحيح وأن معدل الخصم يساوي معدل الفائدة.
4. إذا كان الفرق بين الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية لرأس مال قدره 210 ديناراً كويتي هو 0.35 من الدينارات، فكم تكون المدة بالأيام إذا كان معدل الفائدة البسيطة 3% سنوياً.

5. اقترض شخص مبلغ 1000 ديناراً كويتي من أحد البنوك بمعدل 6% سنوياً لمدة 18 شهراً على أن يسدد فوائد القرض بصفة دورية كل ثلاثة شهور وعلى أن يسدد فوائد القرض بصفة دورية كل 3 شهور وعلى أن يسدد أصل القرض في نهاية المدة - وقد قام المدين بسداد الفوائد الدورية الثلاث الأولى في موعدها واتفق مع البنك على تأجيل سداد الفوائد الدورية الباقية حتى نهاية مدة القرض على أن تحسب فوائد تأخير على هذه الفوائد الدورية بمعدل 8% سنوياً. كما أن البنك تمكن من استثمار الفوائد الدورية الثلاث التي تسلمها من المدين بمعدل 4% سنوياً حتى نهاية المدة الأصلية للقرض. فالمطلوب حساب معدل الفائدة السنوي الذي حققه البنك من هذه العملية كلها.
6. أحسب الخصم التجاري والخصم الصحيح والقيمة الحالية التجارية والقيمة الحالية الصحيحة لمبلغ 1000 ديناراً كويتي يستحق السداد بعد ستة شهور من الآن وذلك على أساس معدل خصم سنوي قدره 8%.
7. شخص مدين لآخر بمبلغ 200 ديناراً كويتي تستحق بعد 5 شهور، 300 ديناراً كويتي تستحق بعد 10 شهور وقد اتفق مع الدائن على أن يدفع اليوم 80 ديناراً كويتي ويحرر بالباقي سدين لهما نفس القيمة الاسمية يستحق أولهما بعد 6 شهور والثاني بعد سنة. فما هي القيمة الاسمية لكل سند إذا كان معدل الحطية التجارية 6% سنوياً، وإذا فرض أن المدين لم يدفع في ميعاد استحقاق السند الثاني سوى 109.424 ديناراً كويتي واتفق على سدا الباقي بدفع أربعة أقساط شهرية متساوية يستحق أولها بعد شهر. فكم يكون القسط على أساس معدل فائدة 6% سنوياً.

8. تاجر مدين بمبلغ 1000 دينار كويتي تستحق بعد 4 شهور فاتفق مع دائئه على أن يدفع اليوم 180 دينار كويتي ويحرر بالباقي سدين يستحق أولهما بعد 6 شهور والثاني بعد 9 شهور ولهما نفس القيمة الاسمية فما هي تلك القيمة الاسمية إذا كان معدل الخصم التجاري 6%.

- ثم إذا علم أنه عند حلول ميعاد الاستحقاق الخاص بالسند الثاني اتفق الدائن والمدين على أن يكون سداد هذا السند بدفع ثلاثة أقساط شهرية متساوية يدفع أولها بعد شهر من يوم الاتفاق على أساس معدل 6% سنوياً أيضاً. فكم يكون القسط الشهري.

9. اشترى أحد الأشخاص سيارة خاصة ثمنها 900 دينار كويتي خصم له التاجر من هذا الثمن 10% وقد دفع المشتري نصف الثمن فوراً عند استلامه السيارة وتعهد بسداد الباقي على 16 قسطاً شهرياً مقدار كل منها 26.500 دينار كويتي فيما عدا القسط الأخير فإنه يقل عن هذا المقدار بمبلغ 0.25 ديناراً. ثم أحسب معدل الفائدة المئوي السنوي الذي حسب به هذه الأقساط ثم إذا فرض أن المشتري بعد أن سدد القسط العاشر مباشرة أراد سداد الباقي المستحق عليه فوراً فأحسب مقدار ما يسدده إذا خصم له التاجر الأقساط الباقية بمعدل 3% سنوياً فقط وأحسب أيضاً مقدار الفوائد التي يكون قد تحملها في العملية كلها في الحالة وأيضاً في حالة ما إذا كان قد استمر في سداد الأقساط المتفق عليها في مواعيدها.

10. شخص مدين لآخر بالمبالغ: 400 دينار كويتي تستحق بعد 3 شهور، 400 دينار كويتي تستحق بعد 6 شهور، 600 دينار كويتي تستحق بعد 9 شهور. وقد اتفق مع دائئه على أن يدفع له اليوم 170 دينار كويتي ويسدد الباقي بالطريقة الآتية: الربع بموجب سند يستحق بعد سنة والثلاثة الأرباع الباقية يدفع 12 قسطاً شهرياً متساوية. أوجد القيمة الاسمية للسند. ومقدار القسط الشهري

إذا كان معدل الحطيطة الخارجية والفوائد في جميع العمليات السابقة هو 4% سنوياً.

11. (أ) أودع تاجر 500 ديناراً كويتي في بنك أول شهر من الشهور الخمسة الأولى لسنة 2005 وسحب 400 ديناراً كويتي في آخر كل شهر من الشهور الخمسة التالية أوجد رصيد هذا التاجر في البنك في آخر ديسمبر سنة 2005 إذا كان معدل الفائدة 2% سنوياً.

(ب) المطلوب إقفال الحساب الجاري الآتي بتاريخ 31 أغسطس سنة 2006 مع العلم بأن الفوائد المدينة تحسب بمعدل 6% سنوياً والدائنة بمعدل 2% سنوياً وأن تاريخ الاستحقاق للمبالغ المودعة هو اليوم التالي للإيداع.

منه	له
في يوم 5 يولييه 450 ج سحب بتاريخه	في 25 يولييه 750 ج إيداع بتاريخه
في 17 أغسطس 300 ج سحب بتاريخه	في 28 أغسطس 400 ج إيداع بتاريخه

12- تاجر مدين بالأوراق الآتية:

400 ديناراً كويتي استحقاق 5 شهور

200 ديناراً كويتي استحقاق 6 شهور

300 ديناراً كويتي استحقاق 9 شهور

وقد سدد اليوم 350 ديناراً كويتي من أصل هذه الديون وحرر بالباقي سندين. القيمة الإسمية للأول صنف القيمة الإسمية للثاني والأول يستحق بعد 3 شهور والثاني بعد سنة فكم تكون القيمة الإسمية لكل سند إذا كان معدل الحطيطة 6% سنوياً.

- وإذا علم أن التاجر لم يسدد السندين إلا بعد شهرين من تاريخ استحقاق السند الثاني فكم دفع عندئذ إذا حسب فوائد التأخير بمعدل 4.5% سنوياً.

13- (أ) اقترض شخص 600 دينار علي أن يسدد ها علي أربعة أقساط متساوية يدفع القسط آخر كل 3 شهور مع حساب فائدة بمعدل 6% سنويا فما مقدار القسط، وإذا علم أن الدائن استثمر الأقساط بمعدل 3% سنويا بمجرد استلامها من المدين، فما هو معدل الفائدة الذي حققه في السنة كلها .

(ب) المطلوب إقفال الحساب الجاري الآتي بتاريخ 30 أبريل 2004 مع العلم بأن الفوائد المدينة تحسب بمعدل 6% سنويا والفوائد الدائنة بمعدل 2% سنويا وأنه لا تحسب فوائد دائنة علي رصيد أقل من 250 دينارا.

منه	له
في 3 أبريل 150 دينار سحب بتاريخه	في 12 أبريل 500 دينار إيداع بتاريخه
في 17 أبريل 250 دينار سحب بتاريخه	في 21 أبريل 200 دينار إيداع بتاريخه

14- أتم كشف الخصم الآتي معتمدا علي المعلومات الواردة به:
بنك

القاهرة في 16 مايو سنة 2004

كشف خصم الأوراق الواردة من

عدد الأوراق 4 القيمة الاسمية دينار الصافي دينار
معدل الحطية% معدل العمولة 0.1% معدل مصروفات التحصيل 0.0%
(بحد أدنى 200 فلس وذلك علي الورقتين الثالثة والرابعة)

مصروفات التحصيل			نمر	أيام	استحقاق	المسحوب عليه	القيمة الاسمية	
دينار	فلس	معدل					دينار	فلس
-	-	-	-	-	25 يونيو	القاهرة	300	-
-	-	-	20000	-	-	الإسكندرية	400	-
000	-	%01	1200	60	-	أخميم	-	-
-	200	-	10000	-	24 أغسطس	منفلوط	-	-
بيان القسط								
فلس دينار								
9.000 حطية بمعدل % سنويا								
عمولة بمعدل %01								
مصروفات تحصيل								
الصافي استحقاق								

15- اقترض أحد الأفراد من آخر في آخر أبريل 2004 مبلغ 800 ديناراً كويتي

وتعهد بدفع هذا الدين بالكيفية الآتية:

- 1 - مبلغ 200 ديناراً كويتي بموجب سند أذني لمدة 3 شهور حتى إذا خصمه الدائن يوم الإقراض في بنك بمعدل 6% سنوياً يحصل على هذا المبلغ.
- 2 - الباقي وقدره 600 ديناراً كويتي يسدد على ستة أقساط متساوية يدفع كل منها في آخر كل شهرين بفائدة 6% سنوياً. فإذا علم أن المدين تأخر في دفع جميع المبالغ التي تعهد بدفعها إلى انتهاء سنة كاملة من تاريخ عقد القرض وأن الدائن حسب عليه فوائد تأخير بمعدل 7% سنوياً فكم يكون المبلغ الذي يدفعه المدين في نهاية السنة.

16- عقد تاجر مع آخر اتفاقاً على أن يشتري منه بضاعة بمبلغ 500 ديناراً كويتي يدفع 20% منه فوراً والباقي على أربعة أقساط متساوية من رأس المال والفوائد معاً كل منها يدفع في آخر كل ثلاثة شهور بمعدل 8% سنوياً ولنفرض أن المشتري بعد أن دفع القسط الأول في ميعاده اتفق مع البائع على تأجيل سداد الأقساط الباقية إلى ما بعد استحقاق القسط الأخير بمدة 30 يوماً فكم يكون المبلغ الذي يدفعه عندئذ إذا حسبت فوائد التأخير بمعدل 9% سنوياً.

17- (أ) تاجر مدين لأحد البنوك بمبلغ 1000 ديناراً كويتي استحقاق 31 مارس سنة 2004 سدد في 10 يناير 2004 من أصل هذا المبلغ 300 ديناراً كويتي واتفق مع البنك على أن يحرر لأمره سندين ذوي قيمة اسمية واحدة أولهما استحقاق 15 مارس 2004 وثانيهما استحقاق 30 أبريل 2004 والمطلوب معرفة القيمة الاسمية لكلا السندين مع العلم بأن معدل الفائدة 7.5% سنوياً.

(ب) اشترى تاجر بضاعة بمبلغ 840 ديناراً كويتي وبعد أن أبقاها لديه سنة كاملة باعها بمبلغ 933.800 ديناراً كويتي بموجب سند لأمره لميعاد 8 شهور. فإذا علم أن معدل فائدة النقود 6 % فكم يكون مكسبه الحقيقي.

18- (أ) اتفق أحد المحال التجارية مع أحد البنوك في أول أبريل سنة 2004 على أبدال سند أنني قيمته 2601 ديناراً كويتي استحقاق 5 مايو 2004 بثلاث سندات أذنية استحقاقاتها على التناظر 10 أبريل، 20 مايو، 25 مايو من سنة 2004 فإذا علم أن القيمة الاسمية للسند الأول 1200 ديناراً كويتي وللند الثاني 800 ديناراً كويتي فكم تكون القيمة الاسمية للسند الثالث بفرض أن معدل الفائدة 6% سنوياً.

(ب) كمبيالة قيمتها 75 ديناراً كويتي استحقاق 31 يوليه 2004 خصمت في البنك يوم 20 مايو 2004 بحطيطة بمعدل 7% سنوياً وعمولة مصرفية بمعدل

0.5% ومصاريف تحصيل مقدارها 150 مليماً فكم يكون المعدل السنوي الحقيقي
لخصم هذه الورقة؟

19- المطلوب إعادة وضع حساب فاتورة الخصم الآتية بصورتها النهائية وفقاً
للمعلومات المبينة فيها:

البنك الأهلي المصري

فرع السويس

تاريخ الخصم 6 مايو 2004

مصاريف التحصيل			النمر	رقم الخصم	الاستحقاق	المسحوب عليه	القيمة الاسمية	
دينارا	فلس	المعدل					دينارا	فلس
-	-	-	8140	31	31 مايو 2004	القاهرة	276	500
-	-	01%		56	18 يونيو 2004	السنبلاوين	47	600
-	-	01%	13440			الافو		
-	-	-				الإسكندرية		
بيان القطع								
5.461 الحطية بمعدل % سنوياً								
عمولة مصرفية بمعدل 01%								
مصاريف التحصيل								
الصافي استحقاق								

مع العلم بأن مصاريف التحصيل عن الورقة الواحدة لا تقل عن 150 فلساً

20- اقترض شخص من آخر مبلغ 1000 ديناراً كويتي وتعهد بسداد هذا المبلغ بالكيفية الآتية:

(أ) 200 ديناراً كويتي بموجب سند لأمر الدائن يستحق في نهاية 3 شهور حتى إذا قطعه الدائن اليوم في بنك بمعدل 8% سنوياً يحصل على 200 جنيه في تاريخ عقد القرض.

(ب) 600 ديناراً كويتي بموجب سند لأمر الدائن يستحق في نهاية سنة من تاريخ عقد القرض مع دفع فائدة هذا المبلغ كل شهرين بمعدل 8% سنوياً.

(ج) 200 ديناراً كويتي تسدد على أربعة أقساط ربع سنوية متساوية أولها يستحق في نهاية الشهور الثلاثة الأولى من تاريخ عقد القرض - مع العلم بأن معدل الفائدة 8 % سنوياً. ولنفرض أن المدين تأخر في دفع ما عليه في جميع الحالات الثلاث السالفة إلى انتهاء سنة كاملة من تاريخ عقد القرض وأن الدائن حسب عليه فوائد تأخير بمعدل 9% سنوياً فما المبلغ الذي يجب أن يدفعه المدين عندئذ.

21- اقترض أحد الأفراد من آخر في آخر فبراير سنة 2004 مبلغ 500 ديناراً كويتي واتفق معه على ألا يطالبه بسداد هذا المبلغ في مدة تقل عن سنتين وتعهد بدفع فوائد المبلغ في آخر كل شهرين بمعدل 6% سنوياً. وقد قام المقرض بسداد جميع الفوائد الدورية المستحقة في خلال سنة 2004 في مواعيدها ثم اتفق مع دائئه على تأجيل للفوائد الدورية الباقية إلى آخر مارس سنة 2006 على أن تحسب فوائد التأخير بمعدل 8% سنوياً لكل مبلغ (أصلاً كان أم فائدة) يكون قد تأخر عن موعد استحقاقه والمطلوب

(أ) إيجاد المبلغ الذي يجب أن يدفعه المدين في آخر مارس سنة 2006 وبفرض أن المبلغ الأصلي يستحق في انتهاء سنتين من تاريخ القرض.

(ب) لنفرض أن المقرض في (أ) قام في يوم آخر مارس سنة 2006 بسداد جميع الفوائد المستحقة عندئذ من فوائد دورية وفوائد تأخير إلا أنه لم يسدد قيمة

القرض (المبلغ الأصلي) بل اتفق مع دائته على أن يحرر لأمره فيما يختص بهذه القيمة سنداً يستحق في آخر يونيه سنة 2006 فكم يجب أن تكون قيمة هذا السند بفرض أن معدل الحطيطة في البنوك هو 8% سنوياً.

22- (أ) تاجر مدين لآخر بالأوراق الآتية: 200 ديناراً كويتي استحقاق 28 فبراير 2004، 350 ديناراً كويتي استحقاق 31 مارس سنة 2004، 500 ديناراً كويتي استحقاق 31 مايو سنة 2004 فإذا فرض أن المدين والدائن اتفقا على أن تستبدل بهذه الأوراق ورقة واحدة تستحق في 30 أبريل 2004 فكم يجب أن تكون القيمة الاسمية لهذه الورقة إذا كان سعر الفائدة 7.5% سنوياً.

(ب) اقترض شخص من آخر في 31 ديسمبر 2004 مبلغ 400 ديناراً كويتي بفائدة 6% سنوياً ودفع من حساب هذا القرض 20 ديناراً كويتي في آخر كل شهر ابتداء من آخر يناير 2005 وبعد أن دفع قسط آخر ديسمبر 2005 اتفق مع الدائن على أن يسدد الباقي المستحق عليه بأقساط شهرية متساوية من رأس المال والفائدة معاً، والمطلوب إيجاد القسط الشهري بفرض أن سعر الفائدة لهذه الأقساط 6.5 سنوياً (باعتبار الشهر 30 يوماً).

23- (أ) تاجر مدين لأحد البنوك بمبلغ 300 ديناراً كويتي استحقاق 30 أبريل سنة 2004 سدد في 28 فبراير من أصل هذا المبلغ 100 ديناراً كويتي واتفق مع البنك على أن يحرر لأمره بالباقي سدين ذوي قيمة اسمية واحدة أولهما يستحق في 31 مارس سنة 2004 وثانيهما في 31 مايو سنة 2004 والمطلوب إيجاد القيمة الاسمية لكلا السدين مع العلم بأن معدل الفائدة 7.5% سنوياً.

(ب) بضاعة معروضة للبيع لميعاد 3 شهور أو خصم 4% لقاء دفع الثمن فوراً فإذا علم أن تاجراً اشترى جزءاً من هذه البضاعة فوراً وأراد أن يبيعها بمكسب

صافي بمعدل 20% من الثمن الذي يبيعها به وأن هذا الثمن هو 240 ديناراً كويتي فكم يجب أن تكون قيمة فاتورة الشراء.

24- اشترى شخص من أحد المحال التجارية بضاعة بمبلغ 500 ديناراً كويتي ودفع من ثمنها فوراً 100 ديناراً كويتي واتفق على أن يسدد الباقي على 12 قسماً شهرياً متساوياً يدفع القسط في آخر كل شهر بفائدة بسيطة بمعدل 6% سنوياً. وبعد أن دفع الأقساط الثمانية الأولى في مواعيدها اتفق مع دائته على تأجيل دفع الأقساط الباقية إلى ما بعد استحقاق القسط الأخير بشهرين والمطلوب إيجاد:

- أولاً: قيمة القسط الشهري.

- ثانياً: المبلغ الواجب دفعه عند انقضاء مدة التأخير إذا حسبت فوائد التأخير بمعدل 9% سنوياً.

25- اقترض أحد الأفراد من آخر في آخر مارس 2004 مبلغ 300 ديناراً كويتي على أن يسدده في آخر ديسمبر 2005 وأن يدفع فوائده بسعر 6% سنوياً في آخر كل شهر فإذا علم أن المدين سدد فوائد سنة 2004 في مواعيدها واتفق مع دائته على تأجيل باقي الفوائد والدين الأصلي إلى يوم 10 يناير سنة 2006 فما هو المبلغ الذي يدفعه عندئذ إذا حسبت فوائد التأخير بمعدل 8% سنوياً.

26- اقترض تاجر من بنك مبلغاً من النقود بضمانة أوراق مالية واتفق مع البنك على أن يخصم من أصل القرض 2% نظير التثمين والتخزين ويتسلم هو الباقي ويسدد القرض بالطريقة الآتية:

- ويتسلم هو الباقي ويسدد القرض بالطريقة الآتية:

النصف بموجب سند لمدة سنتين يدفع القسط في آخر كل شهر والنصف الآخر بموجب 12 قسطاً شهرياً متساوياً فإذا علم أن التاجر قبض من أصل الدين 4900 ديناراً كويتي وأن الفوائد حسبت بمعدل 6% سنوياً فأوجد:

أولاً: القيمة الاسمية للسند.

ثانياً: قيمة القسط الشهري.

27- شخص مدين بالأوراق التالية:

790 ديناراً كويتي استحقاق 5 مارس.

450 ديناراً كويتي استحقاق 25 مارس.

فأراد أن يسدد هذه الأوراق بورقة واحدة قيمتها الاسمية 1590 ديناراً كويتي فما هو تاريخ استحقاق هذه الورقة الجديدة إذا حسبت الفوائد بمعدل 5% سنوياً.

28- تاجر مدين بالمبالغ الآتية:

400 ديناراً كويتي استحقاق 31 مايو 2004

800 ديناراً كويتي استحقاق 31 يوليو 2004

250 ديناراً كويتي استحقاق 30 سبتمبر 2004

فإذا علم أنه سدد منها المبالغ الآتية:

100 ديناراً كويتي في 4 يونيو 2004

200 ديناراً كويتي في 10 يوليو 2004

300 ديناراً كويتي في 15 أغسطس 2004

فأوجد مقدار ما يسدده في آخر أكتوبر 2004 إذا حسبت الفوائد بمعدل 4.5% سنوياً (الحل بطريقتين مختلفتين).

29- (أ) تاجر مدين بمبلغ 2404.500 ديناراً كويتي يستحق في 15 أكتوبر 2004 فأراد أن يستبدل هذا الدين بأربع كمبيالات متساوية القيمة وتستحق كل منها في منتصف كل شهر ابتداء من شهر أغسطس سنة 2004 والمطلوب معرفة القيمة الاسمية لكل كمبيالة إذا حسبت الفوائد بمعدل 4.5% سنوياً.

(ب) كمبيالة تستحق في 15 يولييه 2004 قطعت في البنك في يوم 16 مايو 2004 بحطيطه بمعدل 6% سنوياً وعمولة ¼ سنوياً ومصاريف تحصيل 10/1% فكان صافيها 1183.800 ديناراً كويتي والمطلوب إيجاد القيمة الاسمية للكمبيالة ثم السعر الحقيقي السنوي للخصم.

30- شخص مدين بمبلغين الأول 600 ديناراً كويتي ويستحق في نهاية ثمانية شهور من اليوم والثاني 900 ديناراً كويتي ويستحق في نهاية السنة من اليوم فاتفق مع أحد البنوك على أن يقوم عنه بسداد هذين الدينين اليوم فكم يكون المبلغ الذي يدفعه البنك لسداد هذين الدينين إذا علم أنه سددهما بحطيطه خارجية بسعر 4.5% سنوياً. ثم إذا علم أن المدين اتفق عندئذ على أن يسدد للبنك ما دفعه عنه على 24 قسطاً متساوياً يدفع كل منها في آخر كل نصف شهر بسعر 6% سنوياً فكم تكون قيمة القسط الذي يدفعه المدين بفرض أن الشهر 30 يوماً.

31- تاجر مدين بالأوراق الآتية: 450 ديناراً كويتي استحقاق 4 شهور، 240 ديناراً كويتي استحقاق 5 شهور. 300 ديناراً كويتي استحقاق 8 شهور فاتفق مع دائنيه على استبدال هذه الأوراق بورقة واحدة تستحق بعد سنة من اليوم، فما هي القيمة الاسمية لهذه الورقة إذا كان معدل الحطيطه التجارية 4% سنوياً. ثم إذا علم أنه عند حلول ميعاد تسديد الورقة الجديدة طلب المدين من بنك أن يسدها عنه ويسترد ما دفعه على 12 قسطاً شهرياً متساوياً يدفع القسط في آخر كل شهر. فما قيمة القسط الشهري الواحد إذا كان معدل الفائدة في البنك 6% سنوياً.

وإذا فرض أن المدين دفع للبنك 9 أقساط في مواعيدها واتفق معه على تأجيل الأقساط الباقية إلى ما بعد نهاية مدة القرض بشهر واحد ، فكم يدفع عندئذ إذا كان معدل فوائد التأخير 8% سنوياً.

32- (أ) اقترض شخص مبلغ 600 ديناراً كويتي على أن يردها بعد سنة مع دفع فوائد الدورية آخر كل شهر بمعدل 6% سنوياً. فإذا فرض أن الدائن أمكنه استثمار كل من الفوائد الدورية العشر الأولى فقط بمجرد استلامه إياها لغاية نهاية العام بمعدل 4% سنوياً. فما هو معدل الفائدة السنوي الذي حققه الدائن في العملية.

(ب) خصم تاجر في بنك في 21 يناير سنة 2004 كمبيلتين الأولى بمبلغ 1000 ديناراً كويتي تستحق في 30 أبريل سنة 2004. وقد حسب البنك يوم مهلة لكل دين وتقاضي عمولة بمعدل 01% من القيمة الاسمية لكل ورقة. فإذا علم أن صافي القيمة الحالية للورقتين كان 2957 ديناراً كويتي. فما هو معدل الحطيطة في البنك.

33- اقترض أحد الأشخاص مبلغ 1000 ديناراً كويتي لمدة 15 شهراً بمعدل فائدة 6% سنوياً. ولكي يتمكن من سداد الدين وفوائده في نهاية تلك المدة اتفق مع أحد البنوك على أن يودع لديه في أول كل شهر 60 ديناراً كويتي طول مدة الدين وعلى أن تحسب له فوائد على المبالغ المودعة بمعدل معين. فإذا علم أن رصيده في البنك في نهاية الخمسة عشر شهراً كان يقل عن المطلوب سداده للدائن بمبلغ 163 ديناراً كويتي فاحسب معدل الفائدة المتفق عليه مع البنك.

34- تاجر مدين بمبلغ 400 ديناراً كويتي تستحق بعد 3 شهور، 500 ديناراً كويتي تستحق بعد 6 شهور وقد اتفق مع دائئه على أن يدفع له اليوم 79 ديناراً كويتي

ويحرر بالباقي سنيين لهما نفس القيمة الاسمية يستحق أولهما بعد 9 شهور والثاني بعد سنة أوجد القيمة الاسمية لكل سند إذا كان معدل الخصم 6% سنوياً.

- وإذا فرض أنه عند حلول ميعاد الاستحقاق للسند الثاني لم يسدده المدين وطلب أن يكون السداد بدفع أربعة أقساط شهرية متساوية يدفع أولها بعد شهر فكم يكون القسط على أساس معدل فائدة 6% سنوياً.

35- شخص مدين بمبلغ 3000 ديناراً كويتي يستحق بعد 9 شهور وقد دفع اليوم لدائته 970 ديناراً كويتي وحرر بالباقي سنيين لهما نفس القيمة الاسمية يستحق الأول بعد 6 شهور والثاني بعد 12 شهراً، فما هي القيمة الاسمية لكل سند إذا كان معدل الخصم التجاري 4% سنوياً.

- ثم إذا أراد المدين في يوم استحقاق السند الثاني أن يسدده بدفع 3 أقساط شهرية متساوية (يدفع أولها بعد شهر) فكم تكون قيمة القسط إذا كان معدل الفائدة 4% سنوياً أيضاً.

36- اقترض شخص مبلغ 1000 ديناراً كويتي على أن يدفعها بعد سنة ويدفع في خلال ذلك فوائدها الدورية في آخر كل شهر بمعدل 3% سنوياً، وبعد أن قام بدفع الفوائد الدورية الأربع الأولى في مواعيدها اتفق على تأجيل دفع باقي الفوائد إلى نهاية السنة مع حساب فوائد تأخير بمعدل 6% سنوياً، وفي نهاية العام دفع نصف المستحق عليه من دين وفوائد واتفق مع الدائن على كتابة سنيين: الأول يستحق بعد شهرين والثاني بعد أربعة شهور والقيمة الاسمية للأول ضعف القيمة الاسمية للثاني، فإذا كان معدل الحطيطة 4% سنوياً، فما هي القيمة الاسمية لكل سند.

37- المطلوب إقفال الحساب الجاري الآتي بتاريخ 30 أبريل سنة 2004 مع العلم بأن معدل الفائدة 3% سنوياً عن شهر مارس ، 4.5% سنوياً عن شهر أبريل.

منه	له
في 4 مارس 120 ديناراً كويتي	في أول مارس 220 ديناراً كويتي
شيك بتاريخه	رصيد قديم
في 5 أبريل 600 ديناراً كويتي	شيك استحقاق 28 فبراير
في 20 أبريل 150 ديناراً كويتي	في 18 مارس 200 ديناراً كويتي
نقدية مودعة بتاريخه	

38- أحسب القيمة الحالية لمبلغ 1000 ديناراً كويتي في جميع حالات التمرين السابق علماً بأن المدة المذكورة هي المدة الباقية على تاريخ الاستحقاق وعلى أن تحسب القيمة:
بطريقة مستقلة.

باستخدام الإجابات في التمرين المذكور.

39- إذا كان المعدل الاسمي السنوي للفائدة هو 5% يدفع على 4 مرات في السنة فاحسب ما يلي:

القيمة الحالية لمبلغ 2000 ديناراً كويتي تستحق السداد بعد 10 سنوات.
جملة مبلغ 2000 ديناراً كويتي بعد 10 سنوات.

40- ما مقدار القيمة الحالية والجملة في التمرين السابق إذا كان المعدل السنوي الاسمي هو 5.2% يدفع 4 مرات في السنة.

41- (أ) أحسب الجملة بفائدة مركبة لمبلغ 1000 ديناراً كويتي استثمار لمدة 12 سنة وثلاثة شهور وعشرة أيام بمعدل فائدة سنوي اسمي قدره 6% يدفع علي مرتين في السنة.

(ب) احسب القيمة الحالية لمبلغ 1000 ديناراً كويتي يستحق السداد بعد 24 سنة وستة شهور وعشرين يوماً علي أساس فائدة مركبة بمعدل 3% سنوياً.

42- احسب من جدول الفائدة المركبة ما يلي:

$$(أ) \quad \overline{s}_{\overline{10}|5}, \overline{s}_{\overline{10}|5}, \overline{s}_{\overline{10}|5}, \overline{s}_{\overline{10}|5}, \overline{s}_{\overline{10}|5}, \overline{s}_{\overline{10}|5}, \overline{s}_{\overline{10}|5}, \overline{s}_{\overline{10}|5}, \overline{s}_{\overline{10}|5}, \overline{s}_{\overline{10}|5}$$

- وذلك علي أساس معدل فائدة حقيقي سنوي قدره 5%
(ب) جملة دفعة نصف سنوية قدرها 100 ديناراً كويتي ومدتها 10 سنوات وعادية وكذلك القيمة الحالية لنفس الدفعة بمعدل فائدة اسمي سنوي قدره 5% يدفع علي مرتين في السنة.

43- أحسب قيمة ما يلي:

$$\frac{2 + \overline{s}_{\overline{14}|5} - \overline{s}_{\overline{10}|5} + \overline{s}_{\overline{13}|5}}{4 + \overline{s}_{\overline{11}|5}}$$

وذلك لجميع معادلات الفائدة في الجداول التي لديك.

44- أودع أحد الأفراد في بنك مبلغ 200 ديناراً كويتي في آخر ديسمبر من كل سنة لمدة 10 سنوات بفائدة مركبة. وفي آخر هذه المدة اتفق مع البنك علي أن يسترد نصف ما يستحقه علي 5 دفعات سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً والنصف الآخر يترك 5 سنوات ويسترد مع أرباحه في نهاية هذه المدة. فإذا كان معدل الفائدة المركبة 2.5% سنوياً في جميع الحالات فأوجد قيمة الدفعة السنوية والمبلغ المستحق للرجل في آخر السنوات الخمس الأخيرة.

45- اشترى شخص في آخر ديسمبر 2004 ما يلي

- (أولاً) حديقة فواكه يقدر لها إيراد سنوي دائم 500 ديناراً كويتي ابتداء من آخر ديسمبر 2009.

- (ثانياً) عقار يبلغ 900 ج آخر كل سنة ابتداء من آخر ديسمبر 2005 وذلك لمدة عاماً وبعدئذ 400 ج آخر كل سنة لمدة العشرين سنة التالية ثم يؤول الي أنقاض يقدر ثمنها مع الأرض المقام عليها العقار بمبلغ 4000 ديناراً كويتي

- وقد وجد هذا الشخص أن الثمن الذي دفعه لشراء حديقة يحقق له فوائد بمعدل 5% سنوياً والذي دفعه لشراء العقار يحقق له فوائد بمعدل 4.5% سنوياً. فما هو ثمن الشراء في كل من الحالتين.

ولنفرض أنه عرض على المشتري بدلاً من الحديقة حديقة أخرى تبلغ نفس الإيراد السنوي للحديقة الأولى ولكن ابتداء من آخر السنة الأولى وثمنها يزيد عن ثمن الأولى 1773 ديناراً كويتي فما هو معدل الفائدة الذي يحققه في هذه الحالة. كذلك إذا فرض أن المشتري دفع في العقار 500 ديناراً كويتي زيادة عن الثمن الذي حسبته لشرائه فماذا يجب أن يكون ثمن الأنقاض والأرض حتى لا يتغير معدل فائدة الاستثمار في العقار.

46- أنشأت إحدى الشركات صندوق إخبار لموظفيها يودع فيه لحساب كل موظف 10% من المرتب السنوي آخر كل سنة من سنوات خدمته على أن تعلق هذه المبالغ بفوائد بمعدل سنوي 3% وعلى أن تصرف له جملة المبالغ المودعة لحسابه عند تركه الخدمة، أوجد المبلغ المستحق لموظف ترك الخدمة بعد التحاقه بها بمدة 15 سنة علماً بأن مرتبه السنوي كان 300 ج في السنوات الخمس الأولى، 500 ديناراً كويتي في السنوات الخمس الثانية، 700 ديناراً كويتي في السنوات الخمس الأخيرة.

- وإذا فرض أن هذا الموظف اتفق مع الشركة على أن يأخذ بدلاً من المبلغ المستحق له 10 دفعات سنوية فورية، فما مقدار مبلغ الدفعة على أساس نفس معدل الفائدة السابق ذكره.

47- أنشأت إحدى الشركات صندوق إخبار لموظفيها شروطه كالآتي:
- يخصم من الموظف في 31 ديسمبر من كل سنة مبلغاً يعادل 35% من المكافأة السنوية التي تمنح له ويودع لحسابه في الصندوق.
- تدفع للشركة لحساب الموظف في الصندوق مبلغاً يعادل المبلغ الذي يخصم منه.
- تعلق المبالغ المدخلة لحساب الموظف في الصندوق بفائدة مركبة بمعدل 3% سنوياً بالنسبة للمبالغ المستقطعة من مكافأته وبمعدل 2.5% بالنسبة لمدفوعات الشركة لحسابه في الصندوق.

- تصرف المبالغ المدخلة وفوائدها إلى الموظف في نهاية مدة الخدمة فإذا علم أن المكافأة التي تصرفها الشركة لكل موظف في نهاية كل سنة تعادل مرتب 4 شهور فأحسب مقدار المستحق لموظف ترك الخدمة في 31/1/2004 أن قضى بها 12 سنة تماماً وكان مرتبه الشهري 10 ديناراً كويتي عندما بدأ الخدمة وأن هذا المرتب زاد بمعدل 4 جنيه كل سنتين.

48- إذا فرض أن قانون الإصلاح الزراعي وضع قاعدة لحساب ثمن الأراضي

الزراعية وإيجارها على أساس ضريبة الأطنان تتلخص فيما يلي:

- الإيجار السنوي يعادل 7 أكريرب الضريبة.

- ثمن الأرض يعادل 70 مرة مقدار الضريبة.

- ويتبع الأفراد هذه القاعدة في الشراء والإيجار فيما بينهم. والمطلوب حساب

معدل فائدة الاستثمار (الصافي) بالنسبة لشخص يريد أن يستغل أمواله في شراء

أرض زراعية وذلك في الحالات الآتية:

(أ) يشتري حسب القاعدة ويؤجر بمقدار 7 أكريرب الضريبة.

(ب) يشتري بأقل من الثمن حسب القاعدة بمقدار 30% ويؤجر بمقدار 6 أ

أكريرب الضريبة.

(ج) يشتري بأعلى من الثمن حسب القاعدة بمقدار 3% ويؤجر بمقدار 7 أ

أكريرب الضريبة.

50- لرهن بمعنى مالي

$$\rightarrow \frac{1 - (ع + 1)^{-ن}}{ع}$$

$$\rightarrow \frac{م}{ع + 1} - \rightarrow \frac{م}{ع} \times (ع + 1)^{-ن}$$

51- (أ) أراد أحد الأفراد أن يضمن لنفسه دفعه سنوية قدرها 200 ديناراً كويتي

ابتداء من آخر ديسمبر سنة 2004 لمدة 10 سنوات. فما المبلغ الذي يجب أن

يودعه في آخر ديسمبر سنة 1998 لهذا الغرض إذا حسبت الفوائد المركبة بمعدل

2% سنوياً.

(ب) ثم إذا فرض أنه أراد أن يحصل على دفعة سنوية دائمة قدرها 200 ديناراً كويتي فكم يكون المبلغ الذي يودعه في البنك في آخر ديسمبر 1998 إذا علم أن أول دفعه يود أن يحصل عليها في آخر ديسمبر 2004 وسعر الفوائد المركبة 2% سنوياً.

52- أودع رجل في مصرف في أول ومنتصف كل سنة 40 ديناراً كويتي لمدة 10 سنوات بفائدة بمعدل 1.5% عن نصف السنة. وفي نهاية المدة اتفق مع المصرف على استرداد ما يستحقه عندئذ على 10 أقساط نصف سنوية متساوية يدفع كل منها في آخر كل نصف سنة بفائدة بمعدل 2% عن نصف السنة وبعد أن استلم ثلاثة من هذه الأقساط طلب من المصرف الرصيد الباقي له دفعة واحدة. فما هو المبلغ الذي يدفعه له المصرف عندئذ؟

53- اتفق أحد الأشخاص مع شركة على أن يدفع لها في آخر ديسمبر من كل عام مبلغ 100 ديناراً كويتي لمدة 10 أعوام تنتهي في آخر ديسمبر 2005 على أن تنفع الشركة لأبنه بعد إيداع الدفعة الأخيرة مباشرة مبلغ 173.139 ديناراً كويتي فكم كان معدل الفائدة المركبة الذي تم الاتفاق بمقتضاه.

- إذا علم أن هذا الشخص توفي بعد دفع قسط آخر ديسمبر 2004 وأن الوصي على الابن اتفق مع الشركة على عدم دفع باقي الأقساط وأن تنفع الشركة له في آخر ديسمبر 2007 مبلغ 850 ديناراً كويتي فقط. فماذا كان مكسب الشركة يوم الاتفاق بفرض أنه تم دفع القسط السابع مباشرة.

54- أحد الأفراد مدين بالمبالغ الآتية:

1000 ديناراً كويتي تستحق في نهاية 3 سنوات

1500 ديناراً كويتي تستحق في نهاية 5 سنوات

2000 ديناراً كويتي تستحق في نهاية 6 سنوات

والمطلوب إيجاد:

(أولاً) المدة التي في نهايتها يمكن سداد مجموع هذه المبالغ مرة واحدة بدون مكسب أو خسارة.

(ثانياً) إيجاد المبلغ الواجب دفعه في نهاية 5 سنوات سداداً لهذه الديون إذا علم أن معدل الفائدة المركبة في كلتا الحالتين 5% سنوياً.

55- اقترض شخص مبلغ 3252.899 ديناراً كويتي وحرر بذلك أربعة سندات

قيمتها الاسمية متساوية يستحق الأول بعد سنة والثاني بعد سنتين والثالث بعد 4 سنوات والرابع بعد 8 سنوات فما هي القيمة الاسمية لكل سند.

- وإذا أراد الدائن بعد سداد السند الثاني مباشرة أن يستبدل السنتين الباقيين بسند واحد يستحق بعد 4 سنوات من تاريخ تحريره فماذا تكون قيمته الاسمية إذا كان معدل الفائدة المركبة 6% سنوياً لجميع الحالات.

56- اقترضت شركة تجارية من بنك مبلغ 10000 ديناراً كويتي وتعهدت بسداده

بالكيفية الآتية:

2000 ديناراً كويتي في نهاية السنة الثانية، 3000 ديناراً كويتي في نهاية السنة

الرابعة، 4000 ديناراً كويتي في نهاية السنة السادسة والرصيد الباقي في نهاية

السنة الثامنة فما هي قيمة هذا الرصيد إذا كان معدل الفائدة المركبة 4% سنوياً؟

- وإذا علم أن الشركة سددت الأقساط الثلاثة الأولى في مواعيدها ثم أرادت أن تدفع في نهاية السنة السابعة مبلغاً للبنك بحيث لا يتبقى عليها في نهاية السنة

الثامنة إلا 29516.39 ديناراً كويتي فما هو المبلغ الواجب دفعه في نهاية السنة السابعة؟

57- شخص مدين لأحد البنوك بثلاثة سندات كل منها بمبلغ 1000 ديناراً كويتي يستحق أولها في آخر يونيه 2004 والثاني في آخر يونيه 2006 والثالث في آخر يونيه 2008. فأراد في آخر يونيه 2002 أن يستبدل هذه السندات بسند واحد قيمته 3000 ديناراً كويتي والمطلوب إيجاد تاريخ الاستحقاق الجديد بفرض أن الفائدة تضاف سنوياً بمعدل 6% ولنفرض أنه أراد أن يسدد هذه السندات في آخر ديسمبر 2006 فكم يكون المبلغ الذي يدفعه عندئذ بنفس السعر؟

58- اقترض شخص مبلغ 2386.488 ديناراً كويتي وحرر بذلك ثلاث سندات ذات قيم اسمية متساوية يستحق الأول في نهاية 3 سنوات والثاني في نهاية 5 سنوات والثالث في نهاية 10 سنوات. فكم تكون القيمة الاسمية لكل سند؟
- إذا علم أن للدائن أراد استبدال هذه السندات يوم تحريرها بسند واحد يستحق في نهاية 7 سنوات فكم تكون القيمة الاسمية للسند الجديد إذا حسبت الفوائد المركبة بمعدل 4% سنوياً؟

59- اقترضت شركة تجارية من أحد البنوك مبلغ 20000 ديناراً كويتي واتفقت على سداده بالكيفية الآتية:

2000 ديناراً كويتي في السنة الثانية، 4000 ديناراً كويتي في السنة الرابعة، 6000 ديناراً كويتي في نهاية السنة السادسة والرصيد الباقي في نهاية السنة الثامنة. فكم تكون قيمة هذا الرصيد إذا حسبت الفوائد المركبة بمعدل 5% سنوياً؟

- ثم إذا علم أن الشركة بعد دفع القسط الثاني مباشرة أرادت دفع القيمة الحالية للقسطين الباقيين عليها مرة واحدة في نهاية السنة الرابعة بمعدل خصم 7% سنوياً فكم يكون المبلغ الذي تدفعه عندئذ.

60- شخص مدين لإحدى الشركات بمبلغ 3000 ديناراً كويتي يستحق بعد 8 سنوات ولشركة أخرى 2000 ديناراً كويتي يستحق بعد 6 سنوات فاتفق مع أحد البنوك أن يسدد عنه اليوم هذين القرضين بحطیطة بمعدل 4% سنوياً ويدفع عنه البنك في نفس الوقت مبلغ 1227.300 ديناراً كويتي ثمن شراء أو تسجيل قطعة أرض على أن يقوم المدين بسداد دينه للبنك على عشرة أقساط سنوية بفائدة مركبة بمعدل 6% سنوياً.

والمطلوب مقارنة الفوائد التي يدفعها المدين في كل حالة من الحالتين الآتيتين:
(أولاً) إذا أراد سداد دينه على أقساط متساوية من رأس المال والفوائد معاً.
(ثانياً) إذا أراد سداد دينه على أقساط متساوية من رأس المال فقط مع دفع فوائد أرصدته في آخر كل سنة.

61- اقترض أحد الأفراد مبلغ 2569.675 ديناراً كويتي، وحرر ثلاثة سندات ذوي قيمة اسمية واحدة الأول يستحق بعد سنتين والثاني بعد 4 سنوات والثالث بعد 6 سنوات، فإذا كان معدل الفائدة المركبة 4% سنوياً فكم كانت القيمة الاسمية لكل سند؟

- وإذا فرض أن المدين سدد السنتين الأولين في ميعاديهما ولكن عندما حل ميعاد السند الأخير اتفق مع الدائن على سداد المبلغ المستحق بالكيفية الآتية:

(أ) يسدد نصف المبلغ على ثلاثة أقساط سنوية متساوية من رأس المال والفوائد معاً، ويدفع القسط الأول بعد سنة من تاريخ الاتفاق.

(ب) يسدد النصف الآخر من المبلغ هو وفوائده المركبة بعد 4 سنوات من تاريخ الاتفاق.

والمطلوب المقارنة بين الفوائد التي يدفعها المدين في كلا الحالتين أ ، ب

62- شخص مدين لإحدى الشركات بثلاثة أقساط كل منها يساوي 1000 ديناراً كويتي وتستحق بعد 3،4،5 سنوات على التوالي فاتفق مع أحد البنوك على أن يسدد عنه اليوم هذه الديون الحطیطة بمعدل 5% سنوياً ثم يتقاضى البنك ما سددته للشركة على 10 أقساط سنوية متساوية من رأس المال والفوائد معاً، بفائدة بمعدل 6% سنوياً. والمطلوب إيجاد مقدار القسط السنوي ثم مجموع الفوائد التي يدفعها المدين في نهاية مدة الاستهلاك.

قارن بين الفوائد المدفوعة في الحالة السابقة وبينها في حالة استهلاك القرض على 10 أقساط متساوية من رأس المال فقط مع دفع فوائد أرصده في آخر كل سنة بنفس المعدل.

63- شخص مدين لإحدى الشركات بمبلغ 6000 ديناراً كويتي تستحق بعد 8 سنوات ولشركة أخرى بمبلغ 8000 يستحق بعد 10 سنوات فاتفق مع أحد البنوك على أن يسدد عنه هذين القرضين ويسدد هو للبنك ما يدفعه عنه على 15 قسطاً متساوياً من رأس المال والفوائد معاً والمطلوب إيجاد قيمة القسط السنوي الذي يدفعه المدين للبنك.

ثم إذا علم أن المدين بعد أن سدد العشرة أقساط الأولى في مواعييدها اتفق مع البنك على أن يدفع في آخر كل سنة من السنوات الخمس الأخيرة فائدة الرصيد الباقي عليه فقط على أن يدفع هذا الرصيد في نهاية مدة القرض فما مقدار ما يدفعه من فوائد في آخر كل سنة من السنوات الخمس الأخيرة وما مقدار الرصيد الذي يدفعه في نهاية مدة القرض إذا كان معدل الفائدة 6% سنوياً.

64- اقترض شخص من بنك عقاري مبلغ 20000 ديناراً كويتي على أن يسدده على 20 قسطاً سنوياً متساوياً من الأصل والفوائد معاً بمعدل الفائدة المركبة 6% في السنة. وبعد أن دفع الخمسة أقساط الأولى طلب تخفيض المعدل إلى 4.5% سنوياً نظير وعده بسداد باقي الدين على خمسة أقساط سنوية فقط. فكم تكون قيمة القسط في كل حالة. وما قيمة الاستهلاك الأخير؟

65- اقترض مزارع من أحد البنوك في آخر مارس سنة 2004 مبلغ 3000 ديناراً كويتي على أن يسدده أصلاً وفوائد بموجب 5 أقساط سنوية متساوية يدفع كل منها في آخر ديسمبر من كل سنة ابتداء من آخر ديسمبر سنة 2004 والمطلوب وضع جدول الاستهلاك لهذا القرض إذا حسبت الفوائد المركبة بمعدل 6% سنوياً.

66- اقترض أحد الأفراد في آخر ديسمبر سنة 2004 من بنك مبلغ 10000 ديناراً كويتي على أن يسدده على عشرة أقساط سنوية متساوية من رأس المال والفوائد معاً بسعر 7% سنوياً ابتداء من آخر ديسمبر سنة 2005 وفي آخر ديسمبر سنة 2008 بعد دفع القسط الرابع مباشرة قام - بعد الاتفاق مع البنك - بما يلي:
أولاً: سدد عندئذ القيمة الحالية للثلاثة أقساط الأولى من الأقساط الباقية.
ثانياً: تعهد بدفع الأقساط الثلاثة الأخيرة مرة واحدة في متوسط تاريخ استحقاقها والمطلوب إيجاد ما دفعه المقترض يوم 31 ديسمبر 2008 بعد دفع القسط الرابع مباشرة وتاريخ استحقاق المبلغ الذي حل محل الأقساط الثلاثة الأخيرة.

67- اقترض مزارع من مصرف مبلغاً ما لمدة 5 سنوات وتعهد بسداده بطريقة التقسيط المتساوي من رأس المال والفوائد معاً وبالإطلاع على الحسابات التمهيدية لإعداد جداول الاستهلاك لهذا القرض وجد أن الاستهلاك السنوي الثاني 1880.402 جنيه والثالث 1993.226 ديناراً كويتي والمطلوب إيجاد قيمة

القرض والقسط المتساوي الذي يدفعه المدين في آخر كل سنة. وذلك دون الرجوع إلى جداول الفائدة للمركبة والدفعات.

68- اقترض شخص من بنك 5000 ديناراً كويتي واتفق على سدادها على 16 قسطاً سنوياً متساوياً من رأس المال والفوائد مما قدر كل منها 429.100 ديناراً كويتي فإذا علم أن المقرض بعد أن دفع القسط السادس مباشرة اتفق مع البنك على أن يدفع في آخر كل سنة من السنوات الخمس التالية الفوائد المستحقة على الرصيد الباقي عليه فقط دون أن يدفع شيئاً من هذا الرصيد على أن يستهلك هذا الرصيد على 10 أقساط متساوية من رأس المال فقط مع دفع فوائد أرصده في آخر كل سنة. والمطلوب حساب مجموع الفوائد التي دفعها المدين إلى أن يتم سداد القرض مع العلم بأن معدل الفوائد الذي استعمل في كل هذه العمليات متساوياً.

69- شخص مدين لإحدى الشركات بثلاثة أقساط متساوية قد كل منها 1000 ديناراً كويتي تستحق بعد 4،6،8 سنوات على الترتيب. فعرض عليه أحد البنوك أن يسدد عنه اليوم هذه الأقساط مرة واحدة على أن يسترد منه البنك ما يسدده على عشرة أقساط سنوية متساوية من رأس المال والفوائد معاً يبدأ دفع أولها في نهاية السنة الأولى من الاتفاق. فإذا علم أن معدل الفوائد الواجب استعمالها في كل هذه العمليات هو 5% سنوياً فالمطلوب:

(أولاً) حساب القسط السنوي الذي يدفعه للبنك.

(ثانياً) استهلاك السنوات الثلاثة الأولى.

(ثالثاً) المقارنة بين مقدار الفوائد التي يتحملها المدين في سداد دينه في الحالتين.

70- اشترى شخص عقاراً من إحدى الشركات ودفع نصف ثمنه فوراً على أن يسدد النصف الآخر على 15 قسطاً سنوياً متساوياً من رأس المال والفوائد معاً قدر كل منها 500 ديناراً كويتي. فإذا علم أنه بعد سداد الخمسة الأقساط الأولى في مواعيدها اتفق مع الشركة على أن يدفع لها في آخر كل سنة من هذا الرصيد. ثم يسدد هذا الرصيد الباقي في الخمسة سنوات الأخيرة بطريقة التقسيط المتساوي من رأس المال والفوائد معاً أيضاً.

والمطلوب إيجاد (أولاً) ثمن العقار (ثانياً) مجموع الفوائد التي يدفعها المدين بعد سداد هذا القرض مع العلم بأن معدل الفائدة المستعمل في كل هذه العمليات هو 5 % سنوياً.

71- اقترضت إحدى الشركات مبلغاً ما من مصرف على أن تسدده على 20 قسطاً سنوياً متساوياً من رأس المال والفوائد معاً قيمة القسط الواحد 7718.456 ديناراً كويتي و بالاطلاع على جدول الاستهلاك الموضوع لهذا القرض وجد أن مجموع الفوائد المدفوعة على هذا القرض لنهاية المدة هي 74369.120 ديناراً كويتي.

والمطلوب إيجاد أصل مبلغ القرض ومعدل الفائدة المستعمل في هذا الاستهلاك ثم حساب الاستهلاكات الثلاث الأولى.

72- اقترضت إحدى الشركات للصناعية مبلغ 5892.700 ديناراً كويتي على أن تسدده على سبعة أقساط سنوية متساوية قيمة القسط الواحد 1000 ديناراً كويتي يدفع في آخر كل سنة. فإذا علم أنه بعد دفع القسط الثالث مباشرة أرادت الشركة أن تكف الرصيد الباقي وتقتطع على 10 أقساط سنوية متساوية بنفس معدل الفائدة المستعمل في العمليات السابقة فما هو مجموع الفوائد التي تدفعها الشركة على هذا القرض إلى آخر مدة الاستهلاك؟

73- (أ) اقترض شخص 2000 ديناراً على أن يسدها بالطريقة الآتية:
يدفع 500 ج في نهاية السنة الثانية، 700 ج في نهاية السنة الرابعة والرصيد الباقي
في نهاية السنة السادسة.
فما قيمة هذا الرصيد إذا كان معدل الفائدة المركبة 5% سنوياً.
(ب) مصنع لديه آلة يلزم لتجديدها اتفاق 4000 ج في نهاية كل 8 سنوات.
أوجد المبلغ الواجب إيداعه في البنك بحيث تكفي فوائده لتجديد الآلة إذا علم أن معدل
الفائدة في البنك 1.75%

74- اقترض شخص مبلغاً ما على أن يسده على خمسة أقساط سنوية متساوية من
رأس المال والفوائد معاً. فإذا علم أن الاستهلاك الثاني 940.200 ج والثالث
996.613 ج فالمطلوب إيجاد ما يلي بدون الرجوع إلى الجداول إطلاقاً:
(أولاً) مبلغ القرض
(ثانياً) القسط السنوي
(ثالثاً) الفرق بين مجموع ما يدفعه المقترض بهذه الطريقة وبطريقة التقسيط
المتساوي من الأصل فقط مع دفع فوائد الأرصدة في آخر كل سنة.

75- اقترضت شركة 4390 ج على أن تسدها على خمسة أقساط سنوية متساوية
يدفع القسط آخر كل سنة وقيمة القسط 1000 ج. وبعد أن دفعت الشركة القسط
الثاني مباشرة اتفقت مع البنك على ألا تدفع في آخر كل من السنوات الثلاث
التالية إلا فائدة الرصيد الباقي فقط ثم تسد هذا الرصيد على أربعة أقساط سنوية
متساوية يدفع القسط آخر كل سنة. أوجد مجموع الفوائد التي تدفعها الشركة على
القرض حتى نهاية مدة الاستهلاك إذا علم أن معدل الفائدة واحدة في جميع
الحالات.

76- اشترى شخص عقارا ودفع جزءا من ثمنه فورا وعرض على البائع ان يسدد له الباقي من الثمن بإحدى الطريقتين الآتيتين:

الأولى : يدفع 170 ديناراً آخر كل سنة لمدة 10 سنوات على أن يبدأ الدفع في آخر السنة الثالثة.

الثانية: يدفع 600 ديناراً في آخر السنة الثالثة، 500 ديناراً في آخر السنة السادسة، 500 ديناراً في آخر السنة العاشرة.

فما هي الطريقة التي يفضلها البائع إذا كان معدل الفائدة 4% سنوياً؟

77- أراد أحد الأشخاص أن يقترض 2000 ديناراً وقد عرض عليه أن يسدد دينه بإحدى الطريقتين الآتيتين:

الأولى: يسدد نصف القرض على خمسة أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً يدفع أولها في آخر السنة الأولى من القرض ويسدد النصف الثاني للقرض بموجب سنتين لهما نفس القيمة الاسمية الأول يستحق بعد 3 سنوات والثاني بعد 7 سنوات.

الثانية: يدفع 600 ديناراً في نهاية السنة الأولى، 700 ديناراً في نهاية السنة الثالثة والرصيد الباقي في نهاية السنة السابعة.

فإذا كان معدل الفائدة 6% سنوياً فاحسب مجموع الفوائد التي يتحملها المدين في كل من الطريقتين.

78- اقترض شخص 6080 ديناراً على أن يسدها على 18 قسطاً سنوياً متساوياً من رأس المال والفوائد معاً وقيمة كل قسط 500 ديناراً وبعد أن سدد الأقساط الخمسة الأولى في مواعيدها لتفق مع الدائن على أن يدفع كل الباقي عليه مرة واحدة في ميعاد استحقاق القسط الثالث عشر، فكم يجب أن يدفع عندئذ إذا كان معدل الفائدة واحداً في جميع الحالات.

79- اقترض شخص 1000 ديناراً على أساس معدل فائدة مركبة 4% سنوياً، وتعهد بأن يكون السداد بدفع 200 ديناراً آخر كل سنة لمدة 4 سنوات ثم دفع الرصيد الباقي في نهاية السنة الخامسة، فما مقدار ذلك الرصيد؟
وإذا علم أن المدين لم يدفع للدائن في نهاية السنة الخامسة سوى 100 ديناراً واتفق معه على أن يحرر بالباقي مندين لهما نفس القيمة الاسمية يستحق الأول بعد 6 شهور والثاني بعد سنة بحيث إذا خصم في بنك يوم تحريرها بحطية بمعدل 6% سنوياً يحصل الدائن على الباقي له، فما هي القيمة الاسمية لكل سند.

80- شخص مدين لآخر بالمبالغ الآتية: 1000، 1100، 1110 ديناراً تستحق بعد 3، 4، 5 سنوات على الترتيب، فاتفق مع بنك على أن يسدد عنه هذه الديون الآن ويسترد منه ما دفعه على 10 أقساط سنوية متساوية من رأس المال والفوائد معاً، يدفع أولها بعد سنة من الآن، فما مقدار القسط السنوي إذا كان معدل الفائدة المركبة 4% سنوياً، ماذا يكون القسط السنوي لو أن البنك قبل أن يدفع الشخص أول قسط له بعد 3 سنوات من اليوم على أساس نفس معدل الفائدة السابق.

81- اشترى أحد الأشخاص من شركة أراضي الدلتا بالمعادي قطعة أرض مساحتها 1050 متراً مربعاً بسعر المتر 4 ديناراً وقد دفع ربع الثمن فوراً والباقي تعهد بسداده على عشرة أقساط سنوية متساوية من الأصل فقط مع دفع فوائد الرصيد سنوياً بمعدل 4% أحسب مجموع الفوائد التي يتحملها المشتري ومتوسط القسط السنوي الذي يدفعه للشركة، ما مقدار القسط السنوي ومجموع الفوائد لو أن الباقي من ثمن الأرض يسدد على أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً لنفس المدة ونفس معدل الفائدة، ارسم جدول الاستهلاك في الحالتين واكتب بيانات السطر الثامن فقط في كل منها دون حساب الأعداد في السطور السابقة.

82- اقترضت إحدى الهيئات 100000 ديناراً لمدة 10 سنوات بفائدة مركبة بمعدل 5% سنوياً وقد وعدت أن تسدد الدين وفوائده جملة واحدة في نهاية تلك المدة، ولكي تتمكن من سداد المبلغ المستحق في نهاية المدة المذكورة أنشأت صندوقاً لاستهلاك الدين تسدد إليه مبلغاً معيناً في نهاية كل سنة من السنوات العشر - فاحسب مقدار هذا المبلغ السنوي إذا علم أن معدل فوائد استثمار أموال صندوق الاستهلاك 2% فقط.

83- اقترض شخص 2000 ديناراً على أن يكون السداد بدفع عشرة أقساط سنوية متساوية يستحق أولها بعد سنة على أساس معدل فائدة 6% سنوياً. أوجد الرصيد الباقي في أول السنة الخامسة ثم احسب الاستهلاك الخامس، ولنفرض أن هذا الشخص بعد أن دفع القسط السابع مباشرة اتفق مع الدائن على أن يكون سداد باقي الدين مرة واحدة في ميعاد استحقاق القسط التاسع، فكم يجب أن يدفع عندئذ؟؟ أوجد مجموع الفوائد التي يتحملها المدين لغاية نهاية سداد القرض.

84- أراد شخص أن يقترض 1000 ديناراً فعرض على الدائن أن يكون السداد خلال ست سنوات بإحدى الطريقتين الآتيتين:

الأولى: يدفع 180 ديناراً آخر كل من السنوات الخمس الأولى ثم يدفع الرصيد الباقي آخر السنة السادسة.

الثانية: يدفع 200 ديناراً آخر كل سنة من السنوات الثلاث الأولى ثم يدفع ثلاثة أقساط سنوية متساوية.

أوجد مجموع الفوائد التي يتحملها المدين في كل من الطريقتين إذا كان معدل الفائدة 6% سنوياً.

85- اقترضت شركة من بنك 20000 ديناراً على أن تسدها بدفع عشرة أقساط سنوية متساوية من رأس المال والفوائد معا يدفع أول قسط بعد سنة وكان معدل الفائدة 5% سنوياً - ولكن الشركة بعد أن دفعت القسط السادس مباشرة طلبت أن يكون السداد للرصيد الباقي عليها بدفع سبعة أقساط سنوياً متساوياً يدفع أولها بعد 3 سنوات، فاعترض البنك واشترط أن يكون أول قسط بعد سنة - أوجد مقدار القسط السنوي الجديد في كل من الحالتين الآتيتين:

(أولاً) لو أن الشركة وافقت على اعتراض البنك.

(ثانياً) لو أن البنك لم يعترض.

86- اقترضت إحدى الهيئات 40000 ديناراً من بنك على أساس معدل فائدة 3.5% سنوياً وعلى أن يكون السداد بدفع أقساط متساوية سنوية كل منها 3473 ديناراً فكم كانت مدة القرض؟

وإذا علم أن الهيئة بعد أن دفعت الأقساط السبعة الأولى في مواعيدها لم تدفع آخر كل من السنوات الست التالية إلا فائدة للرصيد الباقي عليها فقط وفي نهاية السنة الثالثة عشر من مدة القرض وبعد أن دفع الفائدة على الرصيد الباقي اتفقت الهيئة مع البنك على أن يكون سداد ذلك الباقي بدفع قسط سنوي مبلغه 12500 ديناراً آخر كل سنة من السنوات الباقية من مدة القرض الأصلية فكم يكون مكسب الهيئة لو خسارتها يوم الاتفاق أوجد مجموع الفوائد التي تحملتها الهيئة لغاية نهاية مدة القرض.

87- أصدرت إحدى الشركات المساهمة قرضاً سنوياً بمبلغ 10000 ديناراً بقيمة 10 ديناراً للسند الواحد بفائدة 3% سنوياً على أن يستهلك القرض على خمس سنوات على أقساط متساوية من رأس المال والفوائد معاً تسديد قيم السندات المستهلكة مع الفوائد المستحقة في آخر كل سنة. أوجد عدد السندات المستهلكة في آخر كل سنة.

وإذا أراد شخص أن يستثمر نقوده في هذه السندات بمعدل 2.5% سنوياً فبكم يشتري السند الواحد عند إصدار القرض علماً بأن السند الذي يشتريه يستهلك في نهاية مدة القرض.

88- سند قيمته الاسمية 100 ديناراً يستهلك في نهاية 10 سنوات وفائدته السنوية 4 ديناراً فإذا علم أن معدل الاستثمار في السوق المالية 3.5% سنوياً فأوجد:
أولاً: قيمة السند اليوم إذا كانت قيمته الاستهلاكية 105 ديناراً.
ثانياً: قيمة السند الاستهلاكية إذا كانت قيمته الآن 106.755 ديناراً.

89- (أ) إذا كانت القيمة الاسمية لأحد سندات قرض الإنتاج 100 ديناراً ويعطي هذا السند فائدة دورية قدرها 1.750 ديناراً في آخر كل نصف سنة فما هو المبلغ الواجب أن يدفعه شخص ثمناً لشراء هذا السند قبل ميعاد استهلاكه بمدة 12 سنة إذا أراد أن يستثمر نقوده بمعدل سنوي اسمي 3% يدفع على مرتين في السنة علماً بأن السند يستهلك بقيمته الاسمية.

(ب) أصدرت إحدى الشركات المساهمة قرضاً سندياً بمبلغ 80000 ديناراً وبالاطلاع على العمليات الحسابية التمهيدية لإعداد جدول الاستهلاك لهذا القرض وجد أن الاستهلاك السنوي الثاني 15201.90 ديناراً والاستهلاك السنوي الثالث 15961.19 ديناراً. فإذا كانت القيمة الاسمية للسند الواحد 100 ديناراً فما هو عدد السندات المستهلكة في آخر كل سنة من سنوات القرض.

90- يريد شخص أن يستثمر أمواله بمعدل فائدة سنوي اسمي 4% يدفع على مرتين في السنة فما هو الثمن الذي يجب أن يدفعه لشراء سند يعطي فائدة مقدارها 1500 ديناراً في آخر كل 6 شهور ويستهلك بعد 10 سنوات بمبلغ 100 ديناراً.

547

(ب) سند قيمته الاسمية خمسون دينار ومعدل فائدته 4% سنويا ويستهلك بقيمته الاسمية بعد 7 سنوات، بكم يشتره الآن شخص يريد أن يستثمر نقوده بمعدل 5% سنويا.

95- أصدرت إحدى الشركات المساهمة قرضاً سندياً يستهلك في خلال 5 سنوات بمعدل 5% سنويا. وبالإطلاع على العمليات الحسابية التمهيدية لإعداد جدول نهائي لاستهلاك هذا القرض وجد أن الاستهلاك السنوي الثاني كان 38004.708 دينارا. والمطلوب إيجاد قيمة القرض ثم إعداد جدول الاستهلاك النهائي بفرض أن القيمة الاسمية للسند الواحد 20 دينارا. وذلك بدون استعمال جداول الفائدة المركبة إطلاقاً.

96- أصدرت إحدى شركات المساهمة قرضاً سندياً يستهلك في خلال 5 سنوات بقيمة اسمية 10 دينار للسند وبالإطلاع على العمليات التمهيدية لإعداد جدول الاستهلاك لهذا القرض وجد أن الاستهلاك الثاني 38402.38 جنيه والاستهلاك الثالث 39938.526 دينار والمطلوب إيجاد قيمة القرض ثم عدد السندات المستهلكة في آخر كل سنة. وإذا أراد أحد الأفراد شراء مائة من هذه السندات يوم إصدارها فكم يجب أن يدفع ثمناً لشرائها إذا علم أن معدل فائدة الاستثمار 3.5% سنويا وأن السندات تستهلك بقيمتها الاسمية.

97- أصدرت إحدى شركات المساهمة قرضاً سندياً يستهلك في خلال 5 سنوات. وبالإطلاع على العمليات الحسابية التمهيدية لإعداد جدول الاستهلاك لهذا القرض وجد أن الفرق بين المستهلكين الثاني والثالث 1128.241 ج والمطلوب: (أولاً) إيجاد قيمة القرض.

(ثانياً) عدد السندات المستهلكة في آخر كل سنة مع العلم بأن القيمة الاسمية للسند الواحد 10 جنيهات ومعدل الفائدة 6% سنوياً. وذلك دون الرجوع إلى جدول الفائدة المركبة والدفعات.

98- افترضت إحدى الشركات المساهمة من الجمهور 50000 ديناراً وأصدرت في مقابل ذلك سندات القيمة الاسمية لكل منها 10 دينارات على أن يستهلك القرض في خلال 5 سنوات على أقساط سنوية متساوية تقريباً من رأس المال والفوائد معاً بمعدل 5% سنوياً. فما عدد السندات التي يجب استهلاكها في كل سنة. وإذا أراد شخص أن يستثمر نقوده في هذه السندات بمعدل 6% سنوياً فيكم يشتري السند الواحد عند إصدار هذا القرض علماً بأن السند الذي يشتريه يستهلك في نهاية مدة القرض.

99- افترضت إحدى الشركات المساهمة مبلغ 100.000 دينار على أن تسدده أصلاً وفوائد معاً بموجب 5 أقساط سنوية متساوية وأصدرت سندات بقيمة 20 ديناراً كويتياً للسند الواحد وبفائدة 4.5% سنوياً والمطلوب وضع جدول الاستهلاك لهذا القرض.

100- أصدرت إحدى شركات المساهمة قرضاً سندياً يستهلك في خلال 5 سنوات بقيمة اسمية 10 ديناراً لكل سند وبالإطلاع على العمليات الحسابية التمهيدية لإعداد جدول الاستهلاك لهذا القرض وجد أن الاستهلاك الأول 18462.711 ديناراً وأن كل استهلاك يساوي 1.04 من الاستهلاك الذي قبله والمطلوب إيجاد: (أولاً) قيمة القرض.

(ثانياً) عدد السندات المستهلكة آخر كل سنة. وذلك دون الرجوع إلى جداول الفائدة المركبة والدفعات.

وإذا أراد شخص أن يشتري عدداً من السندات فما هو المبلغ الذي يدفعه ثمناً لشراء السند الواحد يوم إصداره إذا حسبت فوائد الاستثمار بمعدل 5% سنوياً. علماً بأن السندات تستهلك بطريقة السحب.

101- اقترضت إحدى شركات المساهمة من الجمهور مبلغ 500000 ديناراً وأصدرت به سندات بقيمة اسمية 10 دينارات للسند الواحد على أن تستهلك هذه السندات في خلال 10 سنوات بفائدة بمعدل 4% سنوياً والمطلوب إيجاد:
(أولاً) عدد السندات الواجب استهلاكها في نهاية السنوات الخمس الأولى وعدد السندات الباقية في التداول بعد ذلك.
(ثانياً) مقدار الفوائد التي تدفعها الشركة للمساهمين (حملت السندات) في نهاية السنة الثالثة.

102- أصدرت إحدى شركات المساهمة قرضاً سندياً بمبلغ 100000 ديناراً بقيمة اسمية 20 ديناراً للسند الواحد وبالإطلاع على العمليات الحسابية التمهيدية لإعداد جدول الاستهلاك لهذا القرض وجد أن الاستهلاك السنوي الثاني 8347.981 . والاستهلاك السنوي الثالث 8765.380 ديناراً والمطلوب:
(أولاً) إيجاد عدد السندات التي استهلكت حتى نهاية السنة الخامسة والباقية في التداول بعد ذلك.

(ثانياً) ثمن شراء عشرة من هذه السندات إذا علم أن معدل فائدة الاستثمار هو 4 % سنوياً علماً بأن هذه السندات تستهلك في نهاية المدة.

103- يريد شخص أن يشتري عقد تكوين أموال يضمن له مبلغاً في نهاية 15 سنة فإذا كان معدل الفائدة 2% سنوياً فلو وجد:
(أولاً) القسط السنوي الصافي الذي يستمر طول مدة التعاقد ليكون رأس مال العقد 2000 دينار.

(ثانيا) المبلغ الذي يضمنه العقد إذا اتفق على قسط سنوي قدره 200 دينار يدفع خلال 10 سنوات فقط.

104- يريد شخص أن يشتري عقد تكوين أموال يضمن له مبلغاً في نهاية 22 سنة فإذا كان معدل الفائدة 2% سنوياً فأوجد:

(أولاً) المبلغ الذي يضمنه العقد إذا كان القسط السنوي الصافي 400 دينار يدفع طول مدة التعاقد.

(ثانياً) القسط السنوي الصافي الذي يدفع خلال السنوات الخمس عشرة الأولى من مدة التعاقد فقط إذا كان المبلغ الذي يضمنه العقد 100000 دينار.

105- أصدرت إحدى شركات تكوين الأموال لرجل عقداً مدته 15 سنة وعقد آخر لزوجته مدته 20 سنة وذلك في نظير 15 قسطاً سنوياً كل حالة، على أساس معدل فائدة 2% سنوياً، فإذا كان القسط السنوي لعقد الرجل 60 دينار ورأس مال عقد الزوجة 1000 دينار فأوجد المبلغ الذي يضمنه عقد الرجل والقسط السنوي لعقد الزوجة.

106- أوجد القسط السنوي الذي يدفع طوال مدة التعاقد واللازم لشراء عقد تكوين أموال مدته 12 سنة ورأس ماله 2000 دينار. ثم أوجد رأس مال عقد تكوين أموال مدته 10 سنوات إذا كان عدد الأقساط السنوية 6 فقط وكل منها 100 دينار (معدل الفائدة 3% سنوياً)

107- أرادت إحدى الشركات شراء منجم إيراده السنوي 5000 دينار وبه أجهزة وآلات تقدر بمبلغ 3000 دينار . فإذا علم أن هذا المنجم يمكن استغلاله لمدة 20 سنة فقط ثم يؤول إلى انقراض تبلغ قيمتها في نهاية المدة 2000 دينار فما هو

التمن الذي يجب أن تدفعه الشركة لهذا المنجم إذا حسبت الفوائد بمعدل 4% سنوياً.

ثم إذا دفعت الشركة نصف التمن فوراً ودفعت الباقي على 10 أقساط سنوية متساوية من رأس المال والفوائد معاً بمعدل 6% سنوياً. فكم يكون مقدار القسط الذي تدفعه الشركة في آخر كل سنة. وكم يكون مقدار الفوائد التي دفعتها في نهاية المدة؟

108- (أ) أوجد المبلغ الذي تزيد فائدته التجارية عن فائدته الصحيحة بمقدار 0.36 ديناراً إذا علم أن المبلغ استثمر في المدى من 24 أكتوبر سنة 2004 حتى 31 مايو سنة 2005 بمعدل فائدة 6% سنوياً.

(ب) حسبت كل من الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ 1460 دينار بمعدل معلوم، وفي نهاية مدة معلومة فوجد أن الفرق بينهما 49 ديناراً، فما مقدار كل من الفائدتين، ثم إذا علم أن معدل الفائدة هو 7% سنوياً فاحسب مدة الاستثمار.

109- بنك يقرض عملاءه بالشروط التالية:

- تحسب الفوائد على مبلغ القرض على مدة الدين كلها بواقع 6% سنوياً.
- تخصم الفوائد مقدماً مع مبلغ القرض ويعطي العميل الباقي.
- يسدد العميل القرض على 12 قسطاً شهرياً متساوياً يدفع القسط في آخر كل شهر وكل قسط = $\frac{12}{1}$ من أصل القرض.
- في حالة التأخير في سداد أي قسط في موعده تحسب عليه فوائد باختر بمعدل 8% في السنة.
- أحسب معدل الفائدة السنوي المئوي الذي يحققه البنك فعلاً من أحد العمليات التي تأخر فيها العميل عن تسديد القسطين العاشر والحادي عشر وقام بتسديدهما

مع القسط الثاني عشر إذا فرض أن البنك تمكن من استثمار الأقساط الدورية التي حصل عليها من المدين بمعدل فائدة 4% بمجرد استلامها.

110- في يوم 22 أغسطس سنة 2004 قطع تاجر الأوراق التجارية في بنك مصر . كمبيالة بمبلغ 300 دينار على أحد العملاء بالإسكندرية تستحق في 2004/9/30 كمبيالة بمبلغ 100 دينار على أحد العملاء بميت غمر تستحق في 2004/10/15 كمبيالة بمبلغ 500 دينار على أحد العملاء بالقاهرة تستحق في 2004/10/28 والمطلوب عمل فاتورة الخصم التي يقدمها البنك للتاجر علما بأن البنك خصم هذه الأوراق بمعدل 6% سنويا وحسب عمولة تحصيل 01% ومصرفات تحصيل بمعدل 0.5% على الورقتين الأولى والثالثة، 1% على الورقة الثانية بحيث لا تقل مصرفات التحصيل للورقة الواحدة عن 0.200 دينارا

111- (أ) باستخدام جداول الفائدة المركبة فقط، احسب المجهول في الجدول التالي:

الأصل	الجملة	الفائدة	معدل الفائدة الملوي السنوي	المدة بالسنوات
1000	-	-	3.5%	55
1000	-	659	3% تدفع على مرتين في السنة	-
2000	3000	-	2%	-
200	-	100	-	15

(ب) أوجد قيمة ما يلي على أساس معدل فائدة سنوي 4%

$$\overline{s}_{\overline{30}|} , \overline{a}_{\overline{30}|} , 3 \overline{s}_{\overline{17}|} , 12 \overline{s}_{\infty|}$$

112- (أ) اقترض شخص مبلغ 1000 دينار لمدة 20 سنة واتفق مع الدائن على أن يسدد له الدين على 20 قسطا سنويا متساوية من الأصل والفوائد فأحسب ما يلي علما بأن معدل الفائدة السنوي هو 6%:

أ - مقدار القسط السنوي

ب - مقدار الاستهلاك في آخر السنة الأولى

ج - مقدار الاستهلاك في نهاية 10 سنوات من تاريخ بدء القرض

د - رصيد القرض في أول السنة الخامسة.

هـ - مجموع الاستهلاكات الخمسة الأخيرة.

(ب) يريد شخص أن يشتري عقد تكوين أموال بضمن له مبلغ 2000 دينار في نهاية 15 سنة فإذا علم أن معدل الفائدة هو 2% سنويا، أوجد القسط السنوي الصافي الذي يدفع لمدة عشر سنوات فقط.

113- شخص مدين بالمبالغ الآتية:

1000 دينار تستحق بعد 10 سنوات من الآن

2000 دينار تستحق بعد 20 سنة من الآن

3000 دينار تستحق بعد 25 سنة من الآن

ويرغب المدين في أن يستبدل بالديون الثلاثة دفعة نصف سنوية فورية لمدة 15

سنة مقدارها النصف سنوي في الخمس السنوات الأولى ضعف مقدارها النصف

السنوي في العشر سنوات الأخيرة، فما مقدار الدفعة النصف السنوية الأولى علما

بأن معدل الفائدة الأسمي السنوي هو 5% يدفع على مرتين في السنة؟

114- اقترض شخص مبلغ 10000 دينار لمدة 20 سنة بمعدل فائدة سنوي 5%

والمطلوب حساب مجموع المبالغ التي يدفعها والفوائد التي يتحملها في حالة ما

إذا قام بسداد هذا الدين وفوائده بكل من الطرق الست التالية:

- أول مارس 2004 أي قبل صرف الكوبون مباشرة.

117- (أ) احسب كل من للفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ 1000 دينار بمعدل معلوم وفي نهاية مدة معطومة فوجد أن الفرق بينهما 0.50 دينار فما مقدار كل منهما - ثم إذا علم أن معدل الفائدة هو 6% سنويا فاحسب مدة الاستثمار.

(ب) مبلغ 1040 دينار يستحق السداد بعد 6 شهور من الآن حسب الخصم التجاري والخصم الصحيح له فوجد أن الفرق بينهما يساوي 0.160 دينار ، أوجد معدل الخصم السنوي.

118- بنك يقرض عملاءه بالشروط التالية:

- تحسب الفوائد على مبلغ القرض على مدة الدين كلها بواقع 6%.
- يخصم نصف الفوائد مقدما من مبلغ القرض ويعطي العميل المبلغ الباقي.
- يسدد العميل للقرض على 12 قسطا شهريا متساويا يدفع القسط في آخر كل شهر وكل قسط = $\frac{12}{1}$ من أصل القرض مضافا إليه نصف الفوائد عن مدة سنة (أصل القرض مضافا إليه نصف الفوائد عن مدة سنة)
- احسب معدل الفائدة السنوي المئوي الذي يحققه البنك فعلا من كل عملية إذا فرض أنه يستثمر كل قسط يتسلمه من العميل بمجرد استلامه بمعدل فائدة 6% سنويا أيضا.

119- أتمم كشف الخصم التالي معتمداً على المعلومات الواردة به:

بنك مصر القاهرة في 15 فبراير سنة 2004

كشف خصم الأوراق الواردة من السيد/

عدد الأوراق 4 القيمة الاسمية دينار صافي

معدل الحطية 00% معدل العمولة 01% معدل مصروفات التحصيل 0.5%

على الورقتين الأولى والثانية فقط وبحد أدنى 0.200 دينار عن الورقة الواحدة.

مصفوفات التحصيل			نمر	أيام	الاستحقاق	المسحوب عليه	القيمة الاسمية	
دينار	فلس	معدل					دينار	فلس
		0.5%		-	6 مارس سنة 1960	المنصورة	300	
		0.5%	24000	-	-	الزقازيق	600	
			45000	50	-	الإسكندرية	-	
			72000	-	15 أبريل سنة 1960	القاهرة	-	
بيان القطع								
حطية بمعدل 000% سنوياً							24	500
عمولة بمعدل 01%							-	-
مصروفات تحصيل							-	-
الصافي استحقاقه 15 فبراير سنة 1960								

120- المطلوب حساب الجملة بفائدة مركبة لمبلغ 1000 دينار في الحالات الآتية:

المعدل	المدة			الرقم
	سنة	شهر	يوم	
0.02 سنويا	30	-	-	(1)
0.02 سنويا	30	6	-	(2)
0.02 سنويا	30	6	20	(3)
0.02 كل ¼ سنة	10	-	-	(4)
0.02 كل ¼ سنة	20	3	-	(5)
0.02 كل ¼ سنة	20	3	10	(6)
0.042 سنويا	30	-	-	(7)
0.042 سنويا	30	6	-	(8)
0.042 سنويا	30	6	20	(9)
0.044 سنوي اسمي	10	-	-	(10)
{ يدفع 4 مرات في السنة	20	3	-	(11)
	20	3	10	(12)
	30	-	-	(13)
0.07 في السنة	30	-	-	(14)

حلول التمارين

- (1) 72 ، 73 ، 1825 - (2)
- (3) 1000 ، 997.5 ، 10% ، 50 ، 52.5 (4) 146 يوماً
- (5) 6.18% (6) 40 ، 387462 ، 960 ، 961.538
- (7) 25.310 (8) 139.906 ، 415.584
- (9) 6.818% ، 157.363 ، 17.363 ، 18.75
- (10) 312.5 ج ، 76.596 (11) (أ) 528.334
- (ب) رصيد دائن 318.836 (12) 178.866 ، 357.772 ، 552.696
- (13) (أ) 4.83% (ب) رصيد دائن 300.022 (14) الصافي = 989.600
- (15) 852.294 ديناراً كويتي (16) 324.002 (17) (أ) 348.022
- (ب) المكسب في تاريخ البيع = 6.048 ج وفي تاريخ استحقاق الكمبيالة = 9.8 ديناراً كويتي
- (18) (أ) 600 (ب) 8.25% (19) الصافي = 746.849
- (20) 1084.453 (21) (أ) 539.966 (ب) 510.204
- (22) (أ) 1051.563 (ب) إذا كان عدد الأقساط الشهرية 10 يكون القسط الشهري = 18.256
- (23) (أ) 99.375 (ب) 200
- (24) (أولاً) 34.388 ديناراً كويتي (ثانياً) 141.163
- (25) 319.367 ديناراً كويتي
- (26) 2840.909 ج ، 214.923 ديناراً كويتي (27) 18 مارس

(28) 860.280 ، 859.863 ديناراً كويتي (29) (أ) 600 (ب) 1200 ، 8.1 %

(30) 1441.5 ، 61.887 (31) 1012.5 ج ، 264.614 ديناراً كويتي

(32) (أ) 6.11 % (ب) 6 % (33) 2 %

(34) 422.163 ، 106.850 ديناراً كويتي (35) 1000 ج ، 335.548

(36) 343.170 ، 171.585

(37) رصيد مدين = 49.672 ديناراً كويتي

(38) القيمة الحالية محسوبة من قيم ع هي كما في الجدول الآتي:

الحالة	الطريقة الأولى	الطريقة الثانية	الحالة	الطريقة الأولى	الطريقة الثانية
1	552.070	552.071	8	284.879	284.349
2	546.660	546.632	9	284.219	283.698
3	546.060	546.030	10	646.250	644.845
4	452.890	452.890	11	413.107	413.100
5	201.091	201.091	12	412.601	412.613
6	200.653	200.645	13	942.980	942.951
7	291.792	290.345	14	131.370	131.399

(40) 1216.82 دينار ، 3287.24 (41) 1193.96 دينار ، 3355.4

(42) 2066.67 دينار ، 483.87

(43) (أ) 13.2068 ، 8.1078 ، 6.0502 ، 6.3526 ، 20 ، 21 ، 15.7605 ، 16.4540

(ب) 255.447 ، 155.892

(44) ¼ لجميع المعدلات (45) 241.142 ، 1267.564

(46) ثمن الحديقة 8227 ج والعقار 14051 ج معدل الفائدة 5 % ثمن الانقاص 6663.101

(47) 893.427 ، 101.686 (48) 562.0476

$$(49) \quad (أ) \quad 0.0857 \quad (ب) \quad 0.0893 \quad (ج) \quad 0.0659$$

$$(50) \quad (أ) \quad \therefore \text{جملة المبلغ الأول} = (1 + ع)^{1-n}$$

لأنه يستثمر لمدة $1-n$ من السنوات

$$\text{جملة المبلغ الثاني} = (1 + ع)^{2-n}$$

لأنه يستثمر لمدة $2-n$ من السنوات

وهكذا

\therefore جملة المبلغ الأخير = دينار واحد يستحق السداد في نهاية (ن) من السنوات

$$\therefore \rightarrow \overline{P} = (1 + ع)^{1-n} + (1 + ع)^{2-n}$$

= جملة متوالية هندسية حدها الأول (1) وأساسها (1 + ع) وعدد حدودها

$$\rightarrow \overline{P} = 1 * \frac{1 - (1 + ع)^{1-n}}{1 - (1 + ع)}$$

$$\therefore \frac{1 - (1 + ع)^{1-n}}{1 - ع} =$$

وعلي نفس النسق يمكن اثبات المطلوب (ب)

$$(51) \quad 1627.16 \text{ ج، } 9057.3 - 15 \quad 676.428$$

$$(52) \quad 676.428$$

$$(53) \quad 11.29, 3.5\%$$

$$(54) \quad 4507.26 \text{ سنة، } 1000 \text{ ج، } 2013.6$$

$$(56) \quad 3319.109, 353.337$$

$$(57) \quad \text{تاريخ الاستحقاق يقع بعد آخر يونيو 2002 بمدة } 3.92 \text{ سنة، } 3103.077$$

$$(58) \quad 1000 \text{ دينار، } 3140.46 \quad (59) \quad 15391.96, 16983.146$$

- (60) الفوائد (أولا) = 1793.4 وفي (ثانيا) = 1650
- (61) 1000 ، 40.525 دينار ، 4.93 دينار
- (62) القسط = 335.603 دينار ، والفوائد = 885.96 - 815.120 في حالة التقسيط المتساوي من الأصل فقط
- (63) القسط = 847.548 والفائدة السنوية = 214.213 والرصيد = 3570.211
- (64) القسط في الحالة الأولى 1743.7 دينار وفي الحالة الثانية = 3773.019 والاستهلاك الأخير = 3610.553
- (65) الاستهلاكات في السنوات الخمس هي 532.189 ، 564.121 ، 597.968 ، 671.876 ، 633.846
- (66) 3736.426 ، تاريخ الاستحقاق يقع بعد 2008/12/31 بمدة 5 سنوات تقريبا
- (67) 10000 دينار ، 2373.963
- (68) 765.685
- (69) أولا : القسط = 290.837 ثانيا: الاستهلاكات هي 178.549 ، 187.476 ، 196.850 ثالثا: فوائد الحالة الأولى = 754.24 والحالة الثانية 662.61
- (70) الثمن = 10379.70 ، الفوائد = 2734.165
- (71) 100000 دينار ، 0.06 ، الاستهلاكات = 2718.456 ، 2881.563 ، 3054.457
- (72) 1641.15
- (73) (أ) 1300.776 (ب) 26867.276
- (74) 5000 دينار ، 1186.981 ، 34.905
- (75) 1046.183 دينار
- (76) الطريقة الأولى أفضل للبائع لأن القيمة بالطريقة الأولى = 1274.830 وبالطريقة الثانية 1266.335
- (77) الفوائد بالطريقة الأولى = 516.166 ج وبالطريقة الثانية 72.415 د

- (78) 6885.026 دينار
- (79) 333.386 ، 122.192 دينار
- (80) 338.928 ، 366.582 دينار
- (81) 693 ، 384.3 ، 388.367 ، 733.67 دينار
- (82) 14876.115 دينار
- (83) 1336.207 ، 191.564 ، 816.127 ، 718.279 دينار
- (84) 242.853 ، 222.110 دينار
- (85) 1587.264 ، 1749.961 دينار
- (86) 15 سنة ، 14324.414 دينار
- (87) 1884 ، 1940 ، 1998 ، 2058 ، 2120 وقيمة السند 10.232 دينار
- (88) 107.703 ، 103.736 دينار
- (89) (أ) 105.0072 (ب) 145 ، 152 ، 160 ، 167 ، 176
- (90) 91.8241 دينار
- (91) 1846 ، 1920 ، 1997 ، 2077 ، 2160 والفوائد 4000 ، 8000 ، 12000 ، 16000 ، 000 دينار
- (92) 188 ، 194 ، 200 ، 206 ، 212 والفوائد 9180
- (93) 94.8736 دينار
- (94) (أ) 229 ، 242 ، 257 ، 272 (ب) 47.1068
- (95) مبلغ القرض 2000000 وعدد السندات المستهلكة 1810 ، 1900 ، 1995 ، 2200 ، 2095
- (96) 200000 دينار وعدد السندات 3692 ، 3840 ، 3994 ، 4154 ، 4320
- (97) 100000 ، وعدد السندات 1774 ، 1880 ، 1993 ، 2113 ، 2240
- (98) عدد السندات 905 ، 950 ، 998 ، 1047 ، 1100 وثمان الشراء 9.579

- (99) عدد السندات المستهلكة 914 ، 955 ، 998 ، 1043 ، 1090
- (100) 100000 وعدد السندات 1846 ، 1920 ، 1997 ، 2077 ، 2160
- (101) أولا : 4165 ، 4331 ، 4504 ، 4685 ، 4872 والعدد الباقي 27443
- ثانيا : 16601.6
- (102) أولا : السندات المستهلكة 2197 والباقية 2803 ثانيا : 216.221 دينار
- (103) أولا : 113.383 ثانيا : 2466.24 دينار
- (104) أولا : 11138 ثانيا : 493.535 دينار
- (105) 51.437 ، 1058.358 دينار
- (106) 749.870 ، 136.819 دينار
- (107) 12888.14 ، 4882.028 ، 71864.28 دينار
- (108) (أ) 720 دينار (ب) 35.28 ، 35.77 ، 126 يوما
- (109) 8.42 %
- (110) الصافي المستحق 890.017 دينار
- (111) (أ)

الأصل	الجملة	الفائدة	المعدل	المدة بالسنوات
1000	6633.166	5633.166	3.5%	55
1000	1659	659		17
2000	3000	1000	3% علي مرتين 2%	20.4727
200	300	100	2.7357	15

(ب) 15.6149 ، 5.5492 ، 58.3283 ، 17.9837

(112) (أ) 367.258 ، 881.083 ، 45.929 ، 27.185 ، 87.185

(ب) 162.190 دينار

(113) 146.458 دينار

(114)

طريقة السداد	مجموع المبالغ التي يدفعها	مجموع الفوائد	طريقة السداد	مجموع المبالغ المدفوعة	مجموع الفوائد
أ	26523	16533	د	172263346	7226.346
ب	20000	10000	هـ	15250	5250
ج	17443.140	7443.14	و	16048.600	6048.600

(115) (أ) 34.7193 ، 13.0853 ، 5.9945 ، 6.3943 ، 20 ، 21 ، 9.6203

10.1014 ، (ب) 184.351

(116) 114.866 ، 119.866 ، 119.085115.619

(117) أ - 36.5 ، 26 ، 219 يوما (ب) 8%

(118) 9.106 %

(119) الصافي استحقاق فبراير هو 2972 دينار

(120) 1811.36 ، 1829.383 ، 1831.399 ، 2208.040 ، 4972.88 ،

4983.92 ، 3444.168 ، 3516.795 ، 3524.865 ، 1550.760 ،

7610.4 ، 1060.500 ، 2423.574 ، 2420.720

ملحق رقم (1)

جملة الوحدة النقدية

الجدول التالي يعطى جملة الوحدة النقدية (ع+١) عند التقييم للمختلفة لـ ن
 $\% 0,0 = ع$

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	١,٠٠٥٠٠٠٠	٢١	١,١١٠٤٢٠٠٦	٤١	١,٢٢٦٨٩٨٢٠٨
٢	١,١٠٠٢٥٠٠	٢٢	١,١١٥٩٧٢١٦	٤٢	١,٢٢٢٠٢٢٦٩٩
٣	١,١٥٠٧٥١٢	٢٣	١,١٢١٥٥٢٠٢	٤٣	١,٢٢٩١٩٧٨٦٢
٤	١,٢٠١٥٠٠٠	٢٤	١,١٢٧١٥٩٧٨	٤٤	١,٢٤٥٢٩٢٨٥٢
٥	١,٢٥٢٥١٢٥	٢٥	١,١٣٢٧١٥٥٨	٤٥	١,٢٥١٦٢٠٨٢١
٦	١,٣٠٣٧٧٥١	٢٦	١,١٣٨٤٥٩٥٥	٤٦	١,٢٥٧٨٧٨٩٢٥
٧	١,٣٥٥٢٩٤٠	٢٧	١,١٤٤١٥١٨٥	٤٧	١,٢٦٤١٦٨٣١٩
٨	١,٤٠٧٠٧٠٤	٢٨	١,١٤٩٨٧٢٦١	٤٨	١,٢٧٠٤٨١١٦١
٩	١,٤٥٩١٠٥٨	٢٩	١,١٥٥٦٢١١٩٧	٤٩	١,٢٧٦٨٤١٦٠٧
١٠	١,٥١١٤٠١٣	٣٠	١,١٦١٤٠٠٨	٥٠	١,٢٨٢٢٢٥٨١٥
١١	١,٥٦٣٩٥٨٣	٣١	١,١٦٧٢٠٧٠٨	٥١	١,٢٨٩٦٤١٩٤٤
١٢	١,٦١٦٧٧٨١	٣٢	١,١٧٣٠٤٣١٢	٥٢	١,٢٩٦٠٩٠١٥٤
١٣	١,٦٦٩٨٦٢٠	٣٣	١,١٧٨٩٠٨٣٢	٥٣	١,٣٠٢٥٧٠٦٠٤
١٤	١,٧٢٣٢١١٣	٣٤	١,١٨٤٨٠٢٨٨	٥٤	١,٣٠٩٠٨٦٤٥٨
١٥	١,٧٧٦٨٢٧٤	٣٥	١,١٩٠٧٢٦٨٩	٥٥	١,٣١٥٦٢٨٨٧٥
١٦	١,٨٣٠٧١١١٥	٣٦	١,١٩٦٦٨٠٥٢	٥٦	١,٣٢٢٢٠٧٠١٩
١٧	١,٨٨٤٨٦٥١	٣٧	١,٢٠٢٦٦٣١٣	٥٧	١,٣٢٨٨١٨٠٥٤
١٨	١,٩٣٩٢٨٩٤	٣٨	١,٢٠٨٦٧٧٢٥	٥٨	١,٣٣٥٤٦٢١٤٥
١٩	١,٩٩٣٩٨٥٨	٣٩	١,٢١٤٧٢٠٣٣	٥٩	١,٣٤٢١٣٩٤٥٥
٢٠	١,١٠٤٨٩٥٥٨	٤٠	١,٢٢٠٧٩٤٢٤	٦٠	١,٣٤٨٨٥٠١٥٣

جملة الوحدة النقدية (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
 $\%١ = ع$

(ع+١)°	ن	(ع+١)°	ن	(ع+١)°	ن
١,٥٠٣٧٥٢٣٧١	٤١	١,٢٣٢٣٩١٩٤	٢١	١,٠١٠٠٠٠٠٠	١
١,٥١٨٧٨٩٨٩٥	٤٢	١,٢٤٤٧١٥٨٦	٢٢	١,٠٢٠١٠٠٠٠	٢
١,٥٣٣٩٧٧٧٩٤	٤٣	١,٢٥٧١٦٣٠٢	٢٣	١,٠٣٠٣٠١٠٠	٣
١,٥٤٩٣١٧٥٧٢	٤٤	١,٢٦٩٧٣٤٦٥	٢٤	١,٠٤٠٦٠٤٠١	٤
١,٥٦٤٨١٠٧٤٢	٤٥	١,٢٨٢٤٣٢٠٥	٢٥	١,٠٥١٠١٠٠٥	٥
١,٥٨٠٤٥٨٨٥٥	٤٦	١,٢٩٥٢٥٦٣١	٢٦	١,٠٦١٥٢٠١٥	٦
١,٥٩٦٢٦٣٤٤٣	٤٧	١,٣٠٨٢٠٨٨٨	٢٧	١,٠٧٢١٣٥٣٥	٧
١,٦١٢٢٢٦٠٧٨	٤٨	١,٣٢١١٢٩٠٩٧	٢٨	١,٠٨٢٨٥٦٧١	٨
١,٦٢٨٢٤٨٢٣٨	٤٩	١,٣٣٤٥٠٣٨٨	٢٩	١,٠٩٣٦٨٥٢٦	٩
١,٦٤٤٦٣١٨٢٢	٥٠	١,٣٤٧٨٤٨٩٢	٣٠	١,١٠٤٦٢٢١٣	١٠
١,٦٦١٠٧٨١٤	٥١	١,٣٦١٣٢٧٤٠	٣١	١,١١٥٦٦٨٣٥	١١
١,٦٧٧٦٨٨٩٢١	٥٢	١,٣٧٤٩٤٠٦٨	٣٢	١,١٢٦٨٢٥٠٣	١٢
١,٦٩٤٤٦٥٨١١	٥٣	١,٣٨٨٦٩٠٠٩	٣٣	١,١٣٨٠٩٣٢٨	١٣
١,٧١١١٤١٠٤٦٩	٥٤	١,٤٠٢٥٧٦٩٩	٣٤	١,١٤٩٤٧٤٢١	١٤
١,٧٢٨٥٢٤٥٧٣	٥٥	١,٤١٦٦٠٢٧٦	٣٥	١,١٦٠٩٦٨٩٦	١٥
١,٧٤٥٨٠٩٨١٩	٥٦	١,٤٣٠٧٦٨٧٨	٣٦	١,١٧٢٥٧٨٦٤	١٦
١,٧٦٣٢٦٧٩١٧	٥٧	١,٤٤٥٠٧٦٤٧	٣٧	١,١٨٤٣٠٤٤٣	١٧
١,٧٨٠٩٠٠٥٩٧	٥٨	١,٤٥٩٥٢٧٢٤	٣٨	١,١٩٦١٤٧٤٨	١٨
١,٧٩٨٧٠٩٦٠٣	٥٩	١,٤٧٤١٢٢٥١	٣٩	١,٢٠٨١٠٨٩٥	١٩
١,٨١٦٦٩٦٦٩٩	٦٠	١,٤٨٨٨٦٣٧٣	٤٠	١,٢٢٠١٩٠٠٤	٢٠

جملة الوحدة النقدية (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن

$$ع = ١,٥\%$$

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	١,٠١٥٠٠٠	٢١	١,٣٦٧.٥٧٨٢	٤١	١,٨٤١٢٢٨٦٨٥
٢	١,٠٣٠٢٢٥٠٠	٢٢	١,٣٨٧٥٦٣٧.	٤٢	١,٨٦٨٨٤٧١١٥
٣	١,٠٤٥٦٧٨٢٨	٢٣	١,٤٠٨٣٧٧١٥	٤٣	١,٨٩٦٨٧٩٨٢٢
٤	١,٠٦١٢٦٣٥٥	٢٤	١,٤٢٩٥٠٢٨١	٤٤	١,٩٢٥٣٣٢.١٩
٥	١,٠٧٧٢٨٤٠٠	٢٥	١,٤٥٠٩٤٥٣٥	٤٥	١,٩٥٤٢١٣.١٤
٦	١,٠٩٣٤٤٣٢٦	٢٦	١,٤٧٢٧.٩٥٢	٤٦	١,٩٨٣٥٢٦٢١
٧	١,١٠٩٨٤٤٩١	٢٧	١,٤٩٤٨٠.١٨	٤٧	٢,٠١٣٢٧٩١.٣
٨	١,١٢٦٤٩٢٥٩	٢٨	١,٥١٧٢٢٢١٨	٤٨	٢,٠٤٣٤٧٨٢٨٩
٩	١,١٤٣٢٨٩٩٨	٢٩	١,٥٣٩٩٨.٥١	٤٩	٢,٠٧٤١٣.٤٦٤
١٠	١,١٦٠٥٤.٨٢	٣٠	١,٥٦٣.٨.٢٢	٥٠	٢,١٠٥٢٤٢٤٢١
١١	١,١٧٧٩٤٨٩٤	٣١	١,٥٨٦٥٢٦٤٢	٥١	٢,١٣٦٨٢١.٥٧
١٢	١,١٩٥٦١٨١٧	٣٢	١,٦١٠٣٢٤٣٢	٥٢	٢,١٦٨٨٧٣٣٧٣
١٣	١,٢١٣٥٥٢٤٤	٣٣	١,٦٣٤٤٧٩١٨	٥٣	٢,٢٠١٤٠.٦٤٧٣
١٤	١,٢٣١٧٥٥٧٣	٣٤	١,٦٥٨٩٩٦٣٧	٥٤	٢,٢٣٤٤٢٧٥٧
١٥	١,٢٥٠.٧٣٢.٧	٣٥	١,٦٨٢٨٨١٣٢	٥٥	٢,٢٦٧٩٤٣٩٨٤
١٦	١,٢٦٨٩٨٥٥٥	٣٦	١,٧٠٩١٣٩٥٤	٥٦	٢,٣٠١١٩٦٣١٤٤
١٧	١,٢٨٨.٢.٣٣	٣٧	١,٧٣٤٧٧٦٦٣	٥٧	٢,٣٣٦٤٩٢٥٩١
١٨	١,٣٠٧٣٤.٦٤	٣٨	١,٧٦.٧٩٨٢٨	٥٨	٢,٣٧١٥٣٩٩٨
١٩	١,٣٢٦٩٥.٧٥	٣٩	١,٧٨٧٢١.٢٥	٥٩	٢,٤٠٧١١٣.٧٩
٢٠	١,٣٤٦٨٥٥.١	٤٠	١,٨١٤.١٨٤١	٦٠	٢,٤٤٣٢١٩٧٧٦

جملة الوحدة النقدية (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
 $\% \text{ع} = ٢$

(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن
٢,٢٥٢٢٠٠٤٥٧	٤١	١,٥١٥٦٦٦٣٤	٢١	١,٠٢٠٠٠٠٠٠	١
٢,٢٩٧٢٤٤٤٦٦	٤٢	١,٥٤٥٩٧٩٦٧	٢٢	١,٠٤٠٤٠٠٠٠	٢
٢,٣٤٣١٨٩٣٥٥	٤٣	١,٥٧٦٨٩٩٢٦	٢٣	١,٠٦١٢٠٨٠٠	٣
٢,٣٩٠٠٥٣١٤٢	٤٤	١,٦٠٨١٢٧٢٥	٢٤	١,٠٨٢٤٣٧١٦	٤
٢,٤٣٧٨٥٤٢٠٥	٤٥	١,٦٤٠٦٠٥٩٩	٢٥	١,١٠٤٠٨٠٨٠	٥
٢,٤٨٦٦١١١٢٨٩	٤٦	١,٦٧٣٤١٨١١	٢٦	١,١٢٦١٦٢٤٢	٦
٢,٥٣٦٣٤٣٥١٥	٤٧	١,٧٠٦٨٨٦٤٨	٢٧	١,١٤٨٦٨٥٦٧	٧
٢,٥٨٧٠٧٠٣٨٥	٤٨	١,٧٤١٠٢٤٢١	٢٨	١,١٧١٦٥٩٣٨	٨
٢,٦٣٨٨١١٧٩٣	٤٩	١,٧٧٥٨٤٤٦٩	٢٩	١,١٩٥٠٩٢٥٧	٩
٢,٦٩١٥٨٨٠٢٩	٥٠	١,٨١١٣٦١٥٨	٣٠	١,٢١٨٩٩٤٤٢	١٠
٢,٧٤٥٤١٩٧٩	٥١	١,٨٤٧٥٨٨٨٢	٣١	١,٢٤٣٣٧٤٣١	١١
٢,٨٠٠٣٢٨١٨٥	٥٢	١,٨٨٤٥٤٠٥٩	٣٢	١,٢٦٨٢٤١٧٩	١٢
٢,٨٥٦٣٣٤٧٤٦	٥٣	١,٩٢١٢٣١٤٠	٣٣	١,٢٩٣٦٠٦٦٣	١٣
٢,٩١٣٤٦١١٤٤٤	٥٤	١,٩٦٠٦٧٦٠٣	٣٤	١,٣١٩٤٧٨٧٦	١٤
٢,٩٧١٧٣٠٦٧٣	٥٥	١,٩٩٩٨٨٩٥٥	٣٥	١,٣٤٥٨٦٨٣٤	١٥
٣,٠٣١١٦٥٢٨٦	٥٦	٢,٠٣٩٨٨٧٣٤	٣٦	١,٣٧٢٧٨٥٧١	١٦
٣,٠٩١٧٨٨٥٩٢	٥٧	٢,٠٨٠٦٨٥٠٩	٣٧	١,٤٠٠٢٤١٤٢	١٧
٣,١٥٣٦٢٤٣٦٤	٥٨	٢,١٢٢٢٩٨٧٩	٣٨	١,٤٢٨٢٤٦٢٥	١٨
٣,٢١٦٦٩٦٨٥١	٥٩	٢,١٦٤٧٤٤٧٧	٣٩	١,٤٥٦٨١١١٧	١٩
٣,٢٨١٠٣٠٧٨٨	٦٠	٢,٢٠٨٠٣٩٦٦	٤٠	١,٤٨٥٩٤٧٤٠	٢٠

جملة الوحدة للتدبير (ع+1) عند القيم المختلفة لن

$$\%2,5 = \text{ع}$$

(ع+1) ^ن	ن	(ع+1) ^ن	ن	(ع+1) ^ن	ن
٢,٧٥٢١٩.٤٣٤	٤١	١,٦٧٩٥٨١٨٥	٢١	١,٠٢٥.٠٠٠	١
٢,٨٢.٩٩٥١٩٥	٤٢	١,٧٢١٥٧١٤٠	٢٢	١,٠٥.٦٢٥٠٠	٢
٢,٨٩١٥٢.٠٧٥	٤٣	١,٧٦٤٦١.٦٨	٢٣	١,٠٧٦٨٩.٧٣	٣
٢,٩٦٣٨.٨.٧٧	٤٤	١,٨٠٨٧٢٥٩٥	٢٤	١,١٠٣٨١٢٨٩	٤
٣,٠٣٧٩.٣٢٧٩	٤٥	١,٨٥٣٩٤٤١٠	٢٥	١,١٣١٤.٨٢١	٥
٣,١١٣٨٥.٨٦١	٤٦	١,٩٠٠٢٩٢٧٠	٢٦	١,١٥٩٦٩٣٤٤	٦
٣,١٩١٦٩٧١٣٢	٤٧	١,٩٤٧٨.٠٠٢	٢٧	١,١٨٨٦٨٥٧٥	٧
٣,٢٧١٤٨٩٥٦	٤٨	١,٩٩٦٤٩٥.٢	٢٨	١,٢١٨٤.٢٩٠	٨
٣,٣٥٣٢٧٦٨	٤٩	٢,٠٤٦٤.٧٣٩	٢٩	١,٢٤٨٨٦٢٩٧	٩
٣,٤٣٧١.٨٧١٩	٥٠	٢,٠٩٧٥٦٧٥٨	٣٠	١,٢٨٠.٨٤٥٤	١٠
٣,٥٢٣.٢٦٤٣٧	٥١	٢,١٥٠٠.٦٧٧	٣١	١,٣١٢.٨٦٦٦	١١
٣,٦١١١١٢٣٤٨	٥٢	٢,٢٠٣٧٥٦٩٤	٣٢	١,٣٤٤٨٨٨٨٢	١٢
٣,٧٠١٣٩.١٥٧	٥٣	٢,٢٥٨٨٥.٨٦	٣٣	١,٣٧٨٥١١.٤	١٣
٣,٧٩٢٩٢٤٩١١	٥٤	٢,٣١٥٢٢٢١٣	٣٤	١,٤١٢٩٧٣٨٢	١٤
٣,٨٨٨٧٧٢.٣٤	٥٥	٢,٣٧٣٢.٥١٩	٣٥	١,٤٤٨٢٩٨١٧	١٥
٣,٩٨٥٩٩٢٣٥٩	٥٦	٢,٤٢٢٥٢٥٢٢	٣٦	١,٤٨٤٥.٥٦٢	١٦
٤,٠٨٥٦٤٢١١٦٨	٥٧	٢,٤٩٣٢٤٨٧٠	٣٧	١,٥٢١٦١٨٢٦	١٧
٤,١٨٧٧٨٣٢٢٣	٥٨	٢,٥٥٥٦٨٢٤٢	٣٨	١,٥٥٩٦٥٨٧٢	١٨
٤,٢٩٢٤٧٧٨.٢	٥٩	٢,٦١٩٥٧٤٤٨	٣٩	١,٥٩٨٦٥.١٩	١٩
٤,٣٩٩٧٨٩٧٤٨	٦٠	٢,٦٨٥.٦٣٨٤	٤٠	١,٦٣٨٦١٦٤٤	٢٠

جملة الوحدة النقدية $(ع+١)$ عند القيم المختلفة لـ ن

$$\frac{ع}{٥٢} = ع$$

ن	$(ع+١)$	ن	$(ع+١)$	ن	$(ع+١)$
١	١,٠٣٠,٠٠٠	٢١	١,٨٦,٠٢٩,٥٠٧	٤١	٢,٢٥٩,٨٩٨,٩٢٦
٢	١,٠٦٠,٩٠٠	٢٢	١,٩١٦,١٠٢,٤١١	٤٢	٢,٤٦٠,٦٩٥,٨٩٢
٣	١,٠٩٢,٧٢٧,٠٠	٢٣	١,٩٧٢,٥٨٦,٥٠١	٤٣	٢,٥٦٤,٥١٦,٧٧٧
٤	١,١٢٥٥,٨٨١	٢٤	٢,٠٣٧,٧٩٤,١١١	٤٤	٢,٦٧١,٤٥٢,٢٧٢
٥	١,١٥٩٢,٧٤٠,٧	٢٥	٢,٠٩٢,٧٧٧,٩٢	٤٥	٢,٧٨١,٥٩٥,٨٤٢
٦	١,١٩٤,٥٢٣,٠	٢٦	٢,١٥٦,٥٩١,٢٧	٤٦	٢,٨٩٥,٠٤٣,٧١٧
٧	١,٢٢٩,٨٧٢,٨٧	٢٧	٢,٢٢١,٢٨٩,٠١	٤٧	٣,٠١١,٨٩٥,٠٢٨
٨	١,٢٦٦,٧٧,٠٠,٨	٢٨	٢,٢٨٧,٩٢٧,٦٨	٤٨	٣,١٢٢,٢٥١,٨٧٩
٩	١,٣٠٤,٧٧٣,١٨	٢٩	٢,٣٥٦,٥٦٥,٥٠١	٤٩	٣,٢٥٦,٢١٩,٤٣٥
١٠	١,٣٤٢,٩١٦,٣٨	٣٠	٢,٤٢٧,٢١٢,٤٧	٥٠	٣,٣٨٢,٩٠٦,٠١٩
١١	١,٣٨٤,٢٢٢,٨٧	٣١	٢,٥٠٠,٠٨٠,٣٥	٥١	٣,٥١٥,٤٢٣,١٩٩
١٢	١,٤٢٥,٧٦,٨٩	٣٢	٢,٥٧٥,٠٨٢,٧٦	٥٢	٣,٦٥٠,٨٨٥,٨٩٥
١٣	١,٤٦٨,٥٢٣,٧١	٣٣	٢,٦٥٢,٢٣٥,٢٤	٥٣	٣,٧٩٠,٤١٢,٤٧٢
١٤	١,٥١٢,٥٨٩,٧٢	٣٤	٢,٧٣١,٩٠٥,٣٠	٥٤	٣,٩٣٤,١٢٤,٨٤٦
١٥	١,٥٥٧,٩٦٧,٤٢	٣٥	٢,٨١٢,٨٦٢,٤٥	٥٥	٤,٠٨٢,٤٨٥,٩١١
١٦	١,٦٠٤,٧٠٦,٤٤	٣٦	٢,٨٩٨,٢٧٨,٢٢	٥٦	٤,٢٣٤,٦١٣,٤٩
١٧	١,٦٥٢,٨٤٧,٦٢	٣٧	٢,٩٨٥,٢٦٦,٦٨	٥٧	٤,٣٩١,٦٥١,٤٤١
١٨	١,٧٠٢,٤٢٢,٠٦	٣٨	٣,٠٧٤,٧٨٢,٤٨	٥٨	٤,٥٥٣,٤٠٠,٩٨٤
١٩	١,٧٥٢,٥٠٦,٠٥	٣٩	٣,١٦٧,٠٦٦,٩٨	٥٩	٤,٧٢٠,٠٠٣,٠١٣
٢٠	١,٨٠٢,١١١,١٢٢	٤٠	٣,٢٦٢,٣٧٧,٩	٦٠	٤,٨٩١,٦٠٣,١٠٤

جملة الوحدة النقدية (ع+1) عند القيم المختلفة لـ ن
 $\% 2,0 = ع$

(ع+1)	ن	(ع+1)	ن	(ع+1)	ن
٤,٠٩٧٨٢٢٨١١	٤١	٢,٠٥٩٤٢١٤٧	٢١	١,٠٣٥٠٠٠٠	١
٤,٢٤١٢٥٧٩٩٤	٤٢	٢,١٣١٥١١٥٨	٢٢	١,٠٧١٢٢٥٠٠	٢
٤,٣٨٩٧٠٢٠٢٤	٤٣	٢,٢٠٦١١٤٤٨	٢٣	١,١٠٨٧١٧٨٨	٣
٤,٥٤٢٢٤١٥٩٥	٤٤	٢,٢٨٢٢٢٨٤٩	٢٤	١,٤٧٥٢٢٠٠	٤
٤,٧٠٢٣٥٨٥٥١	٤٥	٢,٣٦٢٢٤٤٩٨	٢٥	١,١٨٧٦٨٦٣١	٥
٤,٨٦٦٩٤١١	٤٦	٢,٤٤٥٩٥٨٥٦	٢٦	١,٢٢٩٢٥٥٢٢	٦
٥,٠٣٧٢٨٤٠٣٩	٤٧	٢,٥٢١٥٦٧١١	٢٧	١,٢٧٢٢٧٩٢٦	٧
٥,٠١٢٥٨٨٩٨	٤٨	٢,٦٢٠١٧١٩٦	٢٨	١,٣١٦٨٠٩٠٤	٨
٥,٢٩٦٠٦٤٥٩٤	٤٩	٢,٧١١٧١٩٨	٢٩	١,٣٦٢٨٩٧٣٥	٩
٥,٥٨٤٩٢٦٨٥٥	٥٠	٢,٨٠٦٧٩٢٧٠	٣٠	١,٤١٠٥٩٨٧٦	١٠
٥,٧٨٠٣٩٩٢٩٥	٥١	٢,٩٠٥٠٣١٤٨	٣١	١,٤٥٩٩٦٩٧٢	١١
٥,٩٨٢٧١٣٢٧	٥٢	٣,٠٠٦٧٠٧٥٩	٣٢	١,٥١١٠٦٨٦٦	١٢
٦,١٩٢١٠٨٢٣٥	٥٣	٣,١١١٩٤٢٣٥	٣٣	١,٥٦٣٩٥٦٠٦	١٣
٦,٤٠٨٨٢٢٠٢٣	٥٤	٣,٢٢٠٨٦٠٣٣	٣٤	١,٦١٨٦٩٤٥٢	١٤
٦,٦٢٣١٤١١٤٤	٥٥	٣,٣٢٣٥٩٠٤٥	٣٥	١,٦٧٥٣٤٨٨٢	١٥
٦,٨٦٥٣٠١٠٨٤	٥٦	٣,٤٥٠٢٦٦١١	٣٦	١,٧٢٣٩٨٦٠٤	١٦
٧,٢٠٣٩١٧٩٢	٥٧	٣,٥٧١٠٢٥٤٣	٣٧	١,٧٩٤٦٧٥٥٥	١٧
٧,٣٥٤٢٨٢١٥٣	٥٨	٣,٦٩٦٠١١٣٢	٣٨	١,٨٥٧٤٨٩٢٠	١٨
٧,٦١١٦٨٢٠٢٩	٥٩	٣,٨٢٥٣٧١٧١	٣٩	١,٩٢٢٥٠١٣٢	١٩
٧,٨٧٨٠٩٠٩	٦٠	٣,٩٥٩٢٥٩٧٢	٤٠	١,٩٨٩٧٨٨٨٦	٢٠

جملة الوحدة النقدية (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
 $\% \varepsilon = \varepsilon$

(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن
١,٩٩٣.٦١٤٥٣	٤١	٢,٢٧٨٧٦٨.٧	٢١	١,٠٤٠٠٠٠٠٠٠	١
٥,١٩٢٧٨٣٩١١٥	٤٢	٢,٢٦٩٩١٨٧٩	٢٢	١,٠٨١٦٠٠٠٠	٢
٥,٤٠٠٤٩٥٢٦٧	٤٣	٢,٤٦٤٧١٥٥٤	٢٣	١,١٢٤٨٦٤٠	٣
٥,٦١٦٥١٥٠٧٨	٤٤	٢,٥٦٣٣.٤١٦	٢٤	١,١٦٩٨٥٨٥٦	٤
٥,٨٤١١٧٥٦٨١	٤٥	٢,٦٦٥٨٣٦٣٣	٢٥	١,٢١٦٦٥٢٩٠	٥
٦,٠٧٤٨٢٢٧.٨	٤٦	٢,٧٧٢٤٦٩٧٨	٢٦	١,٢٦٥٣١٩.٢	٦
٦,٣١٧٨١٥٦١٦	٤٧	٢,٨٨٣٣٦٨٥٨	٢٧	١,٣١٥٩٣١٧٨	٧
٦,٥٧.٥٢٨٢٤١	٤٨	٢,٩٩٨٧.٣٢٢	٢٨	١,٣٦٨٥٦٩.٥	٨
٦,٨٣٣٣٤٩٣٧١	٤٩	٣,١١٨٦٥١٤٥	٢٩	١,٤٢٣٣١٨١	٩
٧,١.٦٦٨٣٣٤٦	٥٠	٣,٢٤٣٣٩٧٥١	٣٠	١,٤٨٠.٢٤٤٢٨	١٠
٧,٣٩.٩٥.٦٧٩	٥١	٣,٣٧٣١٣٣٤١	٣١	١,٥٣٩٤٥٤.٦	١١
٧,٦٨٦٥٨٨٧.٦	٥٢	٣,٥٠٨.٥٨٧٥	٣٢	١,٦.١.٣٢٢٢	١٢
٧,٩٩٤.٥٢٢٥٥	٥٣	٣,٦٤٨٣٨١١.٠	٣٣	١,٦٦٥.٧٣٥١	١٣
٨,٢١٣٨١٤٣٤٥	٥٤	٣,٧٩٤٣١٦٣٤	٣٤	١,٧٣١٦٧٦٤٥	١٤
٨,٦٤٦٣٦٦٩١٩	٥٥	٣,٩٤٦.٨٨٩٩	٣٥	١,٨٠٠.٩٤٣٥١	١٥
٨,٩٩٢٣٢١٥٩٦	٥٦	٤,١.٣٩٣٢٥٥	٣٦	١,٧٢٩٨١٢٥	١٦
٩,٣٥١٩١.٤٥٩	٥٧	٤,٢.٦٨.٨٩٨٦	٣٧	١,٩٤٧٩.٠.٥.	١٧
٩,٧٢٥٩٨٧٨٧٨	٥٨	٤,٤٣٨٨١٣٤٥	٣٨	٢,٢٥٨١٦٥٢	١٨
١٠,١١٥.٢٦٣٥	٥٩	٤,٦١٦٣٦٥٩٩	٣٩	٢,١.٦٨٤٩١٨	١٩
١٠,٥١٩٦٢٧٤١	٦٠	٤,٨٠١.٢.٦٣	٤٠	٢,١٩١١٢٣١٤	٢٠

جملة الوحدة النقدية (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
 $\%٤,٥ = ع$

(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن
٦,٠٧٨١٠٠٩٤٢	٤١	٢,٥٢٠٢٤١١٦٠	٢١	١,٠٤٥٠٠٠٠	١
٦,٢٥١٦١٥٤٨٤	٤٢	٢,٦٢٢٦٥٢٠١	٢٢	١,٠٩٢٠٢٥٠٠	٢
٦,٦٢٢٤٣٨١٨١	٤٣	٢,٧٥٢١٦٦٢٥	٢٣	١,١٤١١٦٦١٢	٣
٦,٩٢٦١٢٢٨٩٩	٤٤	٢,٨٧٦٠١٣٨٢	٢٤	١,١٩٢٥١٨٦٠	٤
٧,٢٤٨٢٤٨٤٢٩	٤٥	٣,٠٠٥٢٤٤٤٦	٢٥	١,٢٤٦١٨١٩٤	٥
٧,٥٧٤٤١٩٦٠٩	٤٦	٣,١٤٠٦٧٩٠١	٢٦	١,٣٠٢٢٦٠١٢	٦
٧,٩١٥٢٦٨٤٩١	٤٧	٣,٢٨٢٠٠٩٥٦	٢٧	١,٣٦٠٨٦١٨٢	٧
٨,٢٧١٤٥٥٥٧٢	٤٨	٣,٤٢٩٦٩٩٩	٢٨	١,٤٢٢١٠٠٦١	٨
٨,٦٤٢٦٧١٠٧٤	٤٩	٣,٥٨٤٠٣٦٤٩	٢٩	١,٤٨٦٠٩٥١٤	٩
٩,٠٢٢٦٢٦٢٧٢	٥٠	٣,٧٤٥٢١٨١٢	٣٠	١,٥٥٢٩٦٩٤٢	١٠
٩,٤٢٩١٠٤٩٠٥	٥١	٣,٩١٢٨٥٧٤٥	٣١	١,٦٢٢٨٥٢٠٥	١١
٩,٨٦٢٨٦٤٦٢٥	٥٢	٤,٠٨٩٩٨١٠٤	٣٢	١,٦٩٥٨٨١٤٢	١٢
١٠,٣٠٧٧٢٨٥٢	٥٣	٤,٢٧٤٠٣٠١٨	٣٣	١,٧٧٢١٩٦١٠	١٣
١٠,٧٧١٥٨٦٧٧	٥٤	٤,٤٦٦٣٦١٥٤	٣٤	١,٨٥١٩٤٤٩٢	١٤
١١,٢٥٦٢٠٨١٧	٥٥	٤,٦٦٧٢٤٧٨١	٣٥	١,٩٣٥٢٨٢٤٤	١٥
١١,٧٦٢٨٤٢٠٤	٥٦	٤,٨٧٧٢٧٨٤٦	٣٦	٢,٠٢٢٣٧٠١٥	١٦
١٢,٢٩٢١٦٩٩٢	٥٧	٥,٠٩٦٨٦٠٤٩	٣٧	٢,١١٢٣٧٦٨١	١٧
١٢,٨٤٥٢١٧٥٨	٥٨	٥,٣٢٦٦١٩٢١	٣٨	٢,٢٠٨٤٧٨٧٧	١٨
١٣,٤٢٢٣٥٦٨٧	٥٩	٥,٥٦٥٨٩٩٠٨	٣٩	٢,٣٠٧٨٦٠٣١	١٩
١٤,٠٢٧٤٠٧٩٢	٦٠	٥,٨١٦٣٦١٥٤	٤٠	٢,٤١١٧١٤٠٢	٢٠

جملة الوحدة النقدية (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
 $\%٥ = ع$

(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن
٧,٣٩١٩٨٨١٤٧	٤١	٢,٧٨٥٩٦٢٥٩	٢١	١,٠٥٠٠٠٠	١
٧,٧٦١٥٨٧٥٥٤	٤٢	٢,٩٢٥٢٦.٧٢	٢٢	١,١٠٢٥٠٠٠	٢
٨,١٤٩٦٦٦٩٢٢	٤٣	٣,٠٧١٥٢٣٧٦	٢٣	١,١٥٧٦٢٥٠٠	٣
٨,٥٥٧١٥.٢٧٩	٤٤	٣,٢٢٥.٩٩٩٤	٢٤	١,٢١٥٥.٦٢٥	٤
٨,٩٨٥٠.٧٧٩٢	٤٥	٣,٣٨٦٢٥٤٩٤	٢٥	١,٢٧٦٢٨١٥٦	٥
٩,٤٣٤٢٥٨١٨٢	٤٦	٣,٥٥٥٦٧٢٦٩	٢٦	١,٣٤٠٠.٩٥٦٤	٦
٩,٩٠٩٧١.٩١	٤٧	٣,٧٢٣٤٥٦٢٢	٢٧	١,٤٠٧١.٠٤٢	٧
١٠,٤٠١٢٦٩٦٥	٤٨	٣,٩٢٠.١٢٩١٤	٢٨	١,٤٧٧٤٥٥٤٤	٨
١٠,٩٢١٢٣٢١٢	٤٩	٤,١١٦٦١٢٥٦.	٢٩	١,٥٥١٢٢٨٢٢	٩
١١,٤٦٧٢٩٩٧٨	٥٠	٤,٣٢١٩٤٢٣٨	٣٠	١,٦٢٨٨٩٤٦٢	١٠
١٢,٠٤٠.٧٦٩٧٧	٥١	٤,٥٢٨.٣٩٤٩	٣١	١,٧١.٢٢١٩٢٦	١١
١٢,٦٤٢٨.٨٢٦	٥٢	٤,٧٦٤٩٤١٤٧	٣٢	١,٧٩٥٨٥٦٢٢	١٢
١٣,٢٧٤٩٤٨٦٨	٥٣	٥,٠٠٣١٨٨٥٤	٣٣	١,٨٨٥٦٤٩١٤	١٣
١٣,٩٢٨٦٩٦١١	٥٤	٥,٢٥٢٢٤٧٩٧	٣٤	١,٩٧٩٩٣١٦.	١٤
١٤,٦٢٥٦٢.٩١	٥٥	٥,٥١٦.١٥٢٧	٣٥	٢,٠٧٨٩٢٨١٨	١٥
١٥,٢٦٧٤١٢٤٦	٥٦	٥,٧٩١٨١٦١٤	٣٦	٢,١٨٢٨٧٤٥٩	١٦
١٦,١٢٥٧٨٢.٨	٥٧	٦,٠٨١٤.٦٩٤	٣٧	٢,٢٩٢.١٨٢٢	١٧
١٦,٩٤٢٥٧٢٢٤	٥٨	٦,٣٨٥٤٧٧٢٩	٣٨	٢,٤٠٦٦١٩٢٢	١٨
١٧,٧٨٩٧.٠٨٥	٥٩	٦,٧٠٤٧٥١١٩	٣٩	٢,٥٢٦٩٥.٢.	١٩
١٨,٦٧٩١٨٥٨٩	٦٠	٧,٠٢٩٩٨٨٧١	٤٠	٢,٦٥٢٢٩٧٧١	٢٠

جملة الوحدة النقدية (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
 $\% ٥٠.٥ = ع$

(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن
٨,٩٨١٥٤.٧٥٦	٤١	٤,٠٧٨٢٢٤١٥	٢١	١,٠٥٥.٠٠٠	١
٩,٤٧٥٥٢٥٤٩٧	٤٢	٢,٢١٧٥٢٧.٢	٢٢	١,١١٢.٢٥٠٠	٢
٩,٩٩٦٦٧٩٤	٤٣	٢,٤٢٦١٥١٥٧	٢٣	١,١٧٤٢٤١٢٨	٣
١٠,٥٤٦٤٩٦٧٧	٤٤	٢,٦١٤٥٨٩٩٠	٢٤	١,٢٣٨٨٢٤٦٥	٤
١١,١٢٦٥٥٤.٩	٤٥	٢,٨١٢٢٩٢٢٥	٢٥	١,٣٠٦٩٦.٠٠١	٥
١١,٧٢٨٥١٤٥٦	٤٦	٤,٠٢٣١٢٨٩٢	٢٦	١,٣٧٨٨٤٢٨١	٦
١٢,٣٨٤١٢٢٨٦	٤٧	٤,٢٤٤٤.١٠٢	٢٧	١,٤٥٤٦٧٩١٦	٧
١٢,٦٥٢٦.١٧	٤٨	٤,٤٧٧٨٤٢.٧	٢٨	١,٥٢٤٦٨٦٥١	٨
١٢,٧٨٢٨٤٩٤٨	٤٩	٤,٧٢٤١٢٤٤٤	٢٩	١,٦١٩.٩٤٢٧	٩
١٤,٥٤١٩٦١٢	٥٠	٤,٩٨٢٩٥١٢٩	٣٠	١,٧٠٨١٤٤٤٦	١٠
١٥,٢٤١٧٦٩.٧	٥١	٥,٢٥٨.٦٨٦١	٣١	١,٨٠٢.٩٢٤٠	١١
١٦,١٨٥٥٦٦٢٧	٥٢	٥,٥٤٧٢٦٦٢٨	٣٢	١,٩٠١٢.٧٤٩	١٢
١٧,٠٧٥٧٧٢٥٢	٥٣	٥,٨٥٢٢٦١٨١	٣٣	٢,٠٠٥٧٧٢٩.٠	١٣
١٨,٠١٤٩٤	٥٤	٦,١٧٤٢٤١٧١	٣٤	٢,١١٦.٩١٤٦	١٤
١٩,٠٠٥٧٦١٧١	٥٥	٦,٥٤٢٨٢٥.١	٣٥	٢,٢٢٢٤٧٦٤٩	١٥
٢٠,٠٥١.٧٨٦	٥٦	٦,٨٧٢.٨٥٢٨	٣٦	٢,٣٥٥٢٦٢٧.٠	١٦
٢١,١٥٢٨٨٧٩٢	٥٧	٧,٢٥٠.٥٠.٨	٣٧	٢,٤٨٤٨.٢١٥	١٧
٢٢,٢١٧٢٥١٧٦	٥٨	٧,٦٤٨٨.٢٤	٣٨	٢,٦٢١٤٦٦٢٧	١٨
٢٣,٥٤٤٨.٦١١	٥٩	٨,٠٦٩٤٨٦٩٩	٣٩	٢,٧٦٥٦٤٦٩١	١٩
٢٤,٨٢٩٧٧.٤٤	٦٠	٨,٥١٢٢.٨٧٧	٤٠	٢,٩١٧٧٥٧٤٩	٢٠

جملة الوحدة النقدية (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
 $\%٦ = ع$

(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن
١٠,٩٠٢٨٦١.١	٤١	٢,٢٩٩٥٦٢٦.	٢١	١,٠٦٠٠٠٠٠٠	١
١١,٥٥٧.٢٢٦٧	٤٢	٢,٦.٢٥٢٧٤٢	٢٢	١,١٢٢٦.٠٠٠	٢
١٢,٢٥٠.٤٥٤٦٣	٤٣	٢,٨١٩٧٤٩٦٦	٢٣	١,١٩١.١٦٠٠	٣
١٢,٩٨٥٤٨١٩١	٤٤	٤,٠٤٨٩٢٤٦٤	٢٤	١,٢٦٢٤٧٦٩٦	٤
١٣,٧٦٤٦١.٨٣	٤٥	٤,٢٩١٨٧.٧٢	٢٥	١,٢٢٨٢٢٥٥٨	٥
١٤,٥٩.٤٨٧٤٨	٤٦	٤,٥٤٩٢٨٧٩٦	٢٦	١,٤١٨٥١٩١١	٦
١٥,٤٦٥٩١٦٧٢	٤٧	٤,٨٢٢٣٤٥٩٤	٢٧	١,٥٠٣٦٣.٢٦	٧
١٦,٢٩٢٨٧١٧٣	٤٨	٥,١١١٦٨٦٧.	٢٨	١,٥٩٢٨٤٨.٧	٨
١٧,٢٧٧٥.٤٠٣	٤٩	٥,٤١٨٢٨٧٩.	٢٩	١,٦٨٩٤٧٨٩٦	٩
١٨,٤٢.١٥٤٢٧	٥٠	٥,٧٤٣٤٩١١٧	٣٠	١,٧٩.٨٤٧٧.	١٠
١٩,٥٢٥٢٦٢٥٣	٥١	٦,٠٨٨١٠.٦٤	٣١	١,٨٩٨٢٩٨٥٦	١١
٢٠,٦٩٦٨٨٥٢٤	٥٢	٦,٤٥٢٣٨٦٦٨	٣٢	٢,٠١٢١٩٦٤٧	١٢
٢١,٩٢٨٦٩٨٤٦	٥٣	٦,٨٤.٥٨٩٨٨	٣٣	٢,١٣٢٩٢٨٢٦	١٣
٢٢,٢٥٥.٢.٢٧	٥٤	٧,٢٥١.٢٥٢٨	٣٤	٢,٢٦.٩.٢٩٦	١٤
٢٤,٦٥.٢٢١٥٩	٥٥	٧,٦٨٦.٨٦٧٩	٣٥	٢,٢٩٦٥٥٨١٩	١٥
٢٦,١٢٩٣٤.٨٩	٥٦	٨,١٤٧٢٥٢.٠	٣٦	٢,٥٤.٢٥١٦٨	١٦
٢٦,١٢٩٣٤.٨٩	٥٧	٨,١٤٧٢٥٢.٠	٣٧	٢,٦٩٢٧٧٢٧٩	١٧
٢٩,٢٥٨٩٢٧٤٢	٥٨	٩,١٥٤٢٥٣٢٥	٣٨	٢,٨٥٤٢٣٩١٥	١٨
٣١,١٢.٤٦٣.٧	٥٩	٩,٧.٢٥.٧٤٩	٣٩	٣,٠٢٥٥٩٩٥.	١٩
٣٢,٩٨٧٦٩.٨٥	٦٠	١٠,٢٨٥٧١٧٩٤	٤٠	٣,٢.٧١٢٥٤٧	٢٠

جملة الوحدة النقدية (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
 $\% 1,5 = ع$

(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن
١٣,٢٢٣١١٩٢٨	٤١	٢,٧٥٢٦٨١٩٩	٢١	١,٠٦٥٠٠٠٠٠	١
١٤,٠٨٢٦٢٢١٤	٤٢	٢,٩١٦٦٠٦٢٢	٢٢	١,١٢٤٢٢٥٠٠	٢
١٤,٩٩٧٩٩٢٥٨	٤٣	٤,٢٥٦٣٨٥٧٣	٢٣	١,٢٠٧٩٤٩٦٣	٣
١٥,٩٧٢٨٦٢٠٩	٤٤	٤,٥٢٣٠٥٠٨١	٢٤	١,٢٨٦٤٦٦٣٥	٤
١٧,٠١١٠٩٨١٣	٤٥	٤,٨٢٧٦٩٩١١	٢٥	١,٣٧٠٠٨٦٦٦	٥
١٨,١١٦٨١٩٥	٤٦	٥,١٤١٤٩٩٥٥	٢٦	١,٤٥٩١٤٢٣٠	٦
١٩,٢٩٤٤١٢٧٨	٤٧	٥,٤٧٥٦٩٧٠٢	٢٧	١,٥٥٣٩٨٦٥٥	٧
٢٠,٥٤٨٥٤٩٦١	٤٨	٥,٨٢١٦١٧٢٣	٢٨	١,٦٥٤٩٩٥٦٧	٨
٢١,٨٨٤٢٠٥٢٣	٤٩	٦,٢١٠٦٧٢٤٥	٢٩	١,٧٦٢٥٧٠٣٩	٩
٢٣,٣٠٦٦٧٨٦٨	٥٠	٦,٦١٤٣٦٦١٦	٣٠	١,٨٧٧١٣٧٤٧	١٠
٢٤,٨٢١٦١٢٧٩	٥١	٧,٠٤٤٢٩٩٦٦	٣١	١,٩٩٩١٥١٤٠	١١
٢٦,٤٣٥٠١٧٦٢	٥٢	٧,٥٠٢١٧٩٤٦	٣٢	٢,١٢٩٠٩٦٢٤	١٢
٢٨,١٥٢٢٩٣٧٧	٥٣	٧,٩٨٩٨٢١١٣	٣٣	٢,٢٦٧٤٨٧٥٠	١٣
٢٩,٩٨٢٢٥٧٨٦	٥٤	٨,٥٠٩١٥٩٥٠	٣٤	٢,٤١٤٨٧٤١٨	١٤
٣١,٩٣٢١٦٩٦٢	٥٥	٩,٠٢٢٢٥٤٨٧	٣٥	٢,٥٧١٨٤١٠١	١٥
٣٤,٠٠٧٧٦٠٦٥	٥٦	٩,٦٥١٣٠١٤٣	٣٦	٢,٧٣٩٠١٠٦٧	١٦
٣٦,٢١٨٢٦٥٠٩	٥٧	١٠,٢٧٨٦٣٦٠٣	٣٧	٢,٩١٧٠٤٦٣٧	١٧
٣٨,٥٧٢٤٥٢٣٢	٥٨	١٠,٩٤٦٧٤٧٣٧	٣٨	٣,١٠٦٦٥٤٣٨	١٨
٤١,٠٧٩٦٦١٧٢	٥٩	١١,٦٥٨٢٨٥٩٥	٣٩	٣,٣٠٨٥٨٦٩١	١٩
٤٣,٧٤٩٨٣٩٧٣	٦٠	١٢,٤١٦٠٧٤٥٣	٤٠	٣,٥٢٣٦٤٥٠٦	٢٠

جملة الوحدة النقدية (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن

$$\% \gamma = \epsilon$$

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	١,٠٦٥,٠٠٠,٠٠٠	٢١	٢,٧٥٢٦٨١٩٩	٤١	١٦,٠٢٢٦٦٩٨٩
٢	١,١٢٤٢٢٥٠,٠٠٠	٢٢	٢,٩٩٦٦,٦٣٢	٤٢	١٧,١٤٤٢٥٦٧٨
٣	١,٢٠٢٩٤٩٦٣	٢٣	٤,٢٥٦٣٨٥٧٣	٤٣	١٨,٣٤٤٢٥٤٧٥
٤	١,٢٨٦٤٦٦٣٥	٢٤	٤,٥٢٣,٥٠٨١	٤٤	١٩,٦٢٨٤٥٩٥٩
٥	١,٣٧٠,٨٦٦٦	٢٥	٤,٨٢٧٦٩٩١١	٤٥	٢١,٠٠٢٤٥١٧٦
٦	١,٤٥٩١٤٢٣٠	٢٦	٥,١٤١٤٩٩٥٥	٤٦	٢٢,٤٧٦٦٣٢٣٨
٧	١,٥٥٢٩٨٦٥٥	٢٧	٥,٤٧٥٦٩٧,٢	٤٧	٢٤,٠٤٥٧,٧,٢
٨	١,٦٥٤٩٩٥٦٧	٢٨	٥,٨٢١٦١٧٣٣	٤٨	٢٥,٧٢٨٩,٦٥١
٩	١,٧٦٢٥٧,٢٩	٢٩	٦,٢١٠,٦٧٢٤٥	٤٩	٢٧,٥٢٩٩٢٩٩٦
١٠	١,٨٧٧١٣٧٤٧	٣٠	٦,٦١٤٣٦٦١٦	٥٠	٢٩,٤٥٧,٢٥٠,٦
١١	١,٩٩٩١٥١٤,٠	٣١	٧,٠٤٤٢٩٩٩٦	٥١	٣١,٥١٩,١٦٨٢
١٢	٢,١٢٩,٩٦٢٤	٣٢	٧,٥٠٢١٧٩٤٦	٥٢	٣٣,٧٢٥٢٤٨
١٣	٢,٢٦٧٤٨٧٥,٠	٣٣	٧,٩٨٩٨٢١١٣	٥٣	٣٦,٠٨٦١٢٢٣٥
١٤	٢,٤١٤٨٧٤١٨	٣٤	٨,٥٠٩١٥٩٥,٠	٥٤	٣٨,٦١٢١٥,٩٢
١٥	٢,٥٧١٨٤١٠,١	٣٥	٩,٠٦٢٢٥٤٨٧	٥٥	٤١,٣١٥,٠٠١٤٨
١٦	٢,٧٣٩,١٠,٦٧	٣٦	٩,٦٥١٣,١٤٣	٥٦	٤٤,٦٠٧,٥١٥٩
١٧	٢,٩١٧,٤٦٣٧	٣٧	١٠,٢٧٨٦٣٦,٣	٥٧	٤٧,٣,١٥٤٥٢
١٨	٣,١٠٦٦٥٤٣٨	٣٨	١٠,٩٤٦٧٤٧٣٧	٥٨	٥٠,٦١٢٦٥٤٤٢
١٩	٣,٣٠٨٥٨٦٩١	٣٩	١١,٦٥٨٢٨٥٩٥	٥٩	٥٤,١٥٥٥٣٩١
٢٠	٣,٥٢٣٦٤٥,٦	٤٠	١٢,٤١٦,٧٤٥٣	٦٠	٥٧,٩٤٦٤٢٦٨٣

جولة الوحدة الثانية (ع+١) عند القيم المختلفة لـ

$$ع = ٢,٥\%$$

(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن
١٩,٢٩٧٥٥٦٨٩	٤١	٤,٥٦٦٤٣٩٩٣	٢١	١,٠٧٥.....	١
٢٠,٨٥٢٣٧٣٦٦	٤٢	٤,٩٠٨٩٢١٩٣	٢٢	١,١٥٥٦٢٥٠٠	٢
٢٢,٤١٦٣,١٦٨	٤٣	٥,٢٧٧,٩٢١٥	٢٣	١,٢٤٢٢٩٦٨٨	٣
٢٤,٩٧٥٢٤٣١	٤٤	٥,٦٧٢٨٧٤,٦	٢٤	١,٣٣٥٤٦٩١٤	٤
٢٥,٩٠٤٨٢٨٦٣	٤٥	٦,٠٩٨٣٣٩٦١	٢٥	١,٤٢٥٦٢٩٣٣	٥
٢٧,٨٤٧٧,١٥٣	٤٦	٦,٥٥٥٧١٥,٨	٢٦	١,٥٤٣٣,١٥٣	٦
٢٩,٩٣٦٢٧٩١٤	٤٧	٧,٠٤٧٣٩٣٧١	٢٧	١,٦٥٩,٤٩١٤	٧
٣٢,١٨١٥٠٠٠,٨	٤٨	٧,٥٧٥٩٤٨٢٤	٢٨	١,٧٨٣٤٧٧٨٣	٨
٣٣,٥٩٥١١٢٥٩	٤٩	٨,١٤١٤٤٣٦	٢٩	١,٩١٧٢٣٨٦٦	٩
٣٧,١٨٩٧٤٦,٣	٥٠	٨,٧٥٤٩٥٥١٩	٣٠	٢,٠٦١,٣١٥٦	١٠
٣٩,٩٧٨٩٧٦٩٨	٥١	٩,٤١١٥٧٦٨٣	٣١	٢,٢١٥٦,٨٩٣	١١
٤٢,٩٧٧٤,٠٢٥	٥٢	١٠,١١٧٤٤٥٠,٩	٣٢	٢,٣٨١٧٧٩٦,٠	١٢
٤٦,٢٠٠٧,٥٢٧	٥٣	١٠,٨٧٦٢٥٣٤٧	٣٣	٢,٥٦,٤١٣,٧	١٣
٣٩,٦٦٥٧٥٨١٧	٥٤	١١,٦٩١٩٧٢٤٨	٣٤	٢,٧٥٢٤٤٤,٥	١٤
٥٣,٣٩,٦٩,٠٢	٥٥	١٢,٥٦٨٨٧,٤٢	٣٥	٢,٩٥٨٨٧٧٣٥	١٥
٥٧,٣٩٤٩٩١٧٨	٥٦	١٣,٥١١٥٣٥٧,٠	٣٦	٣,١٨,٧٩٣١٥	١٦
٦١,٦٩٩٦١٦١٧	٥٧	١٤,٥٢٤٩٠,٨٨	٣٧	٣,٤١٩٣٥٢٦٤	١٧
٦٦,٣٢٧,٨٧٣٨	٥٨	١٥,٦١٤٢٦٨٤٤	٣٨	٣,٦٧٥٨,٤٠,٩	١٨
٧١,٣٠١٦١٨٩٣	٥٩	١٦,٧٨٥٣٣٨٥٨	٣٩	٣,٩٥١٤٨٩٤,٠	١٩
٧٦,٦٤٩٧٤,٣٥	٦٠	١٨,٠٤٤٧٣٨٩٧	٤٠	٤,٢٤٧٨٥١١,٠	٢٠

جملة الوحدة النقدية $(ع+1)$ عند القيم المختلفة لـ $ن$
 $\%٨ = ع$

$(ع+1)$	ن	$(ع+1)$	ن	$(ع+1)$	ن
٢٢,٤٦٤٨٢٢١	٤١	٥,٠٢٢٨٢٢٧٢	٢١	١,٠٨٠٠٠٠٠	١
٢٥,٢٢٩٤٨١٨٧	٤٢	٥,٤٢٦٥٤٠٤١	٢٢	١,١٦٦٤٠٠٠	٢
٢٧,٢٦٦٦٤٠٤٢	٤٣	٥,٨٧١٤٦٢٦٥	٢٣	١,٢٥٩٧١٢٠٠	٣
٢٩,٥٥٥٩٧١٦٥	٤٤	٦,٢٤١١٨٠٧٤	٢٤	١,٢٦٠٤٨٨٩٦	٤
٣١,٩٢٠٤٤٩٢٩	٤٥	٦,٨٤٨٤٧٥٢٠	٢٥	١,٤٦٩٢٧٨٠٨	٥
٣٤,٤٧٤٠٨٥٣٤	٤٦	٧,٢٩٦٢٥٢٢١	٢٦	١,٥٨٦٨٧٤٣٢	٦
٣٧,٢٢٢٠١٢١٦	٤٧	٧,٩٨٨٠٦١٤٧	٢٧	١,٧١٢٨٢٤٢٧	٧
٤٠,٧١٠٥٧٢١٤	٤٨	٨,٦٢٧١٠٦٣٩	٢٨	١,٨٥٠٩٢٠٢١	٨
٤٣,٤٢٧٤١٨٩٩	٤٩	٩,٢١٧٢٧٤٩٠	٢٩	١,٩٩٩٠٠٤٦٢	٩
٤٦,٩٠١٦١٢٥	٥٠	١٠,٠٦٢٦٥٦٨٩	٣٠	٢,١٥٨٩٢٥٠٠	١٠
٥٠,٦٥٢٧٤١٥١	٥١	١٠,٨٦٧٦٦٩٤٤	٣١	٢,٢٣١٦٢٩٠٠	١١
٥٤,٧٠٦٠٤٠٨٢	٥٢	١١,٧٢٧٠٨٢٠٠	٣٢	٢,٥١٨١٧٠١٢	١٢
٥٩,٠٨٢٥٢٤٠٩	٥٣	١٢,٦٧٦٠٤٩٦٤	٣٣	٢,٧١٩٦٢٢٧٢	١٣
٦٣,٨٠٩١٢٦٠٢	٥٤	١٣,٦٩٠١٢٢٦١	٣٤	٢,٩٢٧١٩٢٦٢	١٤
٦٨,٩١٢٨٥٦١	٥٥	١٤,٧٨٥٢٤٤٢٩	٣٥	٣,١٧٢١٦٩١١	١٥
٧٤,٤٢٦٩٦٤٥٩	٥٦	١٥,٩٦٨١٧١٨٤	٣٦	٣,٤٢٥٩٤٢٦٤	١٦
٨٠,٢٨١١٢١٧٦	٥٧	١٧,٢٤٥٦٢٥٥٨	٣٧	٣,٧٠٠٠١٨٠٥	١٧
٨٦,٨١١٦١١٥	٥٨	١٨,٦٢٥٢٧٥٦٢	٣٨	٣,٩٩٦٠١٩٥٠	١٨
٩٢,٧٥٦٥٤٠٤٢	٥٩	٢٠,١١٥٢٩٧٦٨	٣٩	٤,٣١٥٧٠١٠٦	١٩
١٠١,٢٥٧٠٦٢٧	٦٠	٢١,٧٢٤٥٢١٥٠	٤٠	٤,٦٦٠٩٥٧١٤	٢٠

جملة الوحدة النقدية (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن

$$\% ٨,٥ = ع$$

(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن
٢٨,٤٥٤٢٢١٩	٤١	٥,٥٤٦٥٧٠٠٥	٢١	١,٠٨٥٠٠٠٠٠	١
٢٠,٧٦٤٤٢٩٢٦	٤٢	٦,٠١٨٠٢٨٥٠	٢٢	١,٧٧٢٢٥٠٠	٢
٢٢,٢٧٩٤١٦٦	٤٣	٦,٥٢٩٥٦٠٩٢	٢٣	١,٢٧٧٢٨٩١٢	٣
٢٦,٢١٦٦٦٧٠١	٤٤	٧,٠٨٤٥٧٣٦٠	٢٤	١,٢٨٥٨٥٨٧٠	٤
٢٩,٢٩٥٠٨٢٧١	٤٥	٧,٦٨٦٧٦٢٣٦	٢٥	-١,٥٠٢٦٥٦٦٩	٥
٤٤,٤٨٠٧٣٥٦٨	٤٦	٨,٢٤٠١٢٧١٦	٢٦	١,٦٢١٤٦٧٥١	٦
٤٦,٢٥٩١٥٤٩٢	٤٧	٩,٠٤٩٠٤٨٨١	٢٧	١,٧٧٠١٤٢٢٥	٧
٥٠,١٩١١٨٢٠٩	٤٨	٩,٨١٨٢١٧٩٦	٢٨	١,٩٢٠٦٠٤٢٤	٨
٥٤,٤٥٧٤٢٣٦٥	٤٩	١٠,٦٥٢٧٦٦٤٩	٢٩	٢,٠٨٢٨٥٥٧١	٩
٥٩,٠٨٢٣١٥٥١	٥٠	١١,٥٥٨٢٥١٦٤	٣٠	٢,٢٦٠٩٨٢٤٤	١٠
٦٤,١٠٨٦٥٢٣٢	٥١	١٢,٥٤٠٧٠٣٠٢	٣١	٢,٤٥٢١٦٧٠٣	١١
٦٩,٥٥٧٨٨٧٧٨	٥٢	١٣,٦٠٦٦٦٢٧٩	٣٢	٢,٦٦١٦٨١٢٣	١٢
٧٥,٤٧٠٣٠٨٢٤	٥٣	١٤,٧٦٢٢٢٩١٢	٣٣	٢,٨٨٧٩٢٩٥٦	١٣
٨١,٨٨٥٢٨٤٤٤	٥٤	١٦,٠١٨١٠٣٦٠	٣٤	٣,١٢٣٤٠٣٥٧	١٤
٨٨,٨٤٥٥٢٣٦١	٥٥	١٧,٢٧٩٦٦٢٤١	٣٥	٣,٢٦٩٧٤٦٨٨	١٥
٩٦,٢٩٧٤٠٣٩٧	٥٦	١٨,٨٥٦٩١٢٠١	٣٦	٣,٦٨٨٧٢١٠٢	١٦
١٠٤,٥٩١١٨٢٢	٥٧	٢٠,٤٥٩٧٤٩٥٢	٣٧	٤,٠٠٢٢٦٢٣١	١٧
١١٢,٤٨١٤٣٣٩	٥٨	٢٢,١٩٨٨٢٨٢٤	٣٨	٤,٣٤٢٤٥٤٦١	١٨
١٢٢,١٢٧٣٥٥٨	٥٩	٢٤,٠٨٥٧٢٨٦٥	٣٩	٤,٧١١٥٦٢٢٥	١٩
١٣٢,٥٩٣١٨١	٦٠	٢٦,١٢٢٠١٥٥٨	٤٠	٥,١١٢٠٤٦١٢	٢٠

جملة الوحدة النقدية (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
 $\%٩ = ع$

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	١,٠٩٠٠٠٠٠	٢١	٦,١٠٨٨٠٧٧٤	٤١	٢٤,٢٣١٢٦٧٨٦
٢	١,١٨٨١٠٠٠	٢٢	٦,٦٥٨٦٠٠٤٣	٤٢	٢٧,٣١٧٥٣١٩٦
٣	١,٢٩٥٠٢٩٠٠	٢٣	٧,٢٥٧٨٧٤٤٧	٤٣	٣٠,٦٧٦١٠٩٨٤
٤	١,٤١١٥٨١٦١	٢٤	٧,٩١١٠٨٣١٧	٤٤	٣٤,٣٢٦٩٥٩٧٣
٥	١,٥٣٨٦٢٣٩٥	٢٥	٨,٦٢٣٠٨٠٦٦	٤٥	٣٨,٢٢٧٢٨٦١
٦	١,٦٧٧١٠٠١١	٢٦	٩,٣٩٩١٥٧٩٢	٤٦	٥٢,٦٧٦٧٤١٨٥
٧	١,٨٢٨٠٣٩١٢	٢٧	١٠,٢٤٥٠٨٢١٣	٤٧	٥٧,٤١٧٦٤٨٦٢
٨	١,٩٩٢٥٦٢٦٤	٢٨	١١,١٦٧١٣٩٥٢	٤٨	٦٢,٥٨٥٢٣٦٩٩
٩	٢,١٧١٨٩٣٢٨	٢٩	١٢,١٧٢١٨٢٠٨	٤٩	٦٨,٢١٧٩٠٨٣٢
١٠	٢,٣٦٧٣٦٣٦٧	٣٠	١٣,٢١٧٦٧٨٤٧	٥٠	٧٤,٣٥٧٥٢٠٠٧
١١	٢,٥٨٠٤٢٦٤١	٣١	١٤,٤٦١٧٦٩٥٣	٥١	٨١,٠٤٩٦٦٦٨٨
١٢	٢,٨٢٦٦٤٧٨	٣٢	١٥,٧٦٣٢٧٨٧٩	٥٢	٨٨,٢٤٤١٦٩٥٩
١٣	٣,٠٦٥٨٠٤٦١	٣٣	١٧,١٨٢٠٢٨٣٨	٥٣	٩٦,٢٩٥١٤٤٨٦
١٤	٣,٣٤١٧٢٧٠٣	٣٤	١٨,٧٢٨٤١٠٩٣	٥٤	١٠٤,٩٦١٧٠٧٩
١٥	٣,٦٤٢٤٨٢٤٦	٣٥	٢٠,٤١٣٩٦٧٩٢	٥٥	١١٤,٤٠٨٢٦١٣
١٦	٣,٩٧٠٣٠٥٨٨	٣٦	٢٢,٢٥١٢٢٥٠٣	٥٦	١٢٤,٧٠٥٠٠٥٢
١٧	٤,٣١٧٦٣٣٤١	٣٧	٢٤,٢٥٣٨٣٥٢٨	٥٧	١٣٥,٩٢٨٤٥٥٦
١٨	٤,٧١٧١٢٠٤٢	٣٨	٢٦,٤٣٦٦٨٠٤٦	٥٨	١٤٨,١٦٢٠١٦٦
١٩	٥,١٤١٦٦١٢٥	٣٩	٢٨,٨١٥٩٨١٧٠	٥٩	١٦١,٤٩٦٥٩٨١
٢٠	٥,٦٠٤٤١٠٧٧	٤٠	٣١,٤٠٩٤٢٠٠٥	٦٠	١٧٦,٠٣١٢٩١٩

جملة الوحدة النقدية (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن

$$\%9,0 = ع$$

(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن
٤١,٢٠٢٧٤٢١٦	٤١	٦,١٠٨٨٠٧٧٤	٢١	١,٠٩٥٠٠٠٠	١
٤٥,٢٢٦٥٠٢٦٧	٤٢	٦,٦٥٨٦٠٠٤٣	٢٢	١,١٨٨١٠٠٠٠	٢
٤٩,٥٢٢٠٢٠٤٢	٤٣	٧,٢٥٧٨٧٤٤٧	٢٣	١,٢٩٥٠٢٩٠٠	٣
٥٤,٢٢٧٧٠٧٣٦	٤٤	٧,٩١١٠٨٣١٧	٢٤	١,٤١١٥٨١٦١	٤
٥٩,٢٧٩٢٢٩٥٦	٤٥	٨,٦٢٣٠٨٠٦٦	٢٥	١,٥٢٨٦٢٢٩٥	٥
٦٥,٠٢٠٢٧٦٨٢	٤٦	٩,٣٩٩١٥٧٩٢	٢٦	١,٦٧٧١٠٠١١	٦
٧١,١٩٧٣١٢٦٢	٤٧	١٠,٢٤٥٠٨٢١٣	٢٧	١,٨٢٨٠٢٩١٢	٧
٧٧,٩٦١٠٥٧٣٢	٤٨	١١,١٦٧١٢٩٥٢	٢٨	١,٩٩٢٥٦٢٦٤	٨
٨٥,٢٦٧٢٥٧٧٦	٤٩	١٢,١٧٢١٨٢٠٨	٢٩	٢,١٧١٨٩٣٢٨	٩
٩٢,٤٧٧٢٥٦٧٥	٥٠	١٢,٢٦٧٦٧٨٤٧	٣٠	٢,٢٦٧٢٦٢٦٧	١٠
١٠٢,٢٥٧٥٩٦١	٥١	١٤,٤٦١٧٦٩٥٢	٣١	٢,٥٨٠٤٧٦٤١	١١
١١٢,٠٨١٥٦٧٨	٥٢	١٥,٧٦٢٢٢٨٧٩	٣٢	٢,٨١٢٦٦٤٧٨	١٢
١٢٢,٧٧٩٢١٦٧	٥٣	١٧,١٨٢٠٢٨٢٨	٣٣	٣,٠٦٥٨٠٤٦١	١٣
١٣٤,٢٨٨٦٠١٨	٥٤	١٨,٧٢٨٤١٠٩٢	٣٤	٣,٢٤١٧٢٧٠٣	١٤
١٤٧,١٥٥٥١٩	٥٥	٢٠,٤١٢٩٦٧٩١	٣٥	٣,٦٤٢٤٨٢٤٦	١٥
١٦١,١٢٥٢٩٢٣	٥٦	٢٢,٢٥١٢٢٥٠٢	٣٦	٣,٩٧٠٢٠٥٨٨	١٦
١٧٦,٤٤٢١٤٦١	٥٧	٢٤,٢٥٢٨٢٥٢٨	٣٧	٤,٢١٧٦٢٢٤١	١٧
١٩٢,٢٠٥٢٤٥	٥٨	٢٦,٤٢٦٦٨٠٤٦	٣٨	٤,٧١٧١٢٠٤٢	١٨
٢١١,٥٥٩٧٤٢٣	٥٩	٢٨,٨١٥٩٨١٧٠	٣٩	٥,١٤١٦٦١٢٥	١٩
٢٣١,٦٥٧٩١٨٩	٦٠	٣١,٤٠٩٤٢٠٠٥	٤٠	٥,٦٠٤٤١٠٧٧	٢٠

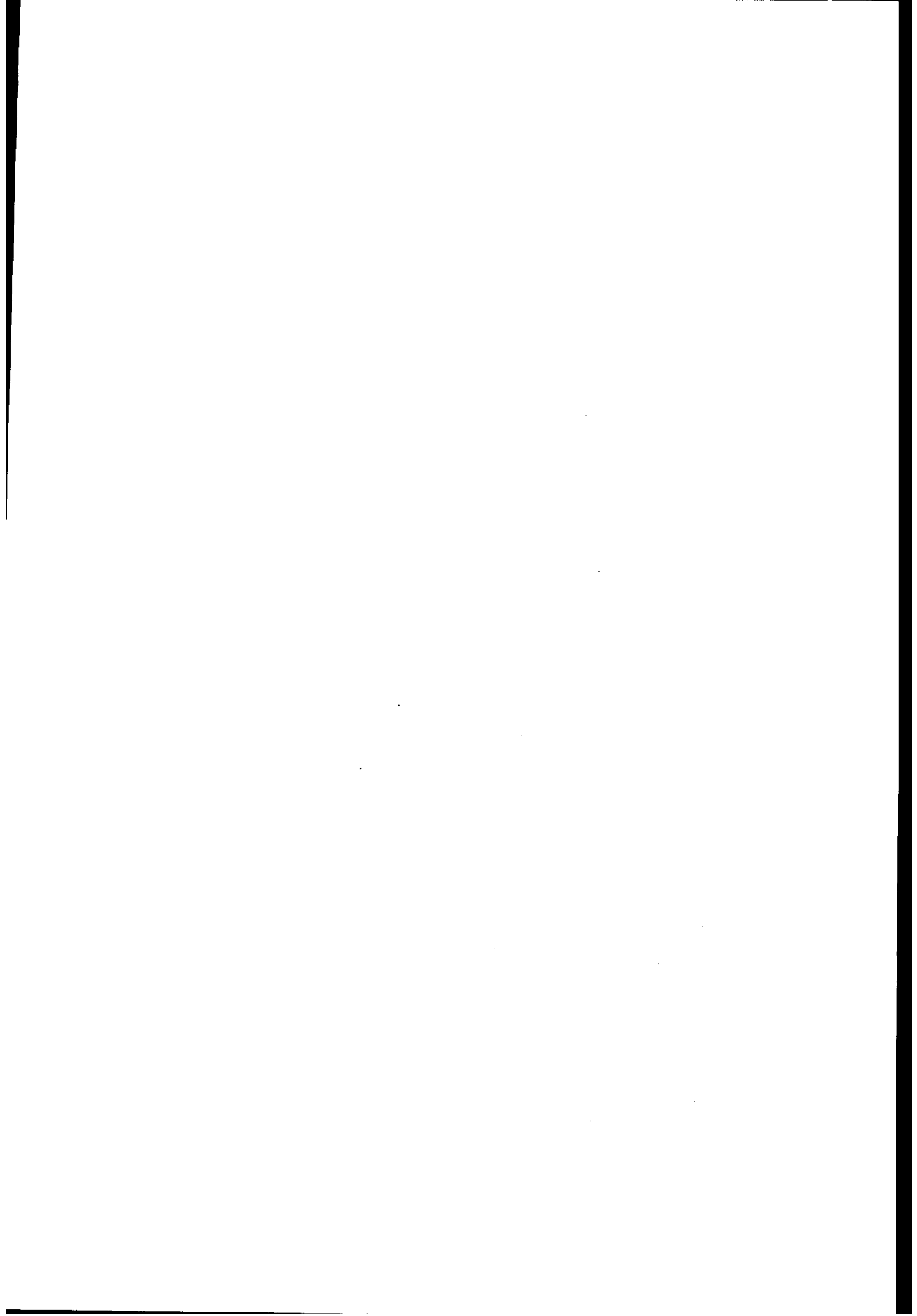
جملة الوحدة النقدية (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن

$$\%10 = ع$$

ن	(ع+١) ^ن	ن	(ع+١) ^ن	ن	(ع+١) ^ن
١	١,١٠٠٠٠٠٠	٢١	٧,٤٠٠.٢٤٩٩٤	٤١	٤٩,٧٨٥١٨١١٢
٢	١,٢١٠٠٠٠٠	٢٢	٨,١٤٠.٢٧٤٩٤	٤٢	٥٤,٧٦٣٦٩٩٢٤
٣	١,٣٣١٠٠٠٠	٢٣	٨,٩٥٤٣.٢٤٣	٤٣	٦٠,٢٤٠٠.٦٩١٦
٤	١,٤٦٤١٠٠٠	٢٤	٩,٨٤٩٧٣٢٦٨	٤٤	٦٦,٢٦٤.٧٦٠.٨
٥	١,٦١٠٥١٠٠٠	٢٥	١٠,٨٣٤٧.٥٩٤	٤٥	٧٢,٨٩٠.٤٨٣٦٨
٦	١,٧٧١٥٦١٠٠	٢٦	١١,٩١٨١٧٦٥٤	٤٦	٨٠,١٧٩٥٣٢.٥
٧	١,٩٤٨٧١٧١٠	٢٧	١٣,١٠٩٩٩٤١٩	٤٧	٨٨,١٩٧٤٨٥٢٦
٨	٢,١٤٣٥٨٨٨١	٢٨	١٤,٤٢٠.٩٩٣٦١	٤٨	٩٧,٠١٧٢٣٢٧٨
٩	٢,٣٥٧٩٤٧٦٩	٢٩	١٥,٨٦٣.٩٢٩٧	٤٩	١٠٦,٧١٨٩٥٧٢
١٠	٢,٥٩٣٧٤٢٤٦	٣٠	١٧,٤٤٩٤.٢٢٧	٥٠	١١٧,٣٩.٨٥٢٩
١١	٢,٨٥٣١١٦٧١	٣١	١٩,١٩٤٣٤٢٥٠	٥١	١٢٩,١٢٩٩٣٨٢
١٢	٣,١٣٨٤٧٨٣٨	٣٢	٢١,١١٣٧٧٦٧٥	٥٢	١٤٢,٠٤٢٩٣٢
١٣	٣,٤٥٢٢٧١٢١	٣٣	٢٢,٢٢٥١٥٤٤٢	٥٣	١٥٦,٢٤٧٢٢٥٢
١٤	٣,٧٩٧٤٩٨٣٤	٣٤	٢٥,٥٤٧٦٦٩٨٦	٥٤	١٧١,٨٧١٩٤٧٧
١٥	١,٧٧٢٤٨١٧	٣٥	٢٨,١٠٢٤٣٦٨٥	٥٥	١٨٩,٠٥٩١٤٢٥
١٦	٤,٥٩٤٩٧٢٩٩	٣٦	٣٠,٩١٢٦٨.٥٢	٥٦	٢٠٧,٩٦٥.٥٦٧
١٧	٥,٠٥٤٤٧.٢٨	٣٧	٣٤,٠٠٣٩٤٨٥٩	٥٧	٢٢٨,٧٦١٥٦٢٤
١٨	٥,٥٥٩٩١٧٣١	٣٨	٣٧,٤٠٤٣٤٣٤٤	٥٨	٢٥١,٦٣٧٧١٨٦
١٩	٦,١١٥٩.٥.٤	٣٩	٤١,١٤٤٧٧٧٧٩	٥٩	٢٧٦,٨.١٤٩.٥
٢٠	٦,٧٢١٤٩٩٩٥	٤٠	٤٥,٢٥٩٢٥٥٥٧	٦٠	٣٠٤,٤٨١٦٣٩٥

ملحق رقم (2)

القيمة الحالية للوحدة النقدية



قيم المتدور (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٠,٥ %

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠,٩٩٥٠٢٤٨٨	٢١	٠,٩٠٠٥٦٠١٠	٤١	٠,٨١٥٠٦٣٥٤
٢	٠,٩٩٠٠٧٤٥٠	٢٢	٠,٨٩٦٠٧٩٧١	٤٢	٠,٨١١٠٠٨٥
٣	٠,٩٨٥١٤٨٧٦	٢٣	٠,٨٩١٦٢١٦٠	٤٣	٠,٨٠٦٩٧٣٦٢
٤	٠,٩٨٠٢٤٧٥٢	٢٤	٠,٨٨٧١٨٥٦٧	٤٤	٠,٨٠٢٩٥٨٨٢٨
٥	٠,٩٧٥٣٧٠٦٧	٢٥	٠,٨٨٢٧٧١٨١	٤٥	٠,٧٩٨٩٦٤٠١٨
٦	٠,٩٧٠٥١٨٠٨	٢٦	٠,٨٧٨٣٧٩٩١	٤٦	٠,٧٩٤٩٨٩٠٧٢
٧	٠,٩٦٥٦٨٩٦٣	٢٧	٠,٨٧٤٠٠٩٨٦	٤٧	٠,٧٩١٠٣٣٩٠٣
٨	٠,٩٦٠٨٨٥٢٠	٢٨	٠,٨٦٩٦٦١٥٥	٤٨	٠,٧٨٧٠٩٨٤١١
٩	٠,٩٥٦١٠٤٦٨	٢٩	٠,٨٦٥٣٣٤٨٨	٤٩	٠,٧٨٣١٨٢٤٩٨
١٠	٠,٩٥١٣٤٧٩٤	٣٠	٠,٨٦١٠٢٩٧٣	٥٠	٠,٧٧٩٢٨٦٠٦٨
١١	٠,٩٤٦٦١٤٨٧	٣١	٠,٨٥٦٧٤٦٠٠	٥١	٠,٧٧٥٤٠٩٠٢٣
١٢	٠,٩٤١٩٠٥٣٤	٣٢	٠,٨٥٢٤٨٣٥٨	٥٢	٠,٧٧١٥٥١٢٦٦
١٣	٠,٩٣٧٢١٩٧٤	٣٣	٠,٨٤٨٢٤٢٣٧	٥٣	٠,٧٦٧٧١٢٧٠٣
١٤	٠,٩٣٢٥٥٦١٦	٣٤	٠,٨٤٤٠٢٢٢٦	٥٤	٠,٧٦٣٨٩٣٢٣٧
١٥	٠,٩٢٧٩١٦٨٨	٣٥	٠,٨٣٩٨١٣١٤	٥٥	٠,٧٦٠٠٩٢٧٧٣
١٦	٠,٩٢٣٣٠٠٣٧	٣٦	٠,٨٣٥٦٤٤٩٢	٥٦	٠,٧٥٦٣١١٢١٧
١٧	٠,٩١٨٧٠٦٨٤	٣٧	٠,٨٣١٤٨٧٤٨	٥٧	٠,٧٥٢٥٤٨١٧٤
١٨	٠,٩١٤١٣٦١٦	٣٨	٠,٨٢٧٣٥٠٧٣	٥٨	٠,٧٤٨٨٠٤٤٥٢
١٩	٠,٩٠٩٥٨٨٢٢	٣٩	٠,٨٢٣٢٢٤٥٥	٥٩	٠,٧٤٥٠٧٩٠٥٧
٢٠	٠,٩٠٥٠٦٢٦٠	٤٠	٠,٨١٩١٣٨٨٦	٦٠	٠,٧٤١٣٧٢١٩٦

قيم المقدور (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ١ %

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠,٩٩٠٠٩٩٠١	٢١	٠,٨١١٤٣٠١٦٨	٤١	٠,٦٦٥٠٠٣١٠٧
٢	٠,٩٨٠٢٩٦٠٤٩	٢٢	٠,٨٠٣٢٩٦٢٠٦	٤٢	٠,٦٥٨٤١٨٩١٨
٣	٠,٩٧٠٥٩٠١٤٨	٢٣	٠,٧٩٥٤٤١٧٨٨	٤٣	٠,٦٥١٨٩٩٩١٩
٤	٠,٩٦٠٩٨٠٣٤٤	٢٤	٠,٧٨٧٥٦٦١٢٧	٤٤	٠,٦٤٥٤٤٥٤٦٤
٥	٠,٩٥١٤٦٥٦٨٧	٢٥	٠,٧٧٩٧٦٨٤٤٣	٤٥	٠,٦٣٩٠٥٤٩١٥
٦	٠,٩٤٢٠٤٥٢٣٥	٢٦	٠,٧٧٢٠٤٧٩٦٣	٤٦	٠,٦٣٢٧٢٧٦٣٩
٧	٠,٩٣٢٧١٨٠٥٤	٢٧	٠,٧٦٤٤٠٣٩٢٤	٤٧	٠,٦٢٦٤٦٣٠٠٩
٨	٠,٩٢٣٤٨٢٢٢٢	٢٨	٠,٧٥٦٨٣٥٥٦٨	٤٨	٠,٦٢٠٢٦٠٤٠٥
٩	٠,٩١٤٣٣٩٨٢٤	٢٩	٠,٧٤٩٣٤٢١٤٧	٤٩	٠,٦١٤١١٩٢١٣
١٠	٠,٩٠٥٢٨٦٩٥٤	٣٠	٠,٧٤١٩٢٢٩١٧	٥٠	٠,٦٠٨٠٣٨٨٢٤
١١	٠,٨٩٦٣٢٣٧١٧	٣١	٠,٧٣٤٥٧٧١٤٦	٥١	٠,٦٠٢٠١٨٦٣٨
١٢	٠,٨٨٧٤٤٩٢٢٥	٣٢	٠,٧٢٧٢٠٤١٠٥	٥٢	٠,٥٩٦٠٥٨٠٥٧
١٣	٠,٨٧٨٦٦٧٥٩٩	٣٣	٠,٧٢٠١٠٣٠٧٤	٥٣	٠,٥٩٠١٥٦٤٩٢
١٤	٠,٨٦٩٩٦٧٩٦٩	٣٤	٠,٧١٢٩٧٣٣٤١	٥٤	٠,٥٨٤٣١٣٣٥٩
١٥	٠,٨٦١٣٤٩٤٧٤	٣٥	٠,٧٠٥٩١٤١٩٩	٥٥	٠,٥٧٨٥٢٨٠٧٨
١٦	٠,٨٥٢٨٢١٢٦٢	٣٦	٠,٦٩٨٩٢٤٩٤٩	٥٦	٠,٥٧٢٨٠٠٠٧٧
١٧	٠,٨٤٤٣٧٧٤٨٧	٣٧	٠,٦٩٢٠٠٤٩	٥٧	٠,٥٦٧١٢٨٧٨٩
١٨	٠,٨٣٦٠١٧٣١٤	٣٨	٠,٦٨٥١٥٣٣٦٧	٥٨	٠,٥٦١٥١٣٦٥٣
١٩	٠,٨٢٧٧٣٩٩١٥	٣٩	٠,٦٧٨٣٦٩٦٧	٥٩	٠,٥٥٥٩٥٤١١٢
٢٠	٠,٨١٩٥٤٤٤٧	٤٠	٠,٦٧١٦٥٣١٣٨	٦٠	٠,٥٥٠٤٤٩٦٦٦

قيم المقدار (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ١,٥ %

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠,٩٨٥٢٢١٦٧٥	٢١	٠,٧٣١٤٩٧٩٤٩	٤١	٠,٥٤٣١١٥٥٨٨
٢	٠,٩٧٠٦٦١٧٤٨	٢٢	٠,٧٢٠٦٨٧٦٣٤	٤٢	٠,٥٣٥٠٨٩٢٤٩
٣	٠,٩٧٠٥٩٠١٤٨	٢٣	٠,٧١٠٠٣٧٠٧٨	٤٣	٠,٥٢٧١٨١٥٢٦
٤	٠,٩٤٢١٨٤٢٣	٢٤	٠,٦٩٩٥٤٣٩١٩	٤٤	٠,٥١٩٣٩٠٦٦٦
٥	٠,٩٢٨٢٦٠٣٢٥	٢٥	٠,٦٨٩٢٠٥٨٣٢	٤٥	٠,٥١١٧١٤٩٤٢
٦	٠,٩١٤٥٤٢١٩٢	٢٦	٠,٦٧٩٠٢٠٥٢٤	٤٦	٠,٥٠٤١٥٢٦٥٢
٧	٠,٩٠١٠٢٦٧٩	٢٧	٠,٦٦٨٩٨٥٧٢٨	٤٧	٠,٤٩٦٧٠٢١٢
٨	٠,٨٨٧٧١١١٢٣	٢٨	٠,٦٥٩٠٩٩٢٤٩	٤٨	٠,٤٨٩٣٦١٦٩٥
٩	٠,٨٧٤٥٩٢٢٤	٢٩	٠,٦٤٩٣٥٨٨٦٦	٤٩	٠,٤٨٢١٢٩٧٤٩
١٠	٠,٨٦١٦٦٧٢٣١	٣٠	٠,٦٣٩٧٦٢٤٣	٥٠	٠,٤٧٥٠٠٤٦٧٨
١١	٠,٨٤٨٩٣٣٢٣٣	٣١	٠,٦٣٠٣٠٧٨١٢	٥١	٠,٤٦٧٩٨٤٩٠٥
١٢	٠,٨٣٦٣٨٧٤٢١	٣٢	٠,٦٢٠٩٩٢٩١٩	٥٢	٠,٤٦١٠٦٨٨٧٢
١٣	٠,٨٢٤٠٢٧٠٠١٦	٣٣	٠,٦١١٨١٥٦٨٢	٥٣	٠,٤٥٤٧٥٥٠٤٦
١٤	٠,٨١١١٨٤٩٢٧٧	٣٤	٠,٦٠٢٧٧٤٠٧٢	٥٤	٠,٤٤٧٥٤١٩١٧
١٥	٠,٧٩٩٨٥١٥٠٤	٣٥	٠,٥٩٣٨٦٦٠٨١	٥٥	٠,٤٤٠٩٢٧٩٩٧
١٦	٠,٧٨٨٠٣١٠٣٩	٣٦	٠,٥٨٥٠٨٩٧٣٥	٥٦	٠,٤٣٤٤١١٨٧
١٧	٠,٧٧٦٣٨٥٢٦	٣٧	٠,٥٧٦٤٤٣٠٨٩	٥٧	٠,٤٢٧٩٩١٩٤١
١٨	٠,٧٦٤٩١١٥٨٦	٣٨	٠,٥٦٧٩٢٤٢٢٤	٥٨	٠,٤٢١٦٦٦٩٣٧
١٩	٠,٧٥٣٦٠٧٤٧٤	٣٩	٠,٥٥٩٥٣١٢٥٦	٥٩	٠,٤١٥٤٣٥٤٠٦
٢٠	٠,٧٤٢٤٧٠٤١٨	٤٠	٠,٥٥١٢٦٦٢٢٢	٦٠	٠,٤٠٩٢٩٥١٦٦

قيم المقدار (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
 $\% \tau = \epsilon$

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠,٩٨٠٢٩٢١٦	٢١	٠,٦٥٩٧٧٥٨٢	٤١	٠,٤٤٤٠١٠٢١١
٢	٠,٩٦١١٦٨٧٨	٢٢	٠,٦٤٦٨٢٩٠٤	٤٢	٠,٤٣٥٣٠٤١٢٨
٣	٠,٩٤٢٣٢٢٢٣	٢٣	٠,٦٣٤١٥٥٩٢	٤٣	٠,٤٢٦٧٦٨٧٥٣
٤	٠,٩٢٣٨٤٥٤٣	٢٤	٠,٦٢١٧٢١٤٩	٤٤	٠,٤١٨٤٠٠٧٣٨
٥	٠,٩٠٥٧٣٠٨١	٢٥	٠,٦٠٩٥٣٠٨٧	٤٥	٠,٤١٠١٩٦٨٠٢
٦	٠,٨٨٧٩٧١٣٨	٢٦	٠,٥٩٧٥٧٩٢٨	٤٦	٠,٤٠٢١٥٣٧٢٨
٧	٠,٨٧٠٥٦٠١٨	٢٧	٠,٥٨٥٨٦٢٠٤	٤٧	٠,٣٩٤٢٦٨٢٦
٨	٠,٨٥٣٤٩٠٣٧	٢٨	٠,٥٧٤٣٧٥٥	٤٨	٠,٣٨٦٥٣٧٦٠٨
٩	٠,٨٣٦٧٥٥٢٧	٢٩	٠,٥٦٢١١٢٣١	٤٩	٠,٣٧٨٩٥٨٤٣٩
١٠	٠,٨٢٠٢٤٨٢٠	٣٠	٠,٥٥٢٠٧٠٨٩	٥٠	٠,٣٧١٥٢٧٨٨٢
١١	٠,٨٠٤٢٦٣٠٤	٣١	٠,٥٤١٢٤٥٩٧	٥١	٠,٣٦٤٢٤٣٠٢١
١٢	٠,٧٨٨٤٩٣١٨	٣٢	٠,٥٣٠٦٣٢٣٠	٥٢	٠,٣٥٧١٠١٠٠١
١٣	٠,٧٧٣٠٣١٥٣	٣٣	٠,٥٢٠٢٢٨٧٣	٥٣	٠,٣٥٠٠٩٩٠٢١
١٤	٠,٧٥٧٨٧٥٠٢	٣٤	٠,٥١٠٠٦٨١٧	٥٤	٠,٣٤٣٢٣٤٣٢٤
١٥	٠,٧٤٣٠١٤٧٣	٣٥	٠,٥٠٠٠٠٧٧٦١	٥٥	٠,٣٣٦٥٠٤٢٤٩
١٦	٠,٧٢٨٤٤٥٨١	٣٦	٠,٤٩٠٢٢٣١٥	٥٦	٠,٣٢٩٩٠٦١٢٧
١٧	٠,٧١٤١٦٢٥٦	٣٧	٠,٤٨٠٦١٠٩٣	٥٧	٠,٣٢٣٤٣٧٣٧٩
١٨	٠,٧٠٠١٥٩٣٧	٣٨	٠,٤٧١١٨٧١٩	٥٨	٠,٣١٧٠٩٥٤٧
١٩	٠,٦٨٦٤٣٠٧٦	٣٩	٠,٤٦١٩٤٨٢٢	٥٩	٠,٣١٠٨٧٧٩١١
٢٠	٠,٦٧٢٩٧١٣٣	٤٠	٠,٤٥٢٨٩٠٤٢	٦٠	٠,٣٠٤٧٨٢٢٦٦

قيم المقدار (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٢,٥ %

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠,٩٧٥٦.٩٧٦	٢١	٠,٥٩٥٢٨٦٢٩	٤١	٠,٢٦٢٢٤٦٩٥
٢	٠,٩٥١٨١٤٤	٢٢	٠,٥٨٠٨٦٤٦٧	٤٢	٠,٢٥٤٤٨١٨٢٩
٣	٠,٩٢٨٥٩٩٤١	٢٣	٠,٥٦٦٦٩٧٢٤	٤٣	٠,٢٤٥٨٢٨٨٥٧
٤	٠,٩٢٨٥.....	٢٤	٠,٥٥٢٨٧٥٣٥	٤٤	٠,٢٣٧٤.٣٧٦٢
٥	٠,٨٨٢٨٥٤٦٩	٢٥	٠,٥٣٩٣٩.٥٩	٤٥	٠,٢٢٩١٧٤٤٠.٢
٦	٠,٨٦٢٢٩٦٨٧	٢٦	٠,٥٢٦٢٢٤٧٢	٤٦	٠,٢٢١١٤٥٧٥٩
٧	٠,٨٤١٢٦٥٢٤	٢٧	٠,٥١٣٣٩٩٧٢	٤٧	٠,٢١٣٢١٢٩٢٦
٨	٠,٨٢.٧٤٦٥٧	٢٨	٠,٥٠٠٨٧٧٧٨	٤٨	٠,٢٠٥٦٧١١٥٧
٩	٠,٨٠.٧٢٨٣٦	٢٩	٠,٤٨٨٦٦١٢٥	٤٩	٠,٢٩٨٢١٥٧٦٣
١٠	٠,٧٨١١٩٨٤٠	٣٠	٠,٤٧٦٧٤٢٦٩	٥٠	٠,٢٩.٩٤٢٢.٨
١١	٠,٧٦٢١٤٤٧٨	٣١	٠,٤٦٥١١٤٨٧	٥١	٠,٢٨٢٨٤٦.٥٦
١٢	٠,٧٤٣٥٥٥٨٩	٣٢	٠,٤٥٣٧٧.٥٥	٥٢	٠,٢٧٦٩٢٢١٩٨٢
١٣	٠,٧٢٥٤٦.٣٨	٣٣	٠,٤٤٢٧.٢٩٨	٥٣	٠,٢٧.١٦٨٧٦٣
١٤	٠,٧٠٧٧١٧٢٠	٣٤	٠,٤٣١٩.٥٣٤	٥٤	٠,٢٦٢٥٧٩٢٨١
١٥	٠,٦٩.٤٦٥٥٦	٣٥	٠,٤٢١٣٧١.٧	٥٥	٠,٢٥٧١٥.٥١٨
١٦	٠,٦٧٣٦٢٤٩٢	٣٦	٠,٤١١.٩٣٧٢	٥٦	٠,٢٥.٨٧٨٥٥٤
١٧	٠,٦٥٧١٩٥.٦	٣٧	٠,٤٠٦.٦٧.٥	٥٧	٠,٢٤٤٧٥٩٥٦٥
١٨	٠,٦٤١١٦٥٩١	٣٨	٠,٣٩١٢٨٤٩٢	٥٨	٠,٢٣٨٧٨٩٨١٩
١٩	٠,٦٢٥٥٢٧٧٢	٣٩	٠,٣٨١٧٤١٣٩	٥٩	٠,٢٣١٩٦٥٦٧٧
٢٠	٠,٦١.٢٧.٩٤	٤٠	٠,٣٧٢٤٣.٦٢	٦٠	٠,٢٢٧٢٨٢٥٨٧

قيم المقدّر $(ع+1)$ عند القيم المختلفة لـ $ن$
 $ع = 2\%$

$(ع+1)$	ن	$(ع+1)$	ن	$(ع+1)$	ن
٠,٢٩٧٦٢٨	٤١	٠,٥٢٧٥٤٩٢٨	٢١	٠,٩٧٠٨٧٢٧٩	١
٠,٢٨٨٩٥٩٢٢٤	٤٢	٠,٥٢١٨٩٢٥٠	٢٢	٠,٩٤٢٥٩٥٩١	٢
٠,٢٨٠٥٤٢٩٣٦	٤٣	٠,٥٠٦٦٩١٧٥	٢٣	٠,٩١٥١٤١٦٦	٣
٠,٢٧٢٢٧١٧٨٢	٤٤	٠,٤٩١٩٢٣٧٤	٢٤	٠,٨٨٨٤٨٧٥	٤
٠,٢٦٤٤٢٨٦٢٣	٤٥	٠,٤٧٧٦٠٥٥٧	٢٥	٠,٨٦٢٦٠٨٧٨	٥
٠,٢٥٦٧٣٦٥٢٧	٤٦	٠,٤٦٣٦٩٤٧٣	٢٦	٠,٨٣٧٤٨٤٢٦	٦
٠,٢٤٩٢٥٨٧٦٥	٤٧	٠,٤٥٠١٨٩٠٦	٢٧	٠,٨١٣٠٩١٥١	٧
٠,٢٤١٩٩٨٨٠١	٤٨	٠,٤٣٧٠٧٦٧٥	٢٨	٠,٧٨٩٤٠٩٢٣	٨
٠,٢٣٤٩٥٠٢٩٢	٤٩	٠,٤٢٤٣٤٦٣٦	٢٩	٠,٧٦٦٤١٦٧٣	٩
٠,٢٢٨١٠٧٠٧٩	٥٠	٠,٤١١٩٨٦٧٦	٣٠	٠,٧٤٤٠٩٣٩١	١٠
٠,٢٢١٤٦٣١٨٤	٥١	٠,٣٩٩٩٨٧١٥	٣١	٠,٧٢٢٤٢١٢٨	١١
٠,٢١٥٠١٢٨	٥٢	٠,٣٨٨٢٣٧٠٣	٣٢	٠,٧٠١٣٧٩٨٨	١٢
٠,٢٠٨٧٥٠٢٩١	٥٣	٠,٣٧٠٢٦٦٥	٣٣	٠,٦٨٠٩٥١٣٤	١٣
٠,٢٠٢٦٧٠١٨٥	٥٤	٠,٣٦٦٠٤٤٩٠	٣٤	٠,٦٦١١١٧٨١	١٤
٠,١٩٦٧٦٧١٧	٥٥	٠,٣٥٥٢٨٢٤٠	٣٥	٠,٦٤١٨٦١٩٥	١٥
٠,١٩١٠٣٦٠٨٨	٥٦	٠,٣٤٥٠٣٢٤٣	٣٦	٠,٦٢٣١٦٦٩٤	١٦
٠,١٨٥٤٧١٩٣	٥٧	٠,٣٣٤٩٨٢٩٤	٣٧	٠,٦٠٥٠١٦٤٥	١٧
٠,١٨٠٠٦٩٨٣٥	٥٨	٠,٣٢٥٢٢٦١٥	٣٨	٠,٥٨٧٣٩٤٦١	١٨
٠,١٧٤٨٢٥٠٨٢	٥٩	٠,٣١٥٧٥٣٥٥	٣٩	٠,٥٧٠٢٨٦٠٣	١٩
٠,١٦٩٧٣٣٠٩	٦٠	٠,٣٠٦٥٥٦٨٤	٤٠	٠,٥٥٣٦٧٥٧٥	٢٠

قيم المقدار (ع+١) عند القيم المختلفة ل ن
ع = ٢,٥ %

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠,٩٦٦١٨٣٥٧	٢١	٠,٤٨٥٥٧.٩.	٤١	٠,٢٤٤.٣١٣٧
٢	٠,٩٣٣٥١.٧.	٢٢	٠,٤٦٩١٥.٦٣	٤٢	٠,٢٣٥٧٧٩١.١
٣	٠,٩٠١٩٤٢٧١	٢٣	٠,٤٥٣٢٨٥٦٣	٤٣	٠,٢٢٧٨.٥٨٩٥
٤	٠,٨٧١٤٤٢٢٣	٢٤	٠,٤٣٧٩٥٧١٣	٤٤	٠,٢٢.١.٢٣١٤
٥	٠,٨٤١٩٧٣١٧	٢٥	٠,٤٢٣١٤٦٩٩	٤٥	٠,٢١٢٦٥٩٢٤
٦	٠,٨١٣٥.٠.٦٤	٢٦	٠,٤٠٨٨٣٧١٧	٤٦	٠,٢٠٥٤٦٧٨٦٥
٧	٠,٧٨٥٩٩.٩٦	٢٧	٠,٣٩٥.١٢٢٤	٤٧	٠,١٩٨٥١٩٩٦٧٦
٨	٠,٧٥٩٤١١٥٦	٢٨	٠,٣٨١٦٥٤٣٤	٤٨	٠,١٩١٨.٦٤٥١
٩	٠,٧٣٣٧٣.٩٧	٢٩	٠,٣٦٨٧٤٨١٥	٤٩	٠,١٨٥٣٢.٢٤٢
١٠	٠,٧٠٨٩١٨٨١	٣٠	٠,٣٥٦٢٧٨٤١	٥٠	٠,١٧٩.٥٣٣٧٤
١١	٠,٦٨٤٩٤٥٧١	٣١	٠,٣٤٤٢٣.٣٥	٥١	٠,١٧٣٩٩٨٤٢٩
١٢	٠,٦٦١٧٨٣٣.	٣٢	٠,٣٣٢٥٨٩٧١	٥٢	٠,١٦٧١٤٨٢٤١
١٣	٠,٦٣٩٤.٤١٥	٣٣	٠,٣٢١٣٤٢٧١	٥٣	٠,١٦١٤٩٥٨٨٥
١٤	٠,٦١٧٧٨١٧٩	٣٤	٠,٣١.٤٧٦.٥	٥٤	٠,١٥٦.٣٤٦٧١
١٥	٠,٥٩٦٨٩.٦٢	٣٥	٠,٢٩٩٩٧٦٨٦	٥٥	٠,١٥.٧٥٨١٣٦
١٦	٠,٥٧٦٧.٥٩١	٣٦	٠,٢٨٩٨٣٢٧٢	٥٦	٠,١٤٥٦٦.٠.٣٥
١٧	٠,٥٥٧٢.٣٧٨	٣٧	٠,٢٨.٠.٣١٦١	٥٧	٠,١٤.٧١٤٢٣٣
١٨	٠,٥٣٨٣٦١١٤	٣٨	٠,٢٧.٥٦١٩٤	٥٨	٠,١٣٥٩٧٥٢.١
١٩	٠,٥٢.١٥٥٦٩	٣٩	٠,٢٦١٤١٢٥.	٥٩	٠,١٣١٣٧٧.٠.٦
٢٠	٠,٥٠.٢٥٦٥٨٨	٤٠	٠,٢٥٢٥٧٢٤٧	٦٠	٠,١١٦٩٣٤٣.٥

قيم المقدار (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٤ %

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠,٩١١٥٢٨٤٦	٢١	٠,٤٣٨٨٣٢٦٠	٤١	٠,٢٠٠٢٧٧٩٢٧
٢	٠,٩٢٤٥٥٦٢١	٢٢	٠,٤٢١٩٥٥٢٩	٤٢	٠,١٩٢٥٧٤٩٣
٣	٠,٨٨٨٩٩٦٣٦	٢٣	٠,٤٠٥٧٢٦٣٣	٤٣	٠,١٨٥١٦٨٢٠٢
٤	٠,٨٥٤٨٠٤١٩	٢٤	٠,٣٩٠١٢١٤٧	٤٤	٠,١٧٨٠٤٦٣٤٨
٥	٠,٨٢١٩٢٧١١	٢٥	٠,٣٧٥١١٦٨٠	٤٥	٠,١٧١١٩٨٤١١
٦	٠,٧٩٠٣١٤٥٣	٢٦	٠,٣٦٠٦٨٩٢٣	٤٦	٠,١٦٤٦١٣٨٥٧
٧	٠,٧٥٩٩١٧٨١	٢٧	٠,٣٤٦٨١٦٥٧	٤٧	٠,١٥٨٢٨٢٥٥٥
٨	٠,٧٣٠٦٩٠٢١	٢٨	٠,٣٣٣٤٧٧٤٧	٤٨	٠,١٥٢١٩٣٧٦٤
٩	٠,٧٠٢٥٨٦٧٤	٢٩	٠,٣٢٠٦٥١٤١	٤٩	٠,١٤٦٣٤١١٢
١٠	٠,٦٧٥٥٦٤١٧	٣٠	٠,٣٠٨٣١٨٦٧	٥٠	٠,١٤٠٧١٢٦١٥
١١	٠,٦٤٩٥٨٠٩٣	٣١	٠,٢٩٦٤٦٠٢٦	٥١	٠,١٣٥٢٠٠٥٩١
١٢	٠,٦٢٤٥٩٧٠٥	٣٢	٠,٢٨٥٠٥٧٩٤	٥٢	٠,١٣٠٠٩٦٧٢٢
١٣	٠,٦٠٠٥٧٤٠٩	٣٣	٠,٢٧٤٠٩٤١٧	٥٣	٠,١٢٥٠٩٣٠٠٢
١٤	٠,٥٧٧٤٧٥٠٨	٣٤	٠,٢٦٣٥٥٢٠٩	٥٤	١٢,٢٨١٧٢٣٣
١٥	٠,٥٥٥٢٦٤٥٠	٣٥	٠,٢٥٣٤١٥٤٧	٥٥	٠,١١٥٦٥٥٥١٢
١٦	٠,٥٣٣٩٠٨١٨	٣٦	٠,٢٤٣٦٦٨٧٢	٥٦	٠,١١١٢٠٧٢٢٣
١٧	٠,٥١٣٣٧٣٢٥	٣٧	٠,٢٣٤٢٩٦٨٥	٥٧	٠,١٠٦٩٣٠٠٢٢
١٨	٠,٤٩٣٦٢٨١٢	٣٨	٠,٢٢٥٢٨٥٤٣	٥٨	٠,١٠٢٨١٧٢٢٩
١٩	٠,٤٧٤٦٤٢٤٢	٣٩	٠,٢١٦٦٢٠٦١	٥٩	٠,٠٩٨٨٦٢٨١٧
٢٠	٠,٤٥٦٣٨٦٩٥	٤٠	٠,٢٠٨٢٨٩٠٤	٦٠	٠,٠٩٥٠٠٠٤٠١

قيم المقدار (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٤,٥ %

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠,٩٥٦٩٢٧٨٠	٢١	٠,٢٩٦٧٨٧٤٢	٤١	٠,١٦٤٥٢٥٠٧٢
٢	٠,٩١٥٧٢٩٩٥	٢٢	٠,٢٧٩٧٠٠٨٩	٤٢	٠,١٥٧٤٤٠٢٦١
٣	٠,٨٧٦٢٩٦٦٠	٢٣	٠,٢٦٢٣٥٠١٢	٤٣	٠,١٥٠٦٦٠٥٢٦
٤	٠,٨٢٨٥٦١٢٤	٢٤	٠,٢٤٧٧٠٢٤٧	٤٤	٠,١٤٤١٧٢٧٦٢
٥	٠,٨٠٢٤٥١٠٥	٢٥	٠,٢٣٢٧٢٠٦٠	٤٥	٠,١٣٧٩٦٤٢٦٦
٦	٠,٧٦٧٨٩٥٧٤	٢٦	٠,٢١٨٤٠٢٤٨	٤٦	٠,١٣٢٠٢٣٢١٦
٧	٠,٧٢٤٨٢٨٤٦	٢٧	٠,٢٠٤٦٩١٢٧	٤٧	٠,١٢٦٢٣٨١٠٢
٨	٠,٧٠٢١٨٥١٢	٢٨	٠,٢٩١٥٧٠٦٩	٤٨	٠,١٢٠٨٩٧٧٠٥
٩	٠,٦٧٢٦٠٤٤٣	٢٩	٠,٢٧٩٠١٥٠٢	٤٩	٠,١١٥٦٩١٥٨٤
١٠	٠,٦٤٢٩٢٧٦٨	٣٠	٠,٢٦٧٠٠٠٠٢	٥٠	٠,١١٠٧٠٩٦٥
١١	٠,٦١٦١٩٨٧٤	٣١	٠,٢٥٥٥٠٢٤١	٥١	٠,١٠٥٩٤٢٧٤٨
١٢	٠,٥٨٩٦٦٢٨٦	٣٢	٠,٢٤٤٤٩٩٩١	٥٢	٠,١٠١٣٨٠١٤٢
١٣	٠,٥٦٤٢٧١٦٤	٣٣	٠,٢٣٢٩٧١٢١	٥٣	٠,٠٩٧٠١٤٤٩
١٤	٠,٥٣٩٩٧٢٨٦	٣٤	٠,٢٢٢٨٩٥٨٩	٥٤	٠,٠٩٢٨٢٦٨٢٢
١٥	٠,٥١٦٧٢٠٤٤	٣٥	٠,٢١٤٢٥٤٤٤	٥٥	٠,٠٨٨٨٢٩٠٧٤
١٦	٠,٤٩٤٤٦٩٠٣٢	٣٦	٠,٢٥٠٢٨١٧	٥٦	٠,٠٨٥٠١٣٤٦٨
١٧	٠,٤٧٢١٧٦٣٩	٣٧	٠,١٩٦١٩٩٢١	٥٧	٠,٠٨١٣٥٢٦٠١
١٨	٠,٤٥٢٨٠٠٣٧	٣٨	٠,١٨٧٧٥٠٤٤	٥٨	٠,٠٧٧٨٤٩٣٧٩
١٩	٠,٤٣٢٣٠١٧٩	٣٩	٠,١٧٩٦٦٥٤٩	٥٩	٠,٠٧٤٤٩٧٠١٣
٢٠	٠,٤١٤٦٤٢٨٦	٤٠	٠,١٧١٩٢٨٧٠	٦٠	٠,٠٧١٢٨٩٠٠٨

قيم المقدار (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٥ %

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠,٩٥٢٢٨.٩٥	٢١	٠,٣٥٨٩٤٢٣٦	٤١	٠,١٣٥٢٨١٦.٢
٢	٠,٩٠٧٠٢٩٤٨	٢٢	٠,٣٤١٨٤٩٨٧	٤٢	٠,١٢٨٨٢٩٦٢١
٣	٠,٨٦٢٨٢٧٦.	٢٣	٠,٣٢٥٥٧١٣١	٤٣	٠,١٢٢٧.٤٤.١
٤	٠,٨٢٢٧.٢٤٧	٢٤	٠,٣١٠٠.٦٧٩١	٤٤	٠,١١٧٨١١٣٣٤
٥	٠,٧٨٢٥٢٦١٧	٢٥	٠,٢٩٥٣.٢٧٧	٤٥	٠,١١١٢٩٦٥.٨
٦	٠,٧٤٦٢١٥٤.	٢٦	٠,٢٨١٢٤.٧٣	٤٦	٠,١٠٥٩٦٦٧٥
٧	٠,٧١.٦٨١٣٣	٢٧	٠,٢٦٧٨٤٨٢٢	٤٧	٠,١٠٠٩٤٩٢١٤
٨	٠,٦٧٦٨٢٩٣٦	٢٨	٠,٢٥٥.٩٣٦٤	٤٨	٠,٠٩٦١٤٢١.٩
٩	٠,٦٤١٦.٨٩٢	٢٩	٠,٢٤٢٩٤٦٣٢	٤٩	٠,٠٩١٥٦٣٩١٣
١٠	٠,٦١٢٩١٣٢٥	٣٠	٠,٢٣١٣٧٧٤٥	٥٠	٠,٠٨٧٢.٣٧٢١
١١	٠,٥٨٤٦٧٩٢٩	٣١	٠,٢٢.٣٥٩٤٧	٥١	٠,٠٨٣.٥١١٦٨
١٢	٠,٥٥٦٨٢٧٤٢	٣٢	٠,٢٠.٩٨٦٦١٧	٥٢	٠,٠٧٩.٩٦٣٥١
١٣	٠,٥٢.٢٢١١٣٥	٣٣	٠,١٩٩٨٧٢٥٤	٥٣	٠,٠٧٥٣٢٩٨٥٨
١٤	٠,٥٠.٥.٦٧٩٥	٣٤	٠,١٩.٣٥٤٨.	٥٤	٠,٠٧١٧٤٢٧٢٢
١٥	٠,٤٨١.١٧١.	٣٥	٠,١٨١٢٩.٢٩	٥٥	٠,٠٦٨٢٢٦٤.١
١٦	٠,٤٥٨١١١٥٢	٣٦	٠,١٧٢٦٥٧٤١	٥٦	٠,٠٦٥.٧٢٧١٣
١٧	٠,٤٣٦٢٩٦٦٩	٣٧	٠,١٦٤٤٣٥٦٣	٥٧	٠,٠٦١٩٧٤.٦
١٨	٠,٤١٥٥٢.٦٥	٣٨	٠,١٥٦٦.٥٣٦	٥٨	٠,٠٥٩.٢٢٩١٤
١٩	٠,٣٩٥٧٣٢٩٦	٣٩	٠,١٤٩١٤٧٩٧	٥٩	٠,٠٥٦٢١٢٢٩٩
٢٠	٠,٣٧٦٨٨٩٤٨	٤٠	٠,١٤٢.٤٥٦٨	٦٠	٠,٠٥٣.٣٥٥٢٣

قيم المقدار (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٥,٥ %

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠,٩٤٧١٦٧٣٠	٢١	٠,٣٢٤٨٦١٥٨	٤١	٠,١١١١٣٣٩٤٧١
٢	٠,٨٩٨٤٥٢٤٢	٢٢	٠,٣٠٧٩٢٥٦٧	٤٢	٠,١٠٥٥٣٥٠٤٤
٣	٠,٨٥١٦١٣٦٦	٢٣	٠,٢٩١٨٧١٦٧	٤٣	٠,١٠٠٠٢٣٢١٧
٤	٠,٨٠٧٢١٦٧٤	٢٤	٠,٢٧٦٦٥٦٥٦	٤٤	٠,٠٩٤٨١٨٢١٥
٥	٠,٧٦٥١٣٤٣٥	٢٥	٠,٢٦٢٢٣٣٧٠	٤٥	٠,٠٨٩٨٧٥٠٨٥
٦	٠,٧٢٥٢٤٥٨٣	٢٦	٠,٢٤٨٥٦٢٧٥	٤٦	٠,٠٨٥١٨٩٦٥٤
٧	٠,٦٨٧٤٣٦٨١	٢٧	٠,٢٣٥٦٠٤٥٠	٤٧	٠,٠٨٠٧٤٨٤٨٧
٨	٠,٦٥١٥٩٨٨٧	٢٨	٠,٢٢٣٣٢١٨١	٤٨	٠,٠٧٦٥٣٨٨٥
٩	٠,٦١٧٦٢٩٢٦	٢٩	٠,٢١١٦٧٩٤٤	٤٩	٠,٠٧٢٥٤٨١٧٣
١٠	٠,٥٨٥٤٣٠٥٨	٣٠	٠,٢٠٠٦٤٤٠٧	٥٠	٠,٠٦٨٧٦٦٥١٥
١١	٠,٥٥٤٩١٠٥٠	٣١	٠,١٩٠١٨٣٩٠	٥١	٠,٠٦٥١٨١٥٣١
١٢	٠,٥٢٥٩٨١٥٢	٣٢	٠,١٨٠٦٦٩١٠	٥٢	٠,٠٦١٧٨٣٤٤٤١
١٣	٠,٤٩٨٥٦٠٦٨	٣٣	٠,١٧٠٨٧١١٩	٥٣	٠,٠٥٨٥٦٢٥٠٤
١٤	٠,٤٧٢٥٦٩٣٧	٣٤	٠,١٦١٩٦٣٢١	٥٤	٠,٠٥٥٥٠٩٤٨٢
١٥	٠,٤٤٧٩٣٣٠٥	٣٥	٠,١٥٣٥١٩٦٣	٥٥	٠,٠٥٢٦١٥٦٢٣
١٦	٠,٤٢٤٥٨١٠٩	٣٦	٠,١٤٥٥١٦٢٤	٥٦	٠,٠٤٩٨٧٢٦٢٨
١٧	٠,٤٠٢٤٤٦٥٣	٣٧	٠,١٣٧٩٣٠٠٨	٥٧	٠,٠٤٧٢٧٢٦٣٣
١٨	٠,٣٨١٤٦٥٩٠	٣٨	٠,١٣٠٧٣٩٤١	٥٨	٠,٠٤٤٨٠٨١٨٣
١٩	٠,٣٦١٥٧٩٠٦	٣٩	٠,١٢٣٩٩٢٣٦٢	٥٩	٠,٠٤٢٧٢٢١١٢
٢٠	٠,٣٤٢٧٢٨٩٦	٤٠	٠,١١٧٤٦٣٢٤	٦٠	٠,٠٤٠٦٥٨٠٧١

قيم المقدار (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
 $\% \epsilon = ٦$

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠,٩١٧١٩,٤٥	٢١	٠,٣٩٤١٥٥٤,٠	٤١	٠,٩٤٣٣٩٦٧٣
٢	٠,٨٦٥٢٧٤	٢٢	٠,٣٧٧٥,٥١,٠	٤٢	٠,٨٨٩٩٦٦٤٤
٣	٠,٨١٦٢٩٦٢٣	٢٣	٠,٣٦١٧٩٧٢٦	٤٣	٠,٨٣٩٦٦٩٢٨
٤	٠,٧٧٠٠٩,٧٨	٢٤	٠,٣٤٦٩٧٨٥٥	٤٤	٠,٧٩٢,٩٣٦٦
٥	٠,٧٢٦٥٠,٧٤	٢٥	٠,٣٣٢٩٩٨٦٣	٤٥	٠,٧٤٧٢٥٨١٧
٦	٠,٦٨٥٣٧٨,٦	٢٦	٠,٣١٩٨١,٠٠,٣	٤٦	٠,٧٠٤٦٦,٥٤
٧	٠,٦٤٦٥٨٣,٧	٢٧	٠,٣٠٧٣٦٧٩٥	٤٧	٠,٦٦٥,٥٧١١
٨	٠,٦٠٩٩٨٤,٣	٢٨	٠,٢٩٥٦٣,١٤	٤٨	٠,٦٢٧٤١١٣٧
٩	٠,٥٧٥٤٥٦٦٣	٢٩	٠,٢٨٤٥٥٦٧٤	٤٩	٠,٥٩١٨٩٨٤٦
١٠	٠,٥٤٢٨٨٣٦١	٣٠	٠,٢٧٤١١,١٣	٥٠	٠,٥٥٨٣٩٤٧٨
١١	٠,٥١٢١٥٤٣٥	٣١	٠,٢٦٤٢٥٤٨٤	٥١	٠,٥٢٦٧٨٧٥٣
١٢	٠,٤٨٣١٦٤٤٨	٣٢	٠,٢٥٤٩٥٧٤,٠	٥٢	٠,٤٩٦٦٦٩٣٦
١٣	٠,٤٥٥٨١٥٥٥	٣٣	٠,٢٤٦١٨٦٢٢	٥٣	٠,٤٦٨٨٣٩,٢
١٤	٠,٤٢٠٠١٤٦٧	٣٤	٠,٢٣٧٩١١٥٣	٥٤	٠,٤٤٢٣,٠٩٦
١٥	٠,٤٠٥٦٧٤٢٢	٣٥	٠,٢٣٠١,٥٧٢	٥٥	٠,٤١٧٢٦٥,٦
١٦	٠,٣٨٢٧١١٥٢	٣٦	٠,٢٢٢٧٤,٧٧	٥٦	٠,٣٩٣٦٤٦٢٨
١٧	٠,٣٦١,٤٨٦١	٣٧	٠,٢١٥٧٩٣١٨	٥٧	٠,٣٧١٣٦٤٤٢
١٨	٠,٣٤٠,٦١١٨٩	٣٨	٠,٢٠٩٢٣٨٨٥	٥٨	٠,٣٥٠,٣٤٣٧٩
١٩	٠,٣٢١٣٣١٩٧	٣٩	٠,٢٠٣,٥٥٥٢	٥٩	٠,٣٣٠,٥١٣,١
٢٠	٠,٣٠٣١٤٣٣٧	٤٠	٠,١٩٧٢٢٢١٩	٦٠	٠,٣١١٨,٤٧٣

قيم المقدار (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ١,٥ %

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠,٩٣٨٩٦٧١٤	٢١	٠,٢٦٦٤٧٦٠٧	٤١	٠,٠٧٥٦٢٥١٢
٢	٠,٨٨١٦٥٩٢٨	٢٢	٠,٢٥٠٢١٢٢٨	٤٢	٠,٠٧١٠٠٩٥٠٣
٣	٠,٨٢٧٨٤٩٠٩	٢٣	٠,٢٣٤٩٤١١١	٤٣	٠,٠٦٦٧٥٥٨٩
٤	٠,٧٧٧٢٢٣٠٩	٢٤	٠,٢٢٠٦٠١٩٨	٤٤	٠,٠٦٢٦٠٦١٨٧
٥	٠,٧٢٩٨٨٠٨٤	٢٥	٠,٢٠٧١٣٨٠١	٤٥	٠,٠٥٨٧٨٥١٥٢
٦	٠,٦٨٥٣٣٤١٢	٢٦	٠,١٩٤٤٩٥٧٩	٤٦	٠,٠٥٥١٩٧٣٢٦
٧	٠,٦٤٣٥٠٦٢١	٢٧	٠,١٨٢٦٢٥١٥	٤٧	٠,٠٥١٨٢٨٤٧٥
٨	٠,٦٠٤٢٣١١٩	٢٨	٠,١٧١٤٧٩٠٢	٤٨	٠,٠٤٨٦٦٥٢٣٥
٩	٠,٥٦٧٣٥٣٢٣	٢٩	٠,١٦١٠١٣١٦	٤٩	٠,٠٤٥٦٩٥٠٥٦
١٠	٠,٥٣٢٧٢٦٠٤	٣٠	٠,١٥١١٨٦٠٧	٥٠	٠,٠٤٢٩٠٦١٥٦
١١	٠,٥٠٠٢١٢٢٤	٣١	٠,١٤١٩٥٨٧٥	٥١	٠,٠٤٠٢٨٧٤٧
١٢	٠,٤٦٩٦٨٢٨٥	٣٢	٠,١٣٢٢٩٤٦٠	٥٢	٠,٠٣٧٨٢٨٦١١
١٣	٠,٤٤١٠١٦٧٦	٣٣	٠,١٢٥٢٠٤٢	٥٣	٠,٠٣٥٥١٩٨٢٢
١٤	٠,٤١٤١٠٠٢٥	٣٤	٠,١١٧٥٢٠٤٢	٥٤	٠,٠٣٣٣٥١٩٤٦
١٥	٠,٣٨٨٨٢٦٥٢	٣٥	٠,١١٠٢٤٧٨١	٥٥	٠,٠٣١٣١٦٣٨١
١٦	٠,٣٦٥٠٩٥٣٣	٣٦	٠,١٠٣٦١٢٩٧	٥٦	٠,٠٢٩٤٠٥٠٥٢
١٧	٠,٣٤٢٨١٢٥١	٣٧	٠,٠٩٧٢٨٩١٧	٥٧	٠,٠٢٧٦١٠٣٧٨
١٨	٠,٣٢١٨٨٩٦٩	٣٨	٠,٠٩١٣٥١٣٤	٥٨	٠,٠٢٥٩٢٥٢٣٧
١٩	٠,٣٠٢٢٤٣٨٤	٣٩	٠,٠٨٥٧٧٥٩٠	٥٩	٠,٠٢٤٣٤٢٩٤٦
٢٠	٠,٢٨٣٧٩٧٠٣	٤٠	٠,٠٨٠٥٤٠٧٥	٦٠	٠,٠٢٢٨٥٧٢٢٦

قيم المقدار (ع+1) عند القيم المختلفة لـ ن
 $\% \gamma = \epsilon$

ن	(ع+1)	ن	(ع+1)	ن	(ع+1)
١	٠,٩٢٤٥٧٩٤٤	٢١	٠,٢٤١٥١٣.٩	٤١	٠,٦٢٤١١٥٧١
٢	٠,٨٧٣٤٣٨٧٣	٢٢	٠,٢٢٥٧١٣١٧	٤٢	٠,٥٨٣٢٨٥٧١
٣	٠,٨١٦٢٩٧٨٨	٢٣	٠,٢١.٩٤٦٨٨	٤٣	٠,٥٤٥١٢٦٨٣
٤	٠,٧٦٢٨٩٥٢١	٢٤	٠,١٩٧١٤٦٦٢	٤٤	٠,٥.٩٤٦٤٣١
٥	٠,٧١٢٩٨٦١٨	٢٥	٠,١٨٤٢٤٩١٨	٤٥	٠,٤٧٦١٣٤٨٨
٦	٠,٦٦٦٣٤٢٢٢	٢٦	٠,١٧٢١٩٥٤٩	٤٦	٠,٤٤٤٩٨٥٨٧
٧	٠,٦٢٢٧٤٩٧٤	٢٧	٠,١٦.٩٣.٣٧	٤٧	٠,٤١٥٨٧٤٦٥
٨	٠,٥٨٢.٠٩١.	٢٨	٠,١٥.٤.٢٢١	٤٨	٠,٣٨٨٦٦٧٨٩
٩	٠,٥٤٣٩٣٣٧٤	٢٩	٠,١٤.٥٦٢٨٢	٤٩	٠,٣٦٣٢٤١.٢
١٠	٠,٥.٨٣٤٩٢٩	٣٠	٠,١٣١٣٦٧١٢	٥٠	٠,٣٣٩٣٧٧٥٩
١١	٠,٤٧٥.٩٢٨.	٣١	٠,١٢٢٧٧٣.١	٥١	٠,٣١٧٢٦٨٧٧
١٢	٠,٤٤٤.١١٩٦	٣٢	٠,١١٤٧٤١١٣	٥٢	٠,٢٩٦٥١٢٨٧
١٣	٠,٤١٤٩٦٤٤٥	٣٣	٠,١.٧٢٣٤٧.	٥٣	٠,٢٧٧١١٤٨٣
١٤	٠,٣٨٧٨١٧٢٤	٣٤	٠,١٠.٢١٩٣٤	٥٤	٠,٢٥٨٩٨٥٨٣
١٥	٠,٣٩٢٤٤٦.٢	٣٥	٠,٠٩٣٦٦٢٩٤	٥٥	٠,٢٤٢.٤٢٨٣
١٦	٠,٣٣٨٧٣٤٦.	٣٦	٠,٠٨٧٥٣٥٤٦	٥٦	٠,٢٢٦١.٨٢٥
١٧	٠,٣١٦٥٧٤٣٩	٣٧	٠,٠٨١٨.٨٨٤	٥٧	٠,٢١١٤.٩٥٨
١٨	٠,٢٩٥٨٦٣٩٢	٣٨	٠,٠٧٦٤٥٦٨٦	٥٨	٠,١٩٧٥٧٩.٥
١٩	٠,٢٧٦٥.٨٣٣	٣٩	٠,٠٧١٤٥٥.١	٥٩	٠,١٨٤٦٥٣٣١
٢٠	٠,٢٥٨٤١٩..	٤٠	٠,٠٦٦٧٨.٣٨	٦٠	٠,١٧٢٥٧٣١٩

قيم المقدار (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٧,٥ %

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠,٩٣٠٢٣٢٥٦	٢١	٠,٢١٨٩٨٨٩٧	٤١	٠,٠٥١٥٥٢٨٨٣
٢	٠,٨٦٥٢٣٢٦١	٢٢	٠,٢٠٣٧١٠٦٧	٤٢	٠,٠٤٧٩٥٦١٧١
٣	٠,٨٠٤٩٦٠٥٧	٢٣	٠,١٨٩٤٩٨٣٠	٤٣	٠,٠٤٤٦١٠٣٩١
٤	٠,٧٤٨٨٠٠٥٣	٢٤	٠,١٧٦٢٧٧٤٩	٤٤	٠,٠٤١٤٩٨٠٣٨
٥	٠,٦٩٦٥٥٨٦٣	٢٥	٠,١٦٣٩٧٩٠٦	٤٥	٠,٠٣٨٦٠٢٨٢٦
٦	٠,٦٤٧٩٦١٥٢	٢٦	٠,١٥٢٥٣٨٦٦	٤٦	٠,٠٣٥٩٠٩٦٠٦
٧	٠,٦٠٢٧٥٤٩٠	٢٧	٠,١٤١٨٩٦٤٣	٤٧	٠,٠٣٣٤٠٤٢٨٤
٨	٠,٥٦٠٧٠٢٢٣	٢٨	٠,١٣١٩٩٦٦٨	٤٨	٠,٠٣١٠٧٣٧٥٣
٩	٠,٥٢١٥٨٣٤٧	٢٩	٠,١٢٢٧٨٧٦١	٤٩	٠,٠٢٨٩٠٥٨١٧
١٠	٠,٤٨٥١٩٣٩٣	٣٠	٠,١١٤٢٢١٠٣	٥٠	٠,٠٢٦٨٨٩١٣٢
١١	٠,٤٥١٣٤٣١٩	٣١	٠,١٠٦٢٥٢١٢	٥١	٠,٠٢٥٠١٣١٤٦
١٢	٠,٤١٩٨٥٤١٣	٣٢	٠,٠٩٨٨٣٩١٨	٥٢	٠,٠٢٣٢٦٨٠٤٣
١٣	٠,٣٩٠٥٦١٩٨	٣٣	٠,٠٩١٩٤٢٤٣	٥٣	٠,٠٢١٦٤٤١٦٩
١٤	٠,٣٦٣٣١٣٤٧	٣٤	٠,٠٨٥٥٢٨٨٧	٥٤	٠,٠٢٠١٣٤٥٩٦
١٥	٠,٣٣٧٩٦٦٠٢	٣٥	٠,٠٧٩٥٦١٦٤	٥٥	٠,٠١٨٧٢٩٨٥٧
١٦	٠,٣١٤٣٨٦٩٩	٣٦	٠,٠٧٤٠١٠٨٣	٥٦	٠,٠١٧٤٢٣١٢٢
١٧	٠,٢٩٢٤٥٢٠٢	٣٧	٠,٠٦٨٨٤٧٢٩	٥٧	٠,٠١٦٢٠٧٥٥٦
١٨	٠,٢٧٢٠٤٩٣٢	٣٨	٠,٠٦٤٠٤٣٩٩	٥٨	٠,٠١٥٠٧٦٧٩٦
١٩	٠,٢٥٣٠٦٩١٣	٣٩	٠,٠٥٩٥٧٥٨٠	٥٩	٠,٠١٤٠٢٤٩٢٧
٢٠	٠,٢٣٥٤١٣١٥	٤٠	٠,٠٥٥٤١٩٣٥	٦٠	٠,٠١٣٠٤٦١٤٣

قيم المقدار (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
 $\% \lambda = \text{ع}$

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠.٩٢٥٩٢٥٩٢	٢١	٠.١٩٨٦٥٥٧٥	٤١	٠.٤٢٦٦١٢٢٤
٢	٠.٨٥٧٢٣٨٨٢	٢٢	٠.١٨٩٩٤.٥١	٤٢	٠.٣٩٤٦٤١٠٦
٣	٠.٧٩٢٨٩٢٢٤	٢٣	٠.١٧.٣١٥٢٨	٤٣	٠.٣٦٥٤.٨٢٨
٤	٠.٧٣٥.٢٩٨٥	٢٤	٠.١٥٧٦٩٩٣٤	٤٤	٠.٣٣٨٣٤١١
٥	٠.٦٨.٥٨٣٢.	٢٥	٠.١٤٦.١٧٩.	٤٥	٠.٣١٢٢٧٨٧٩
٦	٠.٦٣.١٦٩٦٣	٢٦	٠.١٣٥٢.١٧٦	٤٦	٠.٢٩.٠.٧٢٩٦
٧	٠.٥٨٢٤٩.٤.	٢٧	٠.١٢٥١٨٦٨٢	٤٧	٠.٢٦٨٥٨٦.٧
٨	٠.٥٤.٢٦٨٨٨	٢٨	٠.١١٥٩١٣٧٢	٤٨	٠.٢٤٨٦٩.٨
٩	٠.٥٠.٢٤٨٩٧	٢٩	٠.١٠٧٢٧٥٢	٤٩	٠.٢٣.٢٦٩٢٦
١٠	٠.٤٦٣١٩٣٤٩	٣٠	٠.٠٩٩٢٧٧٢٣	٥٠	٠.٢١٣٢١٢٢٨
١١	٠.٤٢٨٨٨٢٨٦	٣١	٠.٠٩٢.١٦.٥	٥١	٠.١٩٧٤١٨٧٨
١٢	٠.٣٩٧١١٣٧٦	٣٢	٠.٠٨٥٢.٠.٠	٥٢	٠.١٨٢٧٩٥١٦
١٣	٠.٣٦٧٦٩٧٩٢	٣٣	٠.٠٧٨٨٨٨٩٣	٥٣	٠.١٦٩٢٥٤٧٨
١٤	٠.٣٤.٤٦٦.٤	٣٤	٠.٠٧٢.٤٥٣١	٥٤	٠.١٥٦٧١٧٣٩
١٥	٠.٣٢٥٢٤١٧.	٣٥	٠.٠٦٧٦٣٤٥٤	٥٥	٠.١٤٥١.٨٦٩
١٦	٠.٢٩١٨٩.٤٧	٣٦	٠.٠٦٢٦٢٤٥٨	٥٦	٠.١٣٤٣٥٩٩
١٧	٠.٢٧.٢٦٨٩٥	٣٧	٠.٠٥٧٩٨٥٧٢	٥٧	٠.١٢٤٤.٧٣٢
١٨	٠.٢٥.٢٣٩.٣	٣٨	٠.٠٥٢٦٩.٤٨	٥٨	٠.١١٥١٩١٩٦
١٩	٠.٢٣١٧١٢.٦	٣٩	٠.٠٤٩٧١٣٤١	٥٩	٠.١٠٦٦٥٩٢٢
٢٠	٠.٢١٤٥٤٨٢١	٤٠	٠.٠٤٦.٣.٩٣	٦٠	٠.٠٩٧٥٨٥٤

قيم المقدار (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٨,٥ %

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠,٩٢١٦٥٨٩٩	٢١	٠,١٨٠٢٩١٦٠	٤١	٠,٠٢٥٢١٧٩٩٢
٢	٠,٨٤٩٤٥٥٢٩	٢٢	٠,١٦٦١٦٧٢٨	٤٢	٠,٠٢٢٥٠٠٠٦١
٣	٠,٧٨٢٩٠٨١٠	٢٣	٠,١٥٣١٥٩٦٥	٤٣	٠,٠٢٩٩٥٨٥٨٢
٤	٠,٧٢١٥٧٤٢٨	٢٤	٠,١٤١١٥١٧٦	٤٤	٠,٠٢٧٦١١٥٩٦
٥	٠,٦٦٥٠٤٥٤٢	٢٥	٠,١٣٠٠٩٣٧٨	٤٥	٠,٠٢٥٤٤٨٤٧٦
٦	٠,٦١٢٩٤٥٠٩	٢٦	٠,١١٩٩٠٢١٠	٤٦	٠,٠٢٣٤٥٤٨١٦
٧	٠,٥٦٤٩٢٦٣٥	٢٧	٠,١١٠٥٠٨٨٥	٤٧	٠,٠٢١٦١٧٣٤٢
٨	٠,٥٢٠٦٦٩٤٥	٢٨	٠,١٠١٨٥١١٨	٤٨	٠,٠١٩٩٢٣٨١٨
٩	٠,٤٧٩٨٧٩٦٨	٢٩	٠,٠٩٢٨٧٢٣٢	٤٩	٠,٠١٨٢٦٢٩٦٥
١٠	٠,٤٤٢٢٨٥٤٢	٣٠	٠,٠٨٦٥١٨٢٨	٥٠	٠,٠١٦٩٢٤٣٩٢
١١	٠,٤٠٧٦٣٦٣٢	٣١	٠,٠٧٩٧٤٠٣٥	٥١	٠,٠١٥٥٩٨٥١٨
١٢	٠,٣٧٥٧٠١٦٨	٣٢	٠,٠٧٣٤٩٣٤١	٥٢	٠,٠١٨٢٧٩٥١٦
١٣	٠,٣٤٦٢٦٨٨٢	٣٣	٠,٠٦٧٧٢٥٨٦	٥٣	٠,٠١٣٢٥٠٢٤٤
١٤	٠,٣١٩١٤١٧٨	٣٤	٠,٠٦٢٤١٩٢٦	٥٤	٠,٠١٢٢١٢٢٠٦
١٥	٠,٢٩٤١٣٩٨٩	٣٥	٠,٠٥٧٥٣٨٥٨	٥٥	٠,٠١١٢٥٥٤٨٩
١٦	٠,٢٧١٠٩٦٦٧	٣٦	٠,٠٥٣٠٢٠٩٥	٥٦	٠,٠١٠٢٧٣٧١٢
١٧	٠,٢٤٩٧٨٥٦٩	٣٧	٠,٠٤٨٨٧٦٤٥	٥٧	٠,٠٠٩٥٦١٠٣٥٢
١٨	٠,٢٣٠٢٨٤٥٠	٣٨	٠,٠٤٥٠٤٧١٢	٥٨	٠,٠٠٨٨١٢٠١٤
١٩	٠,٢١٢٢٤٣٧٨	٣٩	٠,٠٤١٥١٨٣٦	٥٩	٠,٠٠٨١٢١٦٧٢
٢٠	٠,١٩٥٦١٦٣٩	٤٠	٠,٠٣٨٢٦٥٧٧	٦٠	٠,٠٠٧٤٨٥٤١

قيم المقدار (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
 $\% ٩ = ع$

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠,٩١٧٤٣١١٩	٢١	٠,١٦٣٦٩٨٠٦	٤١	٠,٢٩٢٠٨٧٩١
٢	٠,٨٤١٦٧٩٩٩	٢٢	٠,١٥٠١٨١٧١	٤٢	٠,٢٦٧٩٧٠٥٦
٣	٠,٧٧٢١٨٢٤٨	٢٣	٠,١٣٧٧٨١٣٩	٤٣	٠,٢٤٥٨٤٤٥٥
٤	٠,٧٠٨٤٢٥٢١	٢٤	٠,١٢٦٤٠٤٩٤	٤٤	٠,٢٢٥٥٤٥٤٦
٥	٠,٦٤٩٩٣١٣٩	٢٥	٠,١١٥٩٦٧٨٤	٤٥	٠,٢٠٦٩٢٢٤٤
٦	٠,٥٩٦٢٦٧٣٣	٢٦	٠,١٠٦٣٩٢٥١	٤٦	٠,١٨٩٨٣٧١
٧	٠,٥٤٧٠٣٤٢٤	٢٧	٠,٠٩٧٦٠٧٨١	٤٧	٠,١٧٤١٦٢٤٧
٨	٠,٥٠١٨٦٦٢٨	٢٨	٠,٠٨٩٥٤٨٤٥	٤٨	٠,١٥٩٧٨٢٠٩
٩	٠,٤٦٠٤٢٧٧٨	٢٩	٠,٠٨٢١٥٤٥٤	٤٩	٠,١٤٦٥٨٩٠٧
١٠	٠,٤٢٤٤١٠٨١	٣٠	٠,٠٧٥٣٧١١٤	٥٠	٠,١٣٤٤٨٥٣٨
١١	٠,٣٨٧٥٣٢٨٥	٣١	٠,٠٦٩١٤٧٨٣	٥١	٠,١٢٣٣٨١٠٩
١٢	٠,٣٥٥٥٣٤٧٣	٣٢	٠,٠٦٣٤٢٨٢٨	٥٢	٠,١١٣١٩٣٦٦
١٣	٠,٣٢٦١٧٨٦٥	٣٣	٠,٠٥٨٢٠٠٣٥	٥٣	٠,١٠٣٨٤٧٣٩
١٤	٠,٢٩٩٢٤٦٤٧	٣٤	٠,٠٥٣٣٩٤٨١	٥٤	٠,٠٩٥٢٧٢٨٤
١٥	٠,٢٧٤٥٣٨٠٤	٣٥	٠,٠٤٨٩٨٦٠٧	٥٥	٠,٠٨٧٤٠٦٢٧٥
١٦	٠,٢٥١٨٦٩٧٦	٣٦	٠,٠٤٤٩٤١٣٥	٥٦	٠,٠٨٠١٨٩٢٤٣
١٧	٠,٢٣١٠٧٣١٨	٣٧	٠,٠٤١٢٣٠٥٩	٥٧	٠,٠٧٣٥٦٨١١٣
١٨	٠,٢١١٩٩٣٧٤	٣٨	٠,٠٣٧٨٢٦٢٣	٥٨	٠,٠٦٧٤٩٣٦٨
١٩	٠,١٩٤٤٨٩٦٧	٣٩	٠,٠٣٤٧٠٢٩٦	٥٩	٠,٠٦١٩٢٠٨٠٨
٢٠	٠,١٧٨٤٣٠٨٩	٤٠	٠,٠٣١٨٣٧٥٨	٦٠	٠,٠٥٦٨٠٨٠٨

قيم المقدار (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٩,٥ %

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠,٩١٢٢٤٧٠١	٢١	٠,١٦٢٦٩٨٠٦	٤١	٠,٠٢٤٢١١٤٩٧
٢	٠,٨٤١٦٧٩٩٩	٢٢	٠,١٥٠١٨١٧١	٤٢	٠,٠٢٢١١٠٩٢٩
٣	٠,٧٧٢١٨٢٤٨	٢٣	٠,١٣٧٧٨١٢٩	٤٣	٠,٠٢٠١٩٢٦٦٩
٤	٠,٧٠٨٤٢٥٢١	٢٤	٠,١٢٦٤٠٤٩٤	٤٤	٠,٠١٨٤٤٠٧٥٧
٥	٠,٦٤٩٩٢١٣٩	٢٥	٠,١١٥٩٦٧٨٤	٤٥	٠,٠١٦١٦٣١١٥
٦	٠,٥٩٦٢٦٧٣٣	٢٦	٠,١٠٦٢٩٢٥١	٤٦	٠,٠١٤٣٧٩٧٩٢
٧	٠,٥٤٧٠٢٤٢٤	٢٧	٠,٠٩٧٦٠٧٨١	٤٧	٠,٠١٤٠٤٥١٧٢
٨	٠,٥٠١٨٦٦٢٨	٢٨	٠,٠٨٩٥٤٨٤٥	٤٨	٠,٠١٢٨٧٦٩١٦
٩	٠,٤٦٠٤٢٧٧٨	٢٩	٠,٠٨٢١٥٤٥٤	٤٩	٠,٠١١٧١٤٠٧٩
١٠	٠,٤٢٢٤١٠٨١	٣٠	٠,٠٧٥٢٧١١٤	٥٠	٠,٠١٠٦٩٧٧٨٩
١١	٠,٣٨٧٥٢٧٨٥	٣١	٠,٠٦٩١٤٧٨٢	٥١	٠,٠٠٩٧٦٩٦٧٠٦
١٢	٠,٣٥٥٥٢٤٧٢	٣٢	٠,٠٦٤٢٨٢٨	٥٢	٠,٠٠٨٩٢٢٠٧٣٦
١٣	٠,٣٢٦١٧٨٦٥	٣٣	٠,٠٥٨٢٠٠٢٥	٥٣	٠,٠٠٨١٤٨٠١٢٤
١٤	٠,٢٩٩٢٤٦٤٧	٣٤	٠,٠٥٣٢٩٤٨١	٥٤	٠,٠٠٧٤٤١١٠٧٢
١٥	٠,٢٧٤٥٢٨٠٤	٣٥	٠,٠٤٩٩٨٦٠٧	٥٥	٠,٠٠٦٧٩٥٥٢١٧
١٦	٠,٢٥١٨٦٩٧٦	٣٦	٠,٠٤٤٩٤١٢٥	٥٦	٠,٠٠٦٠٥٩٦٥
١٧	٠,٢٣١٠٧٣١٨	٣٧	٠,٠٤١٢٣٠٥٩	٥٧	٠,٠٠٥٦٦٧٥٤٨
١٨	٠,٢١١٩٩٢٧٤	٣٨	٠,٠٣٧٨٢٦٢٢	٥٨	٠,٠٠٥١٧٥٨٤٢٩
١٩	٠,١٩٤٤٨٩٦٧	٣٩	٠,٠٣٤٧٠٢٩٦	٥٩	٠,٠٠٤٧٢٦٧٩٧١
٢٠	٠,١٧٨٤٣٠٨٩	٤٠	٠,٠٣١٨٢٧٥٨	٦٠	٠,٠٠٤٢١٦٧٠٩٧

قيم المقدار (ع+١) عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ١٠ %

ن	(ع+١)	ن	(ع+١)	ن	(ع+١)
١	٠,٩٠٩٠٩٠٩١	٢١	٠,١٢٥١٢٠٥٧	٤١	٠,٦٦٥٠٠٢١٠٧
٢	٠,٨٢٦٤٤٦٢٨	٢٢	٠,١٢٢٨٤٥٩٧	٤٢	٠,٦٥٨٤١٨٩١٨
٣	٠,٧٥١٣١٤٨٠	٢٣	٠,١١١٦٧٨١٦	٤٣	٠,٦٥١٨٩٩٩١٩
٤	٠,٦٨٢٠١٣٤٦	٢٤	٠,١٠١٥٢٥٦٠	٤٤	٠,٦٤٥٤٤٥٤٦٤
٥	٠,٦١٠٩٢١٢٢	٢٥	٠,٠٩٢٢٩٦٠٠	٤٥	٠,٦٣٩٠٥٤٩١٥
٦	٠,٥٦٤٤٧٢٩٢	٢٦	٠,٠٨٢٩٠٥٤٥	٤٦	٠,٦٣٢٧٢٧٦٢٩
٧	٠,٥١٣١٥٨١٢	٢٧	٠,٠٧٦٢٧٧٦٨	٤٧	٠,٦٢٦٤٦٢٠٠٩
٨	٠,٤٦٦٥٠٧٢٨	٢٨	٠,٠٦٩٢٤٢٣٥	٤٨	٠,٦٢٠٢٦٠٤٠٥
٩	٠,٤٢٤٠٩٧٦٢	٢٩	٠,٠٦٣٠٢٩٤١	٤٩	٠,٦١٤١١٩٢١٣
١٠	٠,٣٨٥٥٤٢٢٩	٣٠	٠,٠٥٧٢٠٨٥٥	٥٠	٠,٦٠٨٠٢٨٨٤
١١	٠,٣٥٠٤٩٢٩٠	٣١	٠,٠٥٢٠٩٨٦٨	٥١	٠,٦٠٢٠١٨٦٢٨
١٢	٠,٣١٨٦٢٠٨٢	٣٢	٠,٠٤٧٢٦٢٤٤	٥٢	٠,٥٩٦٠٥٨٠٥٧
١٣	٠,٢٨٩٦٦٤٢٨	٣٣	٠,٠٤٢٠٥٦٧٦	٥٣	٠,٥٩٠١٥٦٤٩٢
١٤	٠,٢٦٢٢٢١٦٥	٣٤	٠,٠٣٩١٤٦٥١	٥٤	٠,٥٨٤٣١٢٣٥٩
١٥	٠,٢٣٩٢٩٢٠٥	٣٥	٠,٠٣٥٥٨٤١٠	٥٥	٠,٥٧٨٥٢٨٠٧٨
١٦	٠,٢١١٧٦٢٩١٤	٣٦	٠,٠٣٢٤٤٩١٨	٥٦	٠,٥٧٢٨٠٠٠٧٧
١٧	٠,١٩٧٨٤٤٦٧	٣٧	٠,٠٢٩٤٠٨٢٥	٥٧	٠,٥٦٧١٢٨٧٨٩
١٨	٠,١٧٩٨٥٨٧٩	٣٨	٠,٠٢٦٧٢٤٨٦	٥٨	٠,٥٦١٥١٢٦٥٣
١٩	٠,١٦٣٥٠٧٩٩	٣٩	٠,٠٢٤٣٠٤٤٢	٥٩	٠,٥٥٥٩٥٤١١٢
٢٠	٠,١٤٨٦٤٢٦٣	٤٠	٠,٠٢٢٠٩٤٩٢	٦٠	٠,٥٥٠٤٤٩٦١٦

ملحق رقم (3)

جملة دفعات عادية ج \overline{n} عددها (ن)

بفائدة مركبة ع %

$$\frac{1 - (ع + 1)^{-\overline{n}}}{ع} = ج$$

$$\frac{1 - (ع + ١)}{ع} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ٠,٥ %

ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$
١	١,٠٠٠٠٠٠٠	٢١	٢٢,٠٨٤٠١١٠١	٤١	٤٥,٣٧٩٦٤١٥٢
٢	٤,٠٠٥٠٠٠٠	٢٢	٢٣,١٩٤٤٣١٠٧	٤٢	٤٦,٦٠٦٥٣٩٧٤
٣	٣,٠١٥٠٢٥٠	٢٣	٢٤,٣١٠٤٠٣٢٢	٤٣	٤٧,٨٣٩٥٧٢٤٢
٤	٤,٠٣٠١٠٠١٢	٢٤	٢٥,٤٣١٩٥٥٢٤	٤٤	٤٩,٠٧٨٧٧٠٣
٥	٥,٠٥٠٢٥٠٦٣	٢٥	٢٦,٥٥٩١١٥٠٢	٤٥	٥٠,٣٢٤١٦٤١٤
٦	٦,٠٧٥٥٠١٨٨	٢٦	٢٧,٦٩١٩١٠٥٩	٤٦	٥١,٥٧٥٧٨٤٩٦
٧	٧,١٠٥٨٧٩٣٩	٢٧	٢٨,٨٣٠٣٧٠١٥	٤٧	٥٢,٨٣٢٦٦٣٨٨
٨	٨,١٤١٤٠٨٧٩	٢٨	٢٩,٩٧٤٥٢٢٠٠	٤٨	٥٤,٠٩٧٨٣٢٢
٩	٩,١٨٢١١٥٨٣	٢٩	٣١,١٢٤٢٩٤٦١	٤٩	٥٥,٣٩٨٣٢١٣٦
١٠	١٠,٢٢٨٠٢٦٤١	٣٠	٣٢,٢٨٠٠١٦٥٨	٥٠	٥٦,٦٤٥١٦٢٩٨
١١	١١,٢٧٩١٦٦٥٤	٣١	٣٣,٤٤١٤١٦٦٦	٥١	٥٧,٩٢٨٣٨٨٨
١٢	١٢,٣٣٥٥٦٢٢٧	٣٢	٣٤,٦٠٨٦٢٣٧٥	٥٢	٥٩,٢١٨٠٣٠٧٤
١٣	١٣,٣٩٧٢٤٠١٨	٣٣	٣٥,٧٨١٦٦٦٨٦	٥٣	٦٠,٥١٤١٢٠٨٨
١٤	١٤,٤٦٤٢٢٦٣٩	٣٤	٣٦,٩٦٠٥٧٥٢٠	٥٤	٦١,٨١٦٦٩١٥
١٥	١٥,٥٣٦٥٤٧٥٢	٣٥	٣٨,١٤٥٣٧٨٠٧	٥٥	٦٣,١٢٥٧٧٤٩٦
١٦	١٦,٦١٤٢٣٠٢٦	٣٦	٣٩,٣٣٦١٠٤٩٦	٥٦	٦٤,٤٤٤١٤٠٤٨٢
١٧	١٧,٦٩٧٣٠١٤١	٣٧	٤٠,٥٣٢٧٨٥٤٩	٥٧	٦٥,٧٦٣٦١٠٨٤
١٨	١٨,٧٨٥٧٨٧٩١	٣٨	٤١,٧٣٥٤٤٩٤٢	٥٨	٦٧,٠٩٢٤٢٨٩
١٩	١٩,٨٧٩٧١٦٨٥	٣٩	٤٢,٩٤٤١٢٦٦٦	٥٩	٦٨,٤٢٧٨٩١٠٤
٢٠	٢٠,٩٧٩١١٥٤٤	٤٠	٤٤,١٥٨٨٤٧٣٠	٦٠	٦٩,٧٧٠٠٣٠٥

$$\frac{1 - (ع + 1)^{-n}}{ع} = \overline{ن}$$

قيم المقدار $\overline{ن}$ عند القيم المختلفة لـ $ع = 1\%$

ن	$\overline{ن}$	ن	$\overline{ن}$	ن	$\overline{ن}$
1	1,000,000	21	22,229,194.3	41	50,270,227.9
2	2,010,000	22	24,471,080.98	42	51,878,989.47
3	3,030,100	23	26,716,318.7	43	53,497,779.30
4	4,060,400	24	29,972,838.80	44	55,127,071.0
5	5,100,000	25	32,243,990.	45	56,767,487.72
6	6,150,100	26	34,520,631.0	46	58,418,524.6
7	7,210,200	27	36,802,887.81	47	59,980,592.4
8	8,280,300	28	39,090,769.9	48	61,554,197.77
9	9,360,400	29	41,384,287.6	49	63,138,852.8
10	10,450,500	30	43,683,451.07	50	64,734,075.4
11	11,550,600	31	45,988,171.4	51	66,339,276.5
12	12,660,700	32	48,298,458.7	52	67,954,067.2
13	13,780,800	33	50,614,313.0	53	69,578,858.5
14	14,910,900	34	52,935,736.3	54	71,213,261.4
15	16,050,000	35	55,262,739.6	55	72,857,676.7
16	17,200,100	36	57,595,324.0	56	74,511,615.4
17	18,360,200	37	59,933,499.5	57	76,175,488.5
18	19,530,300	38	62,277,266.2	58	77,849,616.1
19	20,710,400	39	64,626,624.1	59	79,533,499.2
20	21,900,500	40	66,981,573.2	60	81,227,647.8

$$\frac{1 - (ع + ١)^{-١}}{ع} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ n
 $ع = ١,٥\%$

$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n
٥٦,٠٨١٩١٢٣١	٤١	٢٤,٤٧٠٥٢٢١١	٢١	١,٠٠٠٠٠٠	١
٥٧,٩٢٣١٤١	٤٢	٢٥,٨٢٧٥٧٩٩٤	٢٢	٢,٠١٥٠٠٠	٢
٥٩,٧٩١٩٨٨١١	٤٣	٢٧,٢٢٥١٤٣٦٤	٢٣	٣,٠٤٥٢٢٥٠٠	٣
٦١,٦٨٨٨٦٧٩٣	٤٤	٢٨,٦٢٣٥٢٠٨٠	٢٤	٤,٠٩٠٩٠٣٣٧	٤
٦٣,٦١٤٢٠٠٩٥	٤٥	٣٠,٠٦٣٠٢٣٦١	٢٥	٥,١٥٢٢٦٦٩٣	٥
٦٥,٥٦٨٤١٣٩٧	٤٦	٣١,٥١٣٩٦٨٩٦	٢٦	٦,٢٢٩٥٥٠٩٣	٦
٦٧,٥٥١٩٤٠١٨	٤٧	٣٢,٩٨٦٦٧٨٥٠	٢٧	٧,٣٢٢٩٩٤١٩	٧
٦٩,٥٦٥٢١٩٢٨	٤٨	٣٤,٤٨١٤٧٨٦٧	٢٨	٨,٤٣٢٨٣٩١١	٨
٧١,٦٠٨٦٩٧٥٧	٤٩	٣٥,٩٩٨٧٠٠٨٥	٢٩	٩,٥٥٩٣٣١٦٩	٩
٧٣,٦٨٢٨٢٨٠	٥٠	٣٧,٥٣٨٦٨١٢٧	٣٠	١٠,٧٠٢٧٢١٦٧	١٠
٧٥,٧٨٨٠٧٠٤٥	٥١	٣٩,١٠١٧٦١٥٩	٣١	١١,٨٦٣٢٦٢٤٩	١١
٧٧,٩٢٤٨٩١٥	٥٢	٤٠,٦٨٨٢٨٨٠١	٣٢	١٣,٠٤١٢١١٤٣	١٢
٨٠,٠٩٣٧٦٤٩	٥٣	٤٢,٢٩٨٦١٢٣٣	٣٣	١٤,٢٣٦٨٢٩٦٠	١٣
٨٢,٢٩٥١٧١٣٦	٥٤	٤٣,٩٣٣٠٩١٥٢	٣٤	١٥,٤٥٠٣٨٢٠٥	١٤
٨٤,٥٢٩٥٩٨٩٣	٥٥	٤٥,٥٩٢٠٨٧٨٩	٣٥	١٦,٦٨٢١٣٧٧٨	١٥
٨٦,٧٩٧٥٤٢٩١	٥٦	٤٧,٢٧٥٩٦٩٢١	٣٦	١٧,٩٣٢٣٦٩٨٣	١٦
٨٩,٠٩٩٥٠٦٠٥	٥٧	٤٨,٩٨٥١٠٨٧٤	٣٧	١٩,٢٠١٣٥٥٣٩	١٧
٩١,٤٣٥٩٩٨٦٥	٥٨	٥٠,٧١٩٨٨٥٣٨	٣٨	٢٠,٤٨٩٣٧٥٧٢	١٨
٩٣,٨٠٧٥٣٨٦٣	٥٩	٥٢,٤٨٠٦٨٢٦٦	٣٩	٢١,٧٩٦٧١٦٣٦	١٩
٩٦,٢١٤٦٥١٧١	٦٠	٥٤,٢٦٧٨٩٣٦١	٤٠	٢٣,١٢٣٦٦٧١٠	٢٠

$$\frac{1 - (ع + 1)^{-n}}{ع} = \overline{ن} \rightarrow$$

قيم المقدار $\overline{ن} \rightarrow$ عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٢%

ن	$\overline{ن}$	ن	$\overline{ن}$	ن	$\overline{ن}$
١	١,٠٠٠٠٠	٢١	٢٥,٧٨٢٢٧١٩	٤١	٦٢,٦١٠٠٢٢٨٤
٢	٢,٠٢٠٠٠	٢٢	٢٧,٢٩٨٩٨٢٥٤	٤٢	٦٤,٨٦٢٢٢٣٢
٣	٣,٠٦٠٤٠٠٠	٢٣	٢٨,٨٤٤٩٦٢٢١	٤٣	٦٧,١٥٩٤٦٧٧٧
٤	٤,١٢١٦٠٨٠٠	٢٤	٣٠,٤٢١٨٦٢٤٧	٤٤	٦٩,٥٠٢٦٥٧١٢
٥	٥,٢٠٤٠٤٠١٦	٢٥	٣٢,٠٣٠٢٩٧٢	٤٥	٧١,٨٩٢٧١٠٢٦
٦	٦,٣٠٨١٢٠٩٦	٢٦	٣٣,٦٧٠٩٠٥٧٢	٤٦	٧٤,٣٣٠٥٦٤٤٧
٧	٧,٤٣٤٢٨٢٣٨	٢٧	٣٥,٣٤٤٣٢٢٨٢	٤٧	٧٦,٨١٧١٧٥٧٦
٨	٨,٥٨٢٩٦٩٠٥	٢٨	٣٧,٠٥١٢١٠٣١	٤٨	٧٩,٣٥٢٥١٩٢٧
٩	٩,٧٥٤٦٢٨٤٢	٢٩	٣٨,٧٩٢٢٣٤٥١	٤٩	٨١,٩٤٠٥٨٩٦٦
١٠	١٠,٩٤٩٧٢١٠٠	٣٠	٤٠,٥٦٨٠٧٩٢١	٥٠	٨٤,٥٧٩٤٠١٤٥
١١	١٢,١٦٨٧١٥٤٢	٣١	٤٢,٣٧٩٤٤٠٧٩	٥١	٨٧,٢٧٠٩٨٩٤٨
١٢	١٣,٤١٢٠٨٩٧٢	٣٢	٤٤,٢٢٧٠٢٩٦١	٥٢	٩٠,٠١٦٤٠٩٢٧
١٣	١٤,٦٨٠٣٣١٥٢	٣٣	٤٦,١١١٥٧٠٢٠	٥٣	٩٢,٨١٦٧٣٧٤٦
١٤	١٥,٩٧٣٩٢٨١٥	٣٤	٤٨,٠٣٢٨٠١٦٠	٥٤	٩٥,٦٧٣٠٧٢٢
١٥	١٧,٢٩٣٤١٦٩٢	٣٥	٤٩,٩٩٤٤٧٧٦٢	٥٥	٩٨,٥٨٦٥٣٣٦٥
١٦	١٨,٦٣٩٢٨٥٢٥	٣٦	٥١,٩٩٤٣٦٧١٩	٥٦	١٠١,٥٥٨٢٦٤٢
١٧	٢٠,٠١٢٠٧٩٦	٣٧	٥٤,٠٣٤٢٥٤٥٢	٥٧	١٠٤,٥٨٩٤٢٩٦
١٨	٢١,٤١٢٣١٢٣٨	٣٨	٥٦,١١٤٩٣٩٦٢	٥٨	١٠٧,٦٨١٢١٨٢
١٩	٢٢,٨٤٠٥٥٨٦٢	٣٩	٥٨,٢٣٧٢٢٨٤١	٥٩	١١٠,٨٢٤٨٤٢٦
٢٠	٢٤,٢٩٧٢٦٩٨٠	٤٠	٦٠,٤٠١٩٨٢١٨	٦٠	١١٤,٠٥١٥٣٩٤

$$\frac{1 - (ع + ١)^{-٢}}{ع} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٢,٥ %

ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$
١	١,٠٠٠٠٠	٢١	٢٧,١٨٢٢٧٤.٥	٤١	٧٠,٠٨٧٦١٧٢٦
٢	٢,٠٢٥٠٠	٢٢	٢٨,٨٦٢٨٥٥٩.	٤٢	٧٢,٨٢٩٨.٧٨
٣	٣,٠٧٥٦٢٥.	٢٣	٣٠,٥٨٤٤٢٧٢.	٤٣	٧٥,٦٦.٨.٣
٤	٤,١٥٢٥١٥٦٢	٢٤	٣٢,٣٤٩.٣٧٩٨	٤٤	٧٨,٥٥٢٢٢٢.٧
٥	٥,٢٥٦٣٢٨٥٢	٢٥	٣٤,١٥٧٧٦٢٩٢	٤٥	٨١,٥١٦١٣١١٤
٦	٦,٣٨٧٧٢٦٧٢	٢٦	٣٦,٠١١٧.٨.٣	٤٦	٨٤,٥٥٤.٣٤٤٢
٧	٧,٥٤٧٤٣.١٥	٢٧	٣٧,٩١٢.٠٠.٧٢	٤٧	٨٧,٦٦٧٨٨٥٢٨
٨	٨,٧٣٦١١٥٩.	٢٨	٣٩,٨٥٩٨.٠.٧٥	٤٨	٩٠,٨٥٩٥٨٢٤١
٩	٩,٩٥٤٥١٨٨.	٢٩	٤١,٨٥٦٢٩٥٧٧	٤٩	٩٤,١٣١.٧٢
١٠	١١,٢.٣٣٧١٧٧	٣٠	٤٣,٩.٢٧.٣١٦	٥٠	٩٧,٤٨٤٣٤٨٧٧
١١	١٢,٤٨٣٤٦٦٣١	٣١	٤٦,٠٠٠.٢٧.٧٤	٥١	١٠٠,٩٢١٤٥٧٥
١٢	١٣,٧٩٥٥٥٢٩٧	٣٢	٤٨,١٥٠.٢٧٧٥١	٥٢	١٠٤,٤٤٤٤٩٣٩
١٣	١٥,١٤.٤٤١٧٩	٣٣	٥٠,٣٥٤.٣٤٤٥	٥٣	١٠٨,٠٥٥٦.٦٣
١٤	١٦,٥١٨٩٥٢٨٤	٣٤	٥٢,٦١٢٨٨٥٣١	٥٤	١١١,٧٥٦٩٩٦٤
١٥	١٧,٩٣١٩٢٦٦٦	٣٥	٥٤,٩٢٨٢.٧٤٤	٥٥	١١٥,٥٥.٩٢١٣
١٦	١٩,٣٨.٢٢٤٨٢	٣٦	٥٧,٣.١٤١٢٦٢	٥٦	١١٩,٤٣٩٦٩٤٤
١٧	٢٠,٨٦٤٧٣.٤٥	٣٧	٥٩,٧٣٣٩٤٧٩٤	٥٧	١٢٣,٤٢٥٦٨٦٧
١٨	٢٢,٣٨٦٣٤٨٧١	٣٨	٦٢,٢٢٧٢٩٦٦٤	٥٨	١٢٧,٥١١٣٢٨٩
١٩	٢٣,٩٤٦.٠.٧٤٣	٣٩	٦٤,٧٨٢٩٧٩.٦	٥٩	١٣١,٦٩٩١١٢١١
٢٠	٢٥,٥٤٤٦٥٧٦١	٤٠	٦٧,٤.٢٥٥٣٥٤	٦٠	١٣٥,٩٩١٥٩

$$\frac{1 - (x+1)^{-n}}{x} = \frac{1}{x} \left[1 - (x+1)^{-n} \right]$$

قيم المقدار $\frac{1}{x}$ عند القيم المختلفة لـ n
 $x = 2\%$

n	$\frac{1}{x}$	n	$\frac{1}{x}$	n	$\frac{1}{x}$
1	1,000000	21	28,77748072	41	78,77749702
2	2,000000	22	30,037780.2.	42	82,03779780
3	3,000000	23	32,0528827.	43	85,05289734
4	4,000000	24	34,076747.22	44	88,076747.22
5	5,000000	25	36,09999999	45	91,09999999
6	6,000000	26	38,00000000	46	94,00000000
7	7,000000	27	40,00000000	47	97,00000000
8	8,000000	28	42,00000000	48	100,00000000
9	9,000000	29	44,00000000	49	103,00000000
10	10,000000	30	46,00000000	50	106,00000000
11	11,000000	31	48,00000000	51	109,00000000
12	12,000000	32	50,00000000	52	112,00000000
13	13,000000	33	52,00000000	53	115,00000000
14	14,000000	34	54,00000000	54	118,00000000
15	15,000000	35	56,00000000	55	121,00000000
16	16,000000	36	58,00000000	56	124,00000000
17	17,000000	37	60,00000000	57	127,00000000
18	18,000000	38	62,00000000	58	130,00000000
19	19,000000	39	64,00000000	59	133,00000000
20	20,000000	40	66,00000000	60	136,00000000

$$\frac{1 - (ع + ١)^{-١}}{ع} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ٣,٥ %

ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$
١	١,٠٠٠٠٠٠	٢١	٢٠,٢٦٩٤٧,٦٨	٤١	٨٨,٥٠٩٥٢٧٤٥
٢	٢,٠٢٥٠٠٠	٢٢	٢٢,٢٢٨٩,٢١٥	٤٢	٩٢,٦٠٧٢٧١,٢٧
٣	٣,١٠٦٢٢٥٠٠	٢٣	٢٤,٤٦٠,٤١٢٧٢	٤٣	٩٦,٨٤٨٦٢٩٢٦
٤	٤,٢١٤٩٤٢٨٧	٢٤	٢٦,٦٦٦٥٢٨٢١	٤٤	١٠١,٢٢٨٢٢١٢
٥	٥,٣٦٢٤٦٥٨٨	٢٥	٢٨,٩٤٩٨٥٦٦٩	٤٥	١٠٥,٧٨١٦٧٢٩
٦	٦,٥٥٠١٥٢١٨	٢٦	٣١,٢١٢١,٠٦٨	٤٦	١١٠,٤٨٤,٣٦٤
٧	٧,٧٧٩٤,٧٥١	٢٧	٣٣,٧٥٩,٦٠٢٤	٤٧	١١٥,٤٥٠,٩٧٢٥
٨	٩,٠٥٦٨٦٧٧	٢٨	٣٦,٣٩,٦٢٧٢٤	٤٨	١٢٠,٣٨٨٢٥٦٦
٩	١٠,٣٦٨٤٩٥٨١	٢٩	٣٨,٩١,٧٩٩٢٠	٤٩	١٢٥,٦,١٨٤٥٥
١٠	١١,٧٢٦٢٩٢١٦	٣٠	٥١,٦٢٢٦٧٧٢٨	٥٠	١٣٠,٩٩٧٩١,٠١
١١	١٣,١٤١٩٩١٩٢	٣١	٥٤,٤٢٩٤٧,٩٨	٥١	١٣٦,٥٨٢٨٢٧
١٢	١٤,٦٠١٩٦٦٦٤	٣٢	٥٧,٢٢٤٥٠,٢٤٧	٥٢	١٤٢,٢٦٢٢٢٦٢
١٣	١٦,١١٢,٣,٣	٣٣	٦٠,٢٤١٢١,٠٠	٥٣	١٤٨,٢٤٥٩٤٩٦
١٤	١٧,٦٧٦٩٨٦٢٦	٣٤	٦٣,٤٥٢١٥٢٤٠	٥٤	١٥٤,٥٢٨,٥٧٨
١٥	١٩,٢٩٥٦٨,٨٨	٣٥	٦٦,٦٧٤,٠١٧٢٤	٥٥	١٦٠,٩٤٦٨٨٩٨
١٦	٢٠,٩٧١,٠٢٧١	٣٦	٧٠,٠٠٧٦,٢١٨	٥٦	١٦٧,٥٨٠,٠٢١
١٧	٢٢,٧٥٠,١٥٧٥	٣٧	٧٢,٤٥٧٨٦٩٢٠	٥٧	١٧٤,٤٤٥٢٢٢
١٨	٢٤,٤٩٩٦٦١٢٠	٣٨	٧٧,٠٢٨٨٩٤٧٢	٥٨	١٨١,٥٥٠,٩١٨٧
١٩	٢٦,٢٥٧١٨,٥٠	٣٩	٨٠,٧٢٤٩,٦٠٤	٥٩	١٨٨,٩,٥٢٠,٠٨
٢٠	٢٨,٢٧٩٦٨١٨١	٤٠	٨٤,٥٥٠,٢٧٧٧٥	٦٠	١٩٦,٥١٦٨٨٢٩

$$\frac{1 - (ع + ١)}{ع} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٤%

ن	√ ^ن	ن	√ ^ن	ن	√ ^ن
١	١,٠٠٠٠٠	٢١	٢١,٩٦٩٢.١٧٢	٤٢	٩٩,٨٢٦٥٧٦٢٢
٢	٢,٠٤٠٠٠٠٠	٢٢	٢٤,٢٤٧٩٦٩٧٩	٤٣	١٠٤,٨١٩٥٩٧٨
٣	٣,١٢١٦.٠٠٠	٢٣	٢٦,٦١٧٨٨٨٥٨	٤٤	١١٠,٠١٢٢٨١٧
٤	٤,٢٤٦٤٦٤.٠٠	٢٤	٢٩,٠٨٢٦.٤١٢	٤٥	١١٥,٤١٢٨٧٦٩
٥	٥,٤١٦٣٢٢٥٦	٢٥	٤١,٦٤٥٩.٨٢٩	٤٦	١٢١,٠٢٩٣٩٢
٦	٦,٦٣٢٩٧٥٤٦	٢٦	٤٤,٣١١٧٤٤٦٢	٤٧	١٢٦,٨٧.٥٦٧٧
٧	٧,٨٩٨٢٩٤٤٨	٢٧	٤٧,٠٨٤٢١٤٤.٠	٤٨	١٣٢,٩٤٥٣٩.٤
٨	٩,٢١٤٢٢٦٢٦	٢٨	٤٩,٩٦٧٥٨٢٩٨	٤٩	١٣٩,٢٦٣٢.٦
٩	١٠,٥٨٢٧٩٥٣١	٢٩	٥٢,٩٦٦٢٨٦٣.٠	٥٠	١٤٥,٨٢٣٧٣٤٣
١٠	١٢,٠٠٦١.٧١٢	٣٠	٥٦,٠٨٤٩٣٧٧٥	٥١	١٥٢,٦٦٧.٨٣٦
١١	١٣,٤٨٦٣٥١٤١	٣١	٥٩,٣٢٨٣٢٥٢٦	٥٢	١٥٩,٧٧٣٧٦٧
١٢	١٥,٠٢٥٨.٥٤٦	٣٢	٦٢,٧.١٤٦٨٦٧	٥٣	١٦٧,١٦٤٧١٧٧
١٣	١٦,٦٢٦٨٣٧٦٨	٣٣	٦٦,٢.٩٥٢٧٤٢	٥٤	١٧٤,٨٥١٣.٦٤
١٤	١٨,٢٩٢٩١١١٩	٣٤	٦٩,٨٥٧٩.٨٥١	٥٥	١٨٢,٨٤٥٤٥٨٦
١٥	٢٠,٠٢٣٥٨٧٦٤	٣٥	٧٣,٦٥٢٢٢٤٨٦	٥٦	١٩١,١٥٩١٧٣
١٦	٢١,٨٢٤٥٣١١٤	٣٦	٧٧,٥٩٨٣١٣٨٥	٥٧	١٩٩,٨.٥٥٣٩٩
١٧	٢٣,٦٩٧٥١٢٣٩	٣٧	٨١,٨.٢٢٤٦٤.٠	٥٨	٢٠٨,٧٩٧٧٦١٥
١٨	٢٥,٦٤٥٤١٢٨٨	٣٨	٨٥,٩٧.٣٣٦٢٦	٥٩	٢١٨,١٤٩٦٧١٩
١٩	٢٧,٦٧١٢٢٩٤.٠	٣٩	٩٠,٤.٩١٤٩٧١	٦٠	٢٢٧,٨٧٥٦٥٨٨
٢٠	٢٩,٧٧٨.٧٨٥٨	٤٠	٩٥,٠٢٥٥١٥٧.٠	٦١	٢٣٧,٩٩.٦٨٥٢

$$\frac{1 - (ع + ٥)}{ع} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٤,٥ %

ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$
١	١,٠٠٠٠٠٠	٢١	٢٢,٧٨٢١٢٦٨٠	٤١	١١٢,٨٤٦٦٨٧٦
٢	٢,٠٤٥٠٠٠	٢٢	٢٦,٢٠٢٢٧٧٩٥	٤٢	١١٨,٩٢٤٧٨٨٥
٣	٢,١٢٧.٢٥٠٠	٢٣	٢٨,٩٢٧.٢٩٩٦	٤٣	١٢٥,٢٧٦٤.٤
٤	٤,٢٧٨١٩١١٢	٢٤	٤١,٦٨٩١٩٦٢١	٤٤	١٣١,٩١٢٨٤٢٢
٥	٥,٤٧.٧.٩٧٢	٢٥	٤٤,٥٦٥٢١.١٥	٤٥	١٣٨,٨٤٩٩٦٥١
٦	٦,٧١٦٨٩١٦٦	٢٦	٤٧,٥٧.٦٤٤٦٠	٤٦	١٤٦,٠٩٨٢١٢٥
٧	٨,٠١٩١٥١٧٩	٢٧	٥٠,٧١١٢٢٢٦١	٤٧	١٥٢,٦٧٢٦٢٢١
٨	٩,٢٨٠.١٢٦٢	٢٨	٥٢,٩٩٢٢٢٢١٧	٤٨	١٦١,٥٨٧٩.١٦
٩	١٠,٨٠٢١١٤٢٢	٢٩	٥٧,٤٢٢.٢٢١٦	٤٩	١٦٩,٨٥٩٢٥٧٢
١٠	١٢,٢٨٨٢.٩٢٧	٣٠	٦١,٠٠٧.٦٩٦٦	٥٠	١٧٨,٥٠٢.٢٨٢
١١	١٢,٨٤١١٧٨٧٩	٣١	٦٤,٧٥٢٢٨٧٧٩	٥١	١٨٧,٥٢٥٦٦٤٥
١٢	١٥,٤٦٤.٢١٨٤	٣٢	٦٨,٦٦٦٢٤٥٢٤	٥٢	١٩٦,٩٧٤٧٦٩٤
١٣	١٧,١٥٩٩١٢٢٧	٣٣	٧٢,٧٥٦٢٢٦٢٨	٥٣	٢٠٦,٨٢٨٦٢٤١
١٤	١٨,٩٢٢١.٩٢٧	٣٤	٧٧,٠٢.٢٥٦٤٦	٥٤	٢١٧,١٤٦٢٧٢٦
١٥	٢٠,٧٨٤.٥٤٢٩	٣٥	٨١,٤٩٦٦١٨.٠	٥٥	٢٢٧,٩١٧٩٥٩٤
١٦	٢٢,٧١٩٢٢٦٧٢	٣٦	٨٦,١٦٢٩٦٥٨١	٥٦	٢٣٩,١٧٤٢٦٧٥
١٧	٢٤,٧٤١٧.٦٨٩	٣٧	٩١,٠٤١٢٤٤٢٧	٥٧	٢٥٠,٩٢٧١.٩٦
١٨	٢٦,٨٥٥.٨٢٧.	٣٨	٩٦,١٢٨٢.٤٧٦	٥٨	٢٦٢,٢٢٩٢٧٩٥
١٩	٢٩,٠٦٢٥٦٢٤٦	٣٩	١٠١,٤٦٤٤٢٤	٥٩	٢٧٦,٠٧٤٥٩٧١
٢٠	٣١,٢٧١٤٢٢٧٧	٤٠	١٠٧,٠٢.٢٢٢.٦	٦٠	٢٨٩,٤٩٧٩٥٤

$$\frac{1 - (ع - ١)}{ع} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٥٥ %

ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$
١	١,٠٠٠٠٠	٢١	٢٥,٧١٩٢٥١٨١	٤١	١٢٧,٨٢٩٧٦٢٩
٢	٢,٠٠٠٠٠	٢٢	٢٨,٥٠٥٢١٤٤٠	٤٢	١٢٥,٢٣١٧٥١١
٣	٣,١٥٢٥٠٠٠	٢٣	٤١,٤٣٠٤٧٥١٢	٤٣	١٤٢,٩٩٢٣٢٨٦
٤	٤,٣١٠١٢٥٠٠	٢٤	٤٤,٥٠١٩٩٨٨٧	٤٤	١٥١,١٤٣٠٠٥٦
٥	٥,٥٢٥٦٣١٢٥	٢٥	٤٧,٧٢٧٠٩٨٨٢	٤٥	١٥٩,٧٠٠١٥٥٩
٦	٦,٨٠١٩١٢٨١	٢٦	٥١,١١٣٤٥٣٧٦	٤٦	١٦٨,٦٨٥١٦٣٦
٧	٨,١٤٢٠٠٨٤٥	٢٧	٥٤,٦٦٩١٢٦٤٥	٤٧	١٧٨,١١٩٤٢١٨
٨	٩,٥٤٩١٠٨٨٨	٢٨	٥٨,٤٠٢٥٨٢٧٧	٤٨	١٨٨,٠٢٥٢٩٢٩
٩	١١,٠٢٦٥٦٤٣٢	٢٩	٦٢,٣٢٢٧١١٩١	٤٩	١٩٨,٤٢٦٦٦٢٦
١٠	١٢,٥٧٧٨٩٢٥٤	٣٠	٦٦,٤٢٨٨٤٧٥٠	٥٠	٢٠٩,٢٤٧٩٩٥٧
١١	١٤,٢٠٦٧٨٧١٦	٣١	٧٠,٧٦٠٧٨٩٨٨	٥١	٢٢٠,٨١٥٢٩٥٥
١٢	١٥,٩١٧١٢٦٥٢	٣٢	٧٥,٢٩٨٨٢٩٢٧	٥٢	٢٣٢,٨٥٦١٦٥٢
١٣	١٧,٧١٢٩٨٢٨٥	٣٣	٨٠,٠٦٣٧٧٠٨٤	٥٣	٢٤٥,٤٩٨٩٧٣٥
١٤	١٩,٥٩٨٦٣١٩٩	٣٤	٨٥,٠٦٦٩٥٩٢٨	٥٤	٢٥٨,٧٧٣٩٢٢٢
١٥	٢١,٥٧٨٥٦٣٥٩	٣٥	٩٠,٣٢٠٣٠٧٣٥	٥٥	٢٧٢,٧١٢٦١٨٢
١٦	٢٣,٦٥٧٤٩١٧٧	٣٦	٩٥,٨٢٦٢٢٢٧٢	٥٦	٢٨٧,٢٤٨٢٤٩٢
١٧	٢٥,٨٤٠٣٦٦٣٦	٣٧	١٠١,٦٢٨١٢٨٨٦	٥٧	٣٠٢,٧١٥٦٦١٧
١٨	٢٨,١٢٢٣٨٤٦٧	٣٨	١٠٧,٧٠٩٥٤٥٨٠	٥٨	٣١٨,٨٥١٤٤٤٧
١٩	٣٠,٥٢٩٠٠٣٩١	٣٩	١١٤,٠٩٥٠٢٣٠٩	٥٩	٣٣٥,٧٩٤٠١٧
٢٠	٣٣,٠٦٥٩٥٤١٠	٤٠	١٢٠,٩٩٧٧٤٢٤	٦٠	٣٥٢,٥٨٢٧١٧٨

$$\frac{1 - (ع + ١)^{-٥}}{ع} = \overline{ن} \rightarrow$$

قيم المقدار $\overline{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٥,٥ %

ن	$\overline{ن}$	ن	$\overline{ن}$	ن	$\overline{ن}$
١	١,٠٠٠٠٠٠	٢١	٣٧,٧٨٦.٧٥٥.٠	٤١	١٤٥,١١٨٩٢٢٨
٢	٢,٠٥٥.٠٠	٢٢	٤٠,٨٦٤٣.٩٦٥	٤٢	١٥٤,١٠٠.٤٦٣٦
٣	٣,١٦٨.٢٥.٠٠	٢٣	٤٤,١١١٨٤٦٦٩	٤٣	١٦٣,٥٧٥٩٨٩١
٤	٤,٣٤٢٢٦٦٣٨	٢٤	٤٧,٥٣٧٩٩٨٢٥	٤٤	١٧٣,٥٧٢٦٦٨٥
٥	٥,٥٨١.٩١.٣	٢٥	٥١,١٥٢٥٨٨١٦	٤٥	١٨٤,١١١٩١٦٥٢
٦	٦,٨٨٨.٥١.٣	٢٦	٥٤,٩٦٥٩٨.٥١	٤٦	١٩٢,٢٤٥٧١٩٣
٧	٨,٢٦٦٨٩٣٨٤	٢٧	٥٨,٩٨٩١.٩٤٣	٤٧	٢.٦,٩٨٤٢٣٣٩
٨	٩,٧٢١٥٧٣.٠	٢٨	٦٣,٢٣٣٥١.٤٥	٤٨	٢١٩,٣٦٨٣٦٦٨
٩	١١,٢٥٦٢٥٩٥١	٢٩	٦٧,٧١١٣٥٣٥٣	٤٩	٢٣٢,٤٣٣٦٢٦٩
١٠	١٢,٨٧٥٣٥٣٧٩	٣٠	٧٢,٤٣٥٤٧٧٩٧	٥٠	٢٤٦,٢١٦٤٧٦٤
١١	١٤,٥٨٣٤٩٨٢٥	٣١	٧٧,٤١٩٤٢٩٢٦	٥١	٢٦٠,٧٥٩٦٣٧٦
١٢	١٦,٣٨٥٥٩.٦٥	٣٢	٨٢,٧٧٤٩٧٨٧	٥٢	٢٧٦,١٠١٢.٦٧
١٣	١٨,٢٨٦٧٩٨١٤	٣٣	٨٨,٢٢٤٧٦.٢٥	٥٣	٢٩٢,٢٨٦٧٧٣١
١٤	٢٠,٢٩٢٥٧٢.٣	٣٤	٩٤,٠٧٧١٢٢.٧	٥٤	٣.٩,٣٦٢٥٤٥٥
١٥	٢٢,٤٠٨٦٦٣٥.٠	٣٥	١٠٠,٢٥١٣٦٣٧٨	٥٥	٣٢٧,٣٧٧٤٨٥٦
١٦	٢٤,٦٤١١٣٩٩٩	٣٦	١٠٦,٧٦٥١٨٨٧٩	٥٦	٣٤٦,٣٨٣٢٤٧٣
١٧	٢٦,٩٩٦٤.٢٦٩	٣٧	١١٣,٦٣٧٢٧٤١٧	٥٧	٣٦٦,٣٤٣٢٥٩
١٨	٢٩,٤٨١٢.٤٨٣	٣٨	١٢٠,٨٨٧٣٢٤٢٥	٥٨	٣٨٧,٥٨٨٢١٣٨
١٩	٣٢,١٠٢٦٧١١.٠	٣٩	١٢٨,٥٣٦١٢٧.٨	٥٩	٤.٩,٩.٥٥٦٥٦
٢٠	٤٣,٧٦٧٣١٨.١	٤٠	١٣٦,٦.٥٦١٤.٧	٦٠	٤٣٣,٤٥٠.٣٧١٧

$$\frac{1 - (ع - ٢)}{ع} = \frac{ن}{ع}$$

قيم المقدار $\frac{ن}{ع}$ عند القيم المختلفة لـ ن
ع = %٦

ن	ع	ن	ع	ن	ع
١	١,٠٠٠٠٠٠	٢١	٢٩,٩٩٢٧٢٦٦٨	٤١	١٦٥,٠٤٧٦٨٣٥
٢	٢,٠٦٠٠٠٠٠	٢٢	٤٣,٣٩٢٢٩,٢٨	٤٢	١٧٥,٩٥٠,٥٤٤٦
٣	٣,١٨٣٦,٠٠٠	٢٣	٤٦,٩٩٥٨٢٧٦٩	٤٣	١٨٧,٥٠٧٥٧٧٢
٤	٤,٣٧٤٦٦,٠٠	٢٤	٥٠,٨١٥٥٧٧٣٥	٤٤	١٩٩,٧٥٨,٣١٩
٥	٥,٦٣٧,٩٢٩٦	٢٥	٥٤,٨٦٤٥١٢,٠٠	٤٥	٢١٢,٧٤٣٥١٣٨
٦	٦,٩٧٥٣١٨٥٤	٢٦	٥٩,١٥٦٣٨٢٧٢	٤٦	٢٢٦,٥٠٨١٢٤٦
٧	٨,٣٩٣٨٣٧٦٥	٢٧	٦٣,٧,٥٧٦٥٦٨	٤٧	٢٤١,٠٩٨٦١٢١
٨	٩,٨٩٧٤٦٧٩١	٢٨	٦٨,٥٢٨١١١٦٢	٤٨	٢٥٦,٥٦٤٥٢٨٨
٩	١١,٤٩١٣١٥٩٨	٢٩	٧٣,٦٣٩٧٩٨٣٢	٤٩	٢٧٢,٩٥٨٤,٠٠٥
١٠	١٣,١٨,٧٩٤٩٤	٣٠	٧٩,٠٥٨١٨٦٢٢	٥٠	٢٩٠,٣٣٥٩,٤٦
١١	١٤,٩٧١٦٤٢٦٤	٣١	٨٤,٨,١٦٧٧٣٩	٥١	٣٠٨,٧٥٦,٥٨٨
١٢	١٦,٨٦٩٩٤١٢,٠	٣٢	٩٠,٨٨٩٧٧٨,٣	٥٢	٣٢٨,٢٨١٤٢٢٤
١٣	١٨,٨٨٢١٣٧٦٧	٣٣	٩٧,٣٤٣١٦٤٧١	٥٣	٤٣٨,٩٧٨٣,٧٧
١٤	٢١,٠١٥,٦٥٩٣	٣٤	١٠٤,١٨٣٧٥٤٦,٠	٥٤	٣٧٠,٩١٧,٠٠٦٢
١٥	٢٣,٢٧٥٩٦٩٨٨	٣٥	١١١,٤٣٤٧٧٩٨٧	٥٥	٣٩٤,١٧٢,٢٦٥
١٦	٢٥,٦٧٢٥٢٨,٠٨	٣٦	١١٩,١٢,٨٦٦٦٦	٥٦	٤١٨,٨٢٢٣٤٨١
١٧	٢٨,٢١٢٨٧٩٧٦	٣٧	١٢٧,٢٦٨١١٨٦٦	٥٧	٤٤٤,٩٥١٦٨٩
١٨	٣٠,٩,٥٦٥٢٥٥	٣٨	١٣٥,٩,٤٢,٥٧٨	٥٨	٤٧٢,٦٤٨٧٩,٣
١٩	٣٣,٧٥٩٩٩١٧,٠	٣٩	١٤٥,٠٥٨٤٥٨١٣	٥٩	٥٠٢,٠٠,٧٧١٧٨
٢٠	٣٧,٧٨٥٥٩١٢,٠	٤٠	١٥٤,٧٦١٩٦٥٦٢	٦٠	٥٣٣,١٢٨١٨,٠٨

$$\frac{1 - (ع + ١)^{-٥}}{ع} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٦,٥ %

ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$
١	١,٠٠٠٠٠٠	٢١	٤٢,٢٤٨٩٥٢٧٢	٤١	١٨٨,٠٤٧٩٩,٠٤
٢	٢,٠٦٥٠٠٠٠٠	٢٢	٤٦,١٠١٦٢٥٧٢	٤٢	٢٠١,٢٧١١,٩٨
٣	٣,١٩٩٢٢٥٠٠	٢٣	٥٠,٠٩٨٢٤٢,٠٥	٤٣	٢١٥,٢٥٢٧٢١٩
٤	٤,٤٠٧١٧٤٦٢	٢٤	٥٢,٢٥٢٦٢٧٧٨	٤٤	٢٢٠,٢٥١٧٢٤٥
٥	٥,٦٩٢٦٤,٠٩٨	٢٥	٥٨,٨٨٦٧٦٨٥٩	٤٥	٢٤٦,٢٢٤٥٨٦٦
٦	٧,٠٦٢٧٢٧٦٤	٢٦	٦٢,٧١٥٢٧٧٦٩	٤٦	٢٦٢,٢٢٥٦٨٤٦
٧	٨,٥٢٢٨٦٩٩٤	٢٧	٦٨,٨٥٦٨٧٧٢٥	٤٧	٢٨١,٤٥٢٥,٠٤٢
٨	١٠,٧٦٨٥٦٤٨	٢٨	٧٤,٢٢٢٥٧٤٢٧	٤٨	٣٠٠,٧٤٦٩١٧
٩	١١,٧٢١٨٥٢١٥	٢٩	٨٠,١٦٤١٩١٥٩	٤٩	٣٢١,٢٩٥٤٦٦٦
١٠	١٣,٤٩٤٤٢٢٥٤	٣٠	٨٦,٢٧٤٨٦٤,٠٥	٥٠	٣٤٢,١٧٩٦٧١٩
١١	١٥,٢٧١٥٦,٠٠١	٣١	٩٢,٩٨٩٢٢,٢١	٥١	٣٦٦,٤٨٦٢٥,٠٦
١٢	١٧,٢٧٠,٧١١٤١	٣٢	١٠٠,٠٢٢٥٢,١٧	٥٢	٣٩١,٢٠٧٩٦٢٤
١٣	١٩,٤٩٩٨,٧٦٥	٣٣	١٠٧,٥٢٥٨,٩٦٢	٥٣	٤١٧,٧٤٢٩٨١
١٤	٢١,٧٦٧٢٩٥١٥	٣٤	١١٥,٥٢٥٥٢,٧٦	٥٤	٤٤٥,٨٩٦٢٧٤٨
١٥	٢٤,١٨٢١٦٩٢٢	٣٥	١٢٤,٠٢٤٦٩,٢٦	٥٥	٤٧٥,٨٧٩٥٢٢٦
١٦	٢٦,٥٧٤,١٠٢٤	٣٦	١٣٢,٠٩٦٩٤٥١٢	٥٦	٥٠٧,٨١١٧,٢٢
١٧	٢٩,٤٩٢,٢١٠,١	٣٧	١٤٢,٧٤٨٢٤٦٥٦	٥٧	٥٤١,٨١٩٤٦٢٩
١٨	٣٢,٤١٠٠,٦٧٢٨	٣٨	١٥٢,٠٢٦٨٨٢٥٩	٥٨	٥٧٨,٠٢٧٧٢٨
١٩	٣٥,٥١٦٧٢١٧٦	٣٩	١٦٢,٩٧٢٦٢٩٩٦	٥٩	٦١٦,٦١٠,١٨,٠٢
٢٠	٣٨,٨٢٥٢,٨٦٠	٤٠	١٧٥,٦٢١٩١٩,٠	٦٠	٦٥٧,٦٨٩٨٤٢

$$\frac{1 - (ع^{-1})}{ع} = \bar{ن}$$

قيم المقدار $\bar{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

$$ع = 7\%$$

ن	$\bar{ن}$	ن	$\bar{ن}$	ن	$\bar{ن}$
1	1,0000	21	44,86017678	41	214,706798
2	2,0700	22	49,00072916	42	230,7222397
3	3,2149000	23	53,4271409	43	247,7764960
4	4,42994300	24	58,17667076	44	266,1208012
5	5,70073901	25	63,24903772	45	285,7493108
6	7,10229074	26	68,67647036	46	306,7017626
7	8,60402109	27	74,48282328	47	329,224387
8	10,20980207	28	80,69769091	48	353,200092
9	11,97798870	29	87,346702927	49	378,9989990
10	13,81744796	30	94,46078132	50	406,0289294
11	15,72809932	31	102,07204137	51	434,4109040
12	17,81840127	32	110,21810426	52	464,189714
13	20,14062487	33	118,9234206	53	495,4243192
14	22,00048878	34	128,20876481	54	528,1744417
15	24,12902201	35	138,23788820	55	562,509926
16	26,88805200	36	148,91340984	56	608,509441
17	30,44021730	37	160,2274002	57	656,340507
18	33,99932201	38	172,07102017	58	706,0011909
19	37,77897479	39	184,64029108	59	757,6018442
20	41,99047222	40	199,730111199	60	811,2502822

$$\frac{1 - (ع + ١)}{ع} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٧,٥ %

ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$
١	١,٠٠٠٠٠	٢١	٤٧,٥٥٢٥٣٢٤٤	٤١	٢٤٥,٣٠٠٧٥٨٥
٢	٢,٠٧٥٠٠٠	٢٢	٥٢,١١٨٩٧٢٣٧	٤٢	٢٦٤,٦٩٨٣١٥٤
٣	٣,٢٣٠٦٢٥٠٠	٢٣	٥٧,٠٢٧٨٩٥٣٠	٤٣	٢٨٥,٥٥٠٦٨٩١
٤	٤,٤٧٢٩٢١٨٨	٢٤	٦٢,٣٠٤٩٨٧٤٤	٤٤	٣٠٧,٩٦٦٩٩٠٨
٥	٥,٨٠٨٣٩١٠٢	٢٥	٦٧,٩٧٧٨٦١٥٠	٤٥	٣٣٢,٠٦٤٥١٥١
٦	٧,٢٤٤٠٢٠٣٤	٢٦	٧٤,٠٧٦٢٠١١٢	٤٦	٣٥٧,٩٦٩٣٥٣٧
٧	٨,٧٨٧٣٢١٨٧	٢٧	٨٠,٦٣١٩١٦٢٠	٤٧	٣٨٥,٨١٧٠٥٥٢
٨	١٠,٤٤٦٣٧١٠١	٢٨	٨٨,٦٧٩٣٠٩٩١	٤٨	٤١٥,٧٥٣٣٣٤٤
٩	١٢,٢٢٩٨٤٨٨٣	٢٩	٩٥,٢٥٥٢٥٨١٦	٤٩	٤٤٧,٩٣٤٨٣٤٥
١٠	١٤,١٤٧٠٨٧٥٠	٣٠	١٠٣,٣٩٩٤٠٢٥٢	٥٠	٤٨٢,٥٢٩٩٤٧
١١	١٦,٢٠٨١١٩٠٦	٣١	١١٢,١٥٤٣٥٧٧١	٥١	٥١٩,٧١٩٦٩٣١
١٢	١٨,٤٢٣٧٢٧٩٩	٣٢	١٢١,٥٦٥٩٣٤٥٤	٥٢	٥٥٩,٦٩٨٦٧
١٣	٢٠,٨٠٥٥٠٧٥٩	٣٣	١٣١,٦٨٣٣٧٩٦٣	٥٣	٦٠٢,٦٧٦٠٧٠٣
١٤	٢٣,٣٦٥٩٢٠٦٦	٣٤	١٤٢,٥٥٩٦٣٣١٠	٥٤	٦٤٨,٨٧٦٧٧٥٦
١٥	٢٦,١١٨٣٦٤٧٠	٣٥	١٥٤,٢٥١٦٠٥٥٨	٥٥	٦٩٨,٥٤٢٥٣٣٧
١٦	٢٩,٠٧٧٢٤٢٠٦	٣٦	١٦٦,٨٢٠٤٧٦٠٠	٥٦	٧٥١,٩٣٣٢٢٣٨
١٧	٣٢,٢٥٨٠٣٥٢١	٣٧	١٨٠,٣٣٢٠١١٧٠	٥٧	٨٠٩,٣٢٨٢١٥٦
١٨	٣٥,٦٧٧٣٨٧٨٥	٣٨	١٩٤,٨٥٦٩١٢٥٨	٥٨	٨٧١,٠٢٦٨٣١٧
١٩	٣٩,٣٥٣١٩١٩٤	٣٩	٢١٠,٤٧١١٨١٠٢	٥٩	٩٣٧,٣٥٤٩١٩١
٢٠	٤٣,٣٠٤٦٨١٣٤	٤٠	٢٢٧,٢٥٦٥١٩٦٠	٦٠	١٠٠٨,٦٥٦٥٢٨

$$\frac{1 - (ع + ٥)}{ع} = \overline{ن}$$

قيم المقدار $\overline{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٨%

ن	$\overline{ن}$	ن	$\overline{ن}$	ن	$\overline{ن}$
١	١,٠٠٠٠٠	٢١	٥٢,٤٨٩.٥٩٢٦	٤١	٢٢١,٨١٥٥٥١٨
٢	٢,٠٨٥٠٠٠	٢٢	٥٩,٠٢٥٦٢٩٤.	٤٢	٢٥٠,١٦٩٨٧٢٧
٣	٣,٢٦٢٢٢٥٠٠	٢٣	٦٥,٠٥٢٦٥٧٩.	٤٣	٢٨٠,٩٢٤٢١٢
٤	٤,٥٢٩٥١٤١٢	٢٤	٧١,٥٨٢٢١٨٨٢	٤٤	٤١٤,٢١٢٧٢٩٦
٥	٥,٩٢٥٢٧٢٨٢	٢٥	٧٨,٦٦٧٧٩٢٤٢	٤٥	٤٥٠,٥٢.٢٩٦٦
٦	٧,٤٢٩.٢٩٥٢	٢٦	٨٦,٢٥٤٥٥٤٧٨	٤٦	٤٨٩,٨٢٥٤٨٠٢
٧	٩,٠٦٠.٤٩٧.٢	٢٧	٩٤,٦٩٤٦٩١١٩٢	٤٧	٥٢٢,٤٦.٦٤٦١
٨	١٠,٨٢.٦٢٩٢٧	٢٨	١٠٢,٧٤٢٧٤.٧٥	٤٨	٥٧٨,٧١٩٨٠.١
٩	١٢,٧٥١٢٤٢٦١	٢٩	١١٢,٥٦١١٩٥٨٧١	٤٩	٦٢٨,٩١.٩٨٤١
١٠	١٤,٨٢٥.٩٩٢٢	٣٠	١٢٤,٢١٤٧٢٥٢.	٥٠	٦٨٢,٢٦٨٤١٧٨
١١	١٧,٠٩٦.٨٢٧٦	٣١	١٣٥,٧٧٢٩٧٦٨٤	٥١	٧٤٢,٤٥٤٧٢٢٢
١٢	١٩,٥٤٩٢٤٩٧٩	٣٢	١٤٨,٢١٢٦٧٩٨٧	٥٢	٨٠٦,٥٦٢٢٨٥٦
١٣	٢٢,٢١.٩٢٦.٢	٣٣	١٦١,٩٢.٢٤٢٦٦	٥٣	٨٧٦,١٢١٢٧٢٤
١٤	٢٥,٠٩٨٨٦٥٥٩	٣٤	١٧٦,٦٨٢٥٧١٧٩	٥٤	٩٥١,٥٩١٥٨١٦
١٥	٢٨,٢٢٢٢٦٩١٦	٣٥	١٩٢,٧٠.١٦٧٥٢٩	٥٥	١٠٢٢,٤٧٦٨٦٦
١٦	٣١,٦٢٢.١٢.٤	٣٦	٢١٠,٠٨١٢١٧٨.	٥٦	١١٢٢,٢٢٢٤
١٧	٣٥,٢٢.٧٢٢.٦	٣٧	٢٢٨,٩٢٨٢٢٩٨١	٥٧	١٢١٨,٧١٩٨.٤
١٨	٣٩,٢٢٢٩٩٥٢٨	٣٨	٢٤٩,٢٩٧٩٧٩٢٥	٥٨	١٣٢٢,٢١.٩٨٧
١٩	٤٢,٦٦٥٤٤٩٩٨	٣٩	٢٧١,٥٩٦٨.٧٥٩	٥٩	١٤٢٦,٧٩٢٤٢١
٢٠	٤٨,٢٧٧.١٢٢٢	٤٠	٢٩٥,٦٨٢٥٢٦٢٤	٦٠	١٥٥٩,٩١٩٧٧٧

$$\frac{1 - (ع + ١)}{ع} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٨,٥ %

ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$
١	١,٠٠٠٠٠٠	٢١	٥٠,٤٢٢٩٢١٤٤	٤١	٢٨٠,٧٨١٠٤٠٢
٢	٢,٠٨٠٠٠٠	٢٢	٥٥,٤٥٦٧٥٥١٦	٤٢	٢٠٤,٢٤٣٥٢٣٤
٣	٣,٢٤٦٤٠٠٠	٢٣	٦٠,٨٩٣٢٩٥٥٧	٤٣	٢٢٩,٥٨٢٠٠٥٣
٤	٤,٥٠٦١١٢٠٠	٢٤	٦٦,٧٦٤٧٥٩٢٢	٤٤	٢٥٦,٩٤٩٦٤٥٧
٥	٥,٨٦٦٦٠٩٦	٢٥	٧٣,١٠٥٩٣٩٩٥	٤٥	٢٨٦,٥٠٥٦١٧٣
٦	٧,٣٣٥٩٢٩٠٤	٢٦	٧٩,٩٥٤٤١٥١٥	٤٦	٤١٨,٤٢٦٠٦٦٧
٧	٨,٩٢٢٨٠٣٣٦	٢٧	٨٧,٣٥٠٧٦٨٣٦	٤٧	٤٥٢,٩٠٠١٥٢١
٨	١٠,٦٣٦٦٢٧٦٣	٢٨	٩٥,٣٣٨٨٢٩٨٣	٤٨	٤٩٠,١٣٢١٦٤٢
٩	١٢,٤٨٧٥٥٧٨٤	٢٩	١٠٣,٩٦٥٩٣٦٢٢	٤٩	٥٢٠,٣٤٢٧٣٧٤
١٠	١٤,٤٨٦٥٦٢٤٧	٣٠	١١٣,٣٨٣٢١١١١	٥٠	٥٧٣,٧٧٠١٥٦٣
١١	١٦,٦٤٥٤٨٧٤٦	٣١	١٢٣,٣٤٥٨٦٨٠٠	٥١	٦٢٠,٦٧١٧٦٨٩
١٢	١٨,٩٧٧١٢٦٤٦	٣٢	١٣٤,٢١٣٥٣٧٤٤	٥٢	٦٧١٣٢٥٥١٠٤
١٣	٢١,٣٩٥٢٩٦٥٨	٣٣	١٤٥,٩٥٠٦٢٠٤٤	٥٣	٧٢٦,٠٣١٥٥١٢
١٤	٢٤,٢١٤٩٢٠٣٠	٣٤	١٥٨,٦٢٦٦٧٠٠٧	٥٤	٧٨٥,١١٤٠٧٥٣
١٥	٢٧,١٥٢١١٣٩٣	٣٥	١٧٢,٥١٦٨٠٣٦٨	٥٥	٨٤٨,٩٢٣٢٠١٣
١٦	٣٠,٣٢٤٢٨٣٠٤	٣٦	١٨٧,١٠٢١٤٧٩٧	٥٦	٩١٧,٨٣٧٠٥٧٤
١٧	٣٣,٧٥٠٢٢٥٦٩	٣٧	٢٠٣,٠٧٠٣١٩٨١	٥٧	٩٩٢,٢٦٤٠٢٢
١٨	٣٧,٤٥٠٢٤٣٧٤	٣٨	٢٢٠,٣١٥٩٤٥٤٠	٥٨	١٠٧٢,٦٤٥١٤٤
١٩	٤١,٤٤٦٢٦٣٢٤	٣٩	٢٣٨,٩٤١٢٢١٠٣	٥٩	٤٥٦٧٥٥٣١١٥٩
٢٠	٤٥,٧٣١٩٦٤٣٠	٤٠	٢٥٩,٠٥٦٥١٨٧١	٦٠	١٢٥٣,٦١٣٢٩٦

$$\frac{1 - (ع + ١)^{-٥}}{ع} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٩%

ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$
١	١,٠٠٠٠٠	٢١	٥٦,٧٦٤٥٢.٤١	٤١	٢٦٩,٢٩١٨٦٥
٢	٢,٠٩٠٠٠٠	٢٢	٦٢,٨٧٢٢٢٨١٥	٤٢	٤٠٢,٥٩٨١٢٢٩
٣	٣,٢٧٨١٠٠٠	٢٣	٦٩,٥٢١٩٢٨٥٨	٤٣	٤٤٠,٨٤٥٦٦٤٩
٤	٤,٥٧٢١٢٩٠٠	٢٤	٧٦,٧٨٩٨١٣.٥	٤٤	٤٨١,٥٢١٧٧٤٧
٥	٥,٩٨٤٧١.٦١	٢٥	٨٤,٧٠٠٨٩٦٢٢	٤٥	٥٢٥,٨٥٨٧٢٤٤
٦	٧,٥٢٢٢٢٤٥٦	٢٦	٩٢,٢٢٢٩٧٦٨٩	٤٦	٥٧٤,١٨٦.٢٠٥
٧	٩,٢٠٠٤٢٤٦٨	٢٧	١٠٢,٧٢٢١٢٤٨١	٤٧	٦٢٦,٨٦٢٧٦٢٤
٨	١١,٠٢٨٤٧٢٨٠	٢٨	١١٢,٩٦٨٢١٦٩٤	٤٨	٦٨٤,٢٨٠.٤١١
٩	١٣,٠٢١.٢٦٤٤	٢٩	١٢٤,١٢٥٢٥٦٤٦	٤٩	٧٤٦,٨٦٥٦٤٨
١٠	١٥,١٩٢٩٢٩٧٢	٣٠	١٣٦,٢.٧٥٠٨٥٥	٥٠	٨١٥,٠٨٢٥٥٦٢
١١	١٧,٥٦.٢٩٢٢٩	٣١	١٤٩,٥٧٥٢١٧.٢	٥١	٨٨٩,٤٤١.٧٦٤
١٢	٢٠,١٤.٧١٩٨٠	٣٢	١٦٤,٠٢٦٩٨٦٥٥	٥٢	٩٧٠,٤٩.٧٧٢٢
١٣	٢٢,٩٥٢٢٨٤٥٨	٣٣	١٧٩,٨٠.٢١٥٢٤	٥٣	١٠٥٨,٨٢٤٩٤٢
١٤	٢٦,٠١٩١٨٩١٩	٣٤	١٩٦,٩٨٢٢٤٢٧٢	٥٤	١١٥٥,١٢٠.٨٨
١٥	٢٩,٢٦.٩١٦٦٢٢	٣٥	٢١٥,٧١.٧٥٤٦٥	٥٥	١٢٦٠,٠٩١٧٩٦
١٦	٣٢,٠٢٢٩٨٦٨	٣٦	٢٣٦,١٢٤٧٢٢٥٧	٥٦	١٣٧٤,٥٠٠.٥٧
١٧	٣٦,٩٧٢٧.٤٥٦	٣٧	٢٥٨,٢٧٥٩٤٧٦.	٥٧	١٤٩٩,٢٠٥.٦٢
١٨	٤١,٢٠.١٢٢٧٩٧	٣٨	٢٨٢,٦٢٩٧٨٢٨٨	٥٨	١٦٢٥,١٢٢٥١٨
١٩	٤٦,٠١٨٤٥٨٢٩	٣٩	٣٠٩,٠٦٦٤٦٢٢٤	٥٩	١٧٨٢,٢٩٥٥٢٥
٢٠	٥١,١٢.١١٩٦٤	٤٠	٣٣٧,٨٨٢٤٤٥.٤	٦٠	١٩٤٤,٧٩٢١٢٢

$$\frac{1 - (ع + 1)}{ع} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ n
 $ع = 9.5\%$

$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n
٤٢٤,٢٣٩٣٩١٢	٤١	٥٣,٧٧٦٩٢٣٥٥	٢١	١,٠٠٠٠٠٠	١
٤٦٥,٥٤٢١٢٣٣	٤٢	٥٩,٥٦٤٢١٥٠٩	٢٢	١,٩٨٠٠٠٠٠	٢
٥١٠,٧٦٨٦٣٦	٤٣	٦٥,٨٧٢٣٦٢٨٧	٢٣	٣,١٠٥٥٦٨٤٢	٣
٥٦٠,٢٦١٦٥٦٤	٤٤	٧٢,٧٤٨٢٤٣٩٤	٢٤	٤,٣٢٢٤٣٨٠	٤
٦١٤,٥١٩٣٦٣٨	٤٥	٨٠,٢٤٢٩٥٤٣٢	٢٥	٥,٦٦٩٧٢٥٨٤	٥
٦٧٣,٨٩٨٧٠٣٤	٤٦	٨٨,٤١٢١٨٨٦٣	٢٦	٧,١٢٧٣٦٩٥٩	٦
٧٣٨,٩١٩٠٨٠٢	٤٧	٩٧,٣١٦٦٥٤٠٣	٢٧	٨,٧١٦٢٠١٢٧	٧
٨١٠,١١٩٦٣٩٢٨	٤٨	١٠٧,٠٢٢٥٢١٣١	٢٨	١٠,٤٤٨٠٢٧٨١	٨
٨٨٨,٠٧٧٤٥٠١	٤٩	١١٧,٦٠١٩١٦٦٥	٢٩	١٢,٣٣٥٧١٨٧٣	٩
٩٧٣,٤٤٤٨٠٧٩	٥٠	١٢٩,١٣٣٤٥٧٥٧	٣٠	١٤,٣٩٣٣٠١٨٤	١٠
١٠٦٦,٩٢٢٠٦٥	٥١	١٤١,٧٠٢٨٢٧١٧	٣١	١٦,٦٣٦٠٦٧٤٢	١١
١١٦٩,٢٧٩٧٧١	٥٢	١٥٥,٤٠٣٤٦٠٩٤	٣٢	١٩,٠٨٠٦٨١٩١	١٢
١٢٨١,٣٦١٢٢٩	٥٣	١٧٠,٣٣٧١٤٠٨٤	٣٣	٢١,٧٤٥٣١١٧١	١٣
١٤٠٤,٠٩٠٥٤٥	٥٤	١٨٦,٦١٤٨٥١٩٤	٣٤	٢٤,٦٤٩٧٥٨١٨	١٤
١٥٢٨,٤٧٩١٤٧	٥٥	٢٠٤,٣٥٧٥٥٧٠٤	٣٥	٢٧,٨١٥٦٠٤٨٤	١٥
١٦٨٥,٦٣٤٦٦٦	٥٦	٢٢٣,٦٩٧١٠٥٥٩	٣٦	٣١,٢٦٦٣٧٧٧٠	١٦
١٨٤٦,٧٦٩٩٥٩	٥٧	٢٤٤,٧٧٧٢١٣٥٢	٣٧	٣٥,٠٢٧٧٢٠١١	١٧
٢٠٢٣,٢١٣١٠٥	٥٨	٢٦٧,٧٥٤٥٣١١٥	٣٨	٣٩,١٢٧٥٨٣٣٤	١٨
٢٢١٦,٤١٨٢٥	٥٩	٢٩٢,٧٩٩٨٠٧٣٨	٣٩	٤٣,٥٩٦٤٣٤٢٦	١٩
٢٤٢٧,٩٧٨٠٩٤	٦٠	٣٢٠,٠٩٩١٥٨٤٦	٤٠	٤٨,٤٦٧٤٨١٧٧	٢٠

$$\frac{1 - (ع + ١)^{-٥}}{ع} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ١٠%

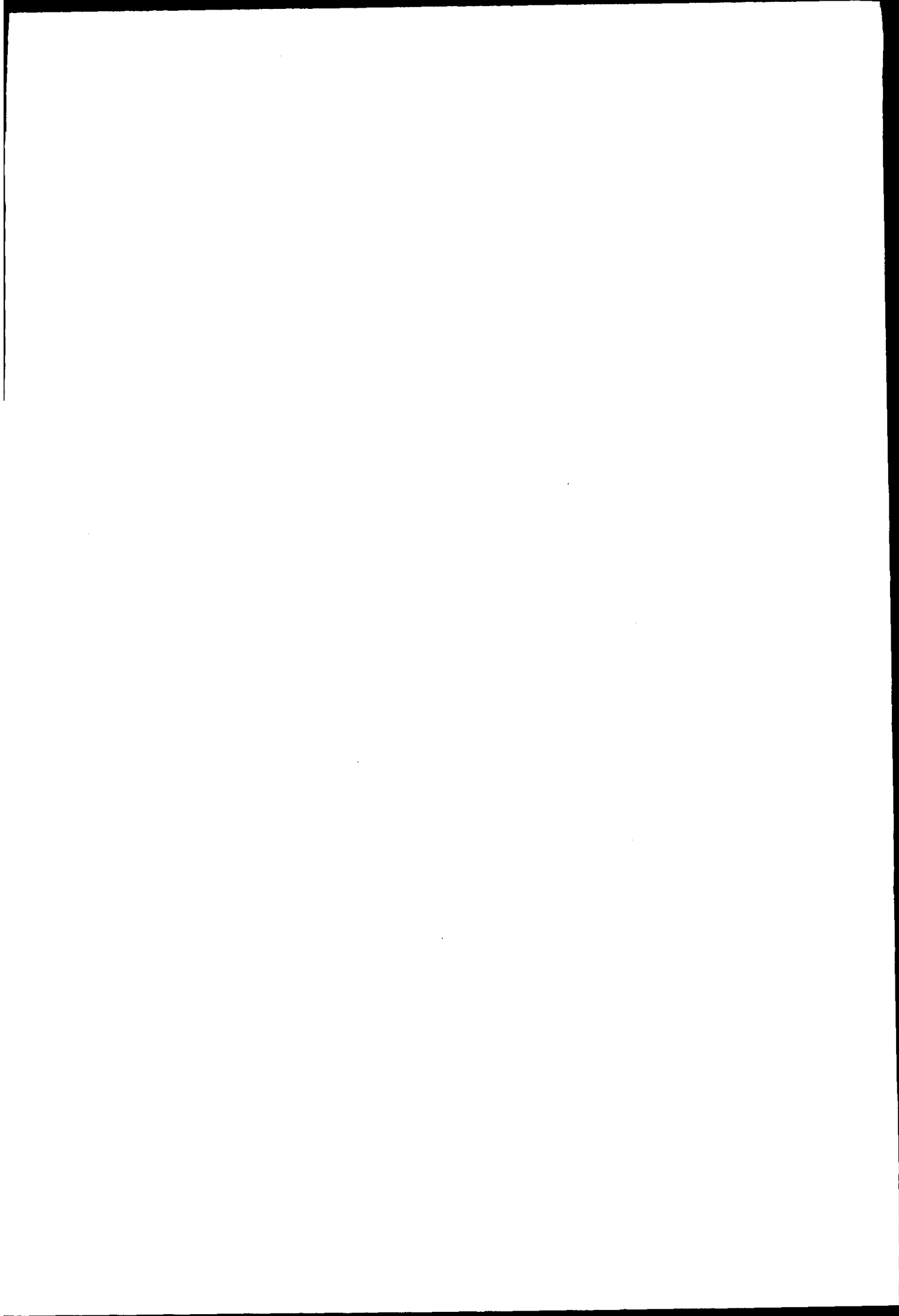
ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$
١	١,٠٠٠٠٠٠٠	٢١	٦٤,٠٠٢٤٩٩٤٤	٤١	٤٨٧,٨٥١٨١١٢
٢	٢,١٠٠٠٠٠٠	٢٢	٧١,٤٠٢٧٤٩٢٩	٤٢	٥٢٧,٦٢٦٩٩٢٤
٣	٣,٣١٠٠٠٠٠	٢٣	٧٩,٥٤٢٠٢٤٢٢	٤٣	٥٩٢,٤٠٠,٦٩١٦
٤	٤,٦٤١٠٠٠٠٠	٢٤	٨٨,٤٩٧٢٢٦٧٦	٤٤	٦٥٢,٦٤٠,٧٦٠,٨
٥	٦,١٠٥١٠٠٠	٢٥	٩٨,٢٤٧٠٥٩٤٢	٤٥	٧١٨,٩٠٤,٨٢٦,٨
٦	٧,٧١٥٦١٠٠٠	٢٦	١٠٩,١٨١٧٦٥٢,٨	٤٦	٧٩١,٧٩٥٢٢٠٥
٧	٩,٤٨٧١٧١٠٠	٢٧	١٢١,٠٩٩٩٤١٩٢	٤٧	٨٧١,٩٧٤٨٥٢٦
٨	١١,٤٢٥٨٨٨١٠	٢٨	١٣٤,٢٠٩٩٢٦١١	٤٨	٩٦٠,١٧٢٢٢٧٨
٩	١٣,٥٧٩٤٧٦٩١	٢٩	١٤٨,٦٢٠,٩٢٩٧٢	٤٩	١٠٥٧,١٨٩٥٧٢
١٠	١٥,٩٢٧٤٢٤٦٠	٣٠	١٦٤,٤٩٤٠,٢٢٦٩	٥٠	١١٦٢,٩٠٨٥٢٩
١١	١٨,٥٢١١٦٧٠,٦	٣١	١٨١,٩٤٢٤٢٤٩٦	٥١	١٢٨١,٢٩٩٢٨٢
١٢	٢١,٢٨٤٢٨٢٦٦	٣٢	٢٠١,١٢٧٧٦٧٤٩	٥٢	١٤١٠,٤٢٩٢٢
١٣	٢٤,٠٥٢٢٧١٢١٤	٣٣	٢٢٢,٢٥١٥٤٤٢٠	٥٣	١٥٥٢,٤٧٢٢٥٢
١٤	٢٧,٩٧٤٩٨٢٢٦	٣٤	٢٤٥,٤٧٦٦٩٨٦٢	٥٤	١٧٠٨,٧١٩٤٧٧
١٥	٣١,٧٧٢٤٨١٦٩	٣٥	٢٧١,٠٢٤٢٦٨٤٨	٥٥	١٨٨٠,٥٩١٤٢٥
١٦	٣٥,٩٤٩٧٢٩٨٦	٣٦	٢٩٩,١٢٦٨٠٥٢٢	٥٦	٢٠٦٩,٦٥٠٥٦٧
١٧	٤٠,٥٤٤٧٠,٢٨٥	٣٧	٣٢٠,٠٢٩٤٨٥٨٦	٥٧	٢٢٧٧,٦١٥٦٢٤
١٨	٤٥,٥٩٩١٧٢١٢	٣٨	٣٦٤,٠٤٢٤٢٤٤٥	٥٨	٢٥٠٦,٢٧٧١٨٦
١٩	٥١,١٥٩٠٩٠,٤٥	٣٩	٤٠١,٤٤٧٧٧٨٩	٥٩	٢٧٥٨,٠١٤٩٠٥
٢٠	٥٧,٢٧٤٩٩٩٤٩	٤٠	٤٤٢,٥٩٢٥٥٥٦٨	٦٠	٣٠٢٤,٨١٦٢٩٥

ملحق رقم (4)

القيمة الحالية للدفعات العادية $\sum_{n=1}^{\infty}$

التي عددها (ن) بفائدة مركبة ع %

$$\frac{1 - (1 + \frac{e}{100})^{-n}}{\frac{e}{100}} = \sum_{n=1}^{\infty}$$



$$\frac{-(\varepsilon + 1) - 1}{\varepsilon} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ n
 $\varepsilon = 0.5\%$

$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n
٢٦,٩٨٧٢٩١٤	٤١	١٩,٨٨٧٩٧٩٢٥	٢١	٠,٩٩٥٠٢٤٨٨	١
٢٧,٧٩٨٢٩٩٩١	٤٢	٢٠,٧٨٤٠٥٨٩٦	٢٢	١,٩٨٥٠٩٩٢٨	٢
٢٨,٦٠٥٢٧٣٥٢	٤٣	٢١,٦٧٥٦٨٠٥٥	٢٣	٢,٩٧٠٢٤٨١٤	٣
٢٩,٤٠٨٢٢٢٢٨	٤٤	٢٢,٥٦٢٨٦٦٢٢	٢٤	٣,٩٥٠٤٩٥٦٦	٤
٤٠,٢٠٧١٩٦٢٩	٤٥	٢٣,٤٤٥٦٣٨٠٣	٢٥	٤,٩٢٥٨٦٦٢٣	٥
٤١١,٠٠٢١٨٥٤٦	٤٦	٢٤,٣٢٤٠١٧٩٤	٢٦	٥,٨٩٦٣٨٤٤١	٦
٤١,٧٩٢٢١٩٢٦	٤٧	٢٥,١٩٨٠٢٧٨٠	٢٧	٦,٨٦٢٠٧٤٠٤	٧
٤٢,٥٨٠٣١٧٧٧	٤٨	٢٦,٠٦٧٦٨٩٢٦	٢٨	٧,٨٢٢٩٥٩٢٤	٨
٤٣,٣٦٣٥٠٠٢٧	٤٩	٢٦,٩٣٣٠٢٤٢٣	٢٩	٨,٧٧٩٠٦٣٩٢	٩
٤٤,١٤٢٧٨٦٣٥	٥٠	٢٧,٧٩٤٠٥٣٩٧	٣٠	٩,٧٣٠٤١١٨٦	١٠
٤٤,٩١٨١٩٥٣٧	٥١	٢٨,٦٥٠٧٩٩٩٧	٣١	١٠,٦٧٧٠٢٦٧٣	١١
٤٥,٦٨٩٧٤٦٦٤	٥٢	٢٩,٥٠٣٢٨٣٥٥	٣٢	١١,٦١٨٩٣٢٠٧	١٢
٤٦,٤٥٧٤٥٩٢٣	٥٣	٣٠,٣٥١٥٢٥٩٢	٣٣	١٢,٥٥٦١٥١٣١	١٣
٤٧,٢٢١٣٥٢٥٨	٥٤	٣١,١٩٥٥٤٨١٨	٣٤	١٣,٤٨٨٧٠٧٧٧	١٤
٤٧,٩٨١٤٤٥٣٥	٥٥	٣٢,٠٣٥٣٧١٣٢	٣٥	١٤,٤١٦٦٢٤٦٥	١٥
٤٨,٧٣٧٧٥٦٥٦	٥٦	٣٢,٨٧١٠١٦٢٤	٣٦	١٥,٣٣٩٩٢٥٠٢	١٦
٤٩,٤٩٠٣٠٥٠٤	٥٧	٣٣,٧٠٢٥٠٣٧٢	٣٧	١٦,٢٥٨٦٣١٨٦	١٧
٥٠,٢٣٩١٠٩٤٩	٥٨	٣٤,٥٢٩٨٥٤٤٥	٣٨	١٧,١٧٢٧٦٨٠٢	١٨
٥٠,٩٨٤١٨٨٥٥	٥٩	٣٥,٣٥٣٠٨٩٠٠	٣٩	١٨,٠٨٢٣٥٦٢٤	١٩
٥١,٧٢٥٥٦٠٧٥	٦٠	٣٦,١٧٢٢٢٧٨٦	٤٠	١٨,٩٨٧٤١٩١٥	٢٠

$$\frac{-(\epsilon + 1) - 1}{\epsilon} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ n
 $\epsilon = 1\%$

$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n
٢٢,٤٩٩٦٨٩٢٢	٤١	١٨,٨٥٦٩٨٢١٢	٢١	٠,٩٩٠٠٩٩٠١	١
٢٤,١٥٨٠٨١٤	٤٢	١٩,٦٦٠٢٧٩٢٤	٢٢	١,٩٧٠٢٩٥٠٦	٢
٢٤,٨١٠٠٠٠٨٠٦	٤٣	٢٠,٤٥٥٨٢١١٢	٢٣	٢,٩٤٠٩٨٥٢١	٣
٢٥,٤٥٥٤٥٢٥٢	٤٤	٢١,٢٤٢٢٨٧٢٦	٢٤	٣,٩٠١٩٦٥٥٥	٤
٢٦,٠٩٤٥٠٨٤٤	٤٥	٢٢,٠٢٣١٥٥٧٠	٢٥	٤,٨٥٢٤٢١٢٤	٥
٢٦,٧٢٧٢٢٦١	٤٦	٢٢,٧٩٥٢٠٢٦٦	٢٦	٥,٧٩٥٤٧٦٤٧	٦
٢٧,٢٥٢٦٩٩٠٩	٤٧	٢٣,٥٥٩٦٠٧٥٩	٢٧	٦,٧٢٨١٩٤٥٢	٧
٢٧,٩٧٢٩٥٩٤٩	٤٨	٢٤,٣١٦٤٤٢١٦	٢٨	٧,٦٥١٦٧٧٧٥	٨
٢٨,٥٨٨٠٧٨٧١	٤٩	٢٥,٠٦٥٧٨٥٢٠	٢٩	٨,٥٦٦٠١٧٥٨	٩
٢٩,١٩٦١١٧٥٢	٥٠	٢٥,٨٠٧٧٠٨٢٢	٣٠	٩,٤٧١٢٠٤٥٢	١٠
٢٩,٧٩٨١٢٦٢	٥١	٢٦,٥٤٢٢٨٥٢٧٢١	٣١	١٠,٣٦٧٦٢٨٢٥	١١
٤٠,٢٩٤١٩٤٢٢	٥٢	٢٧,٢٦٩٥٨٩٤٧	٣٢	١١,٢٥٥٠٧٧٤٧	١٢
٤٠,٩٨٤٢٥٠٧٢	٥٣	٢٧,٩٨٩٦٩٢٥٥	٣٣	١٢,١٢٢٧٤٠٠٧	١٣
٤١,٥٦٨٦٦٤٠٨	٥٤	٢٨,٧٠٢٦٦٥٨٩	٣٤	١٢,٠٠٢٧٠٢٠٤	١٤
٤٢,١٤٧١٩٢١٦	٥٥	٢٩,٤٠٨٥٨٠٠٩	٣٥	١٢,٨٦٥٠٥٢٥٢	١٥
٤٢,٧١٩٩٩٢٢٢	٥٦	٣٠,١٠٧٥٠٥٠٤	٣٦	١٤,٧١٧٨٧٢٢٨	١٦
٤٣,٢٨٧١٢١٠٢	٥٧	٣٠,٧٩٩٥٠٩٩٤	٣٧	١٥,٥٦٢٢٥١٢٧	١٧
٤٣,٨٤٨٦٢٤٦٨	٥٨	٣١,٤٨٤٦٦٢٢٠	٣٨	١٦,٢٩٨٢٦٨٥٨	١٨
٤٤,٤٠٤٥٨٨٨	٥٩	٣٢,١٦٢٠٢٨٩٨	٣٩	١٧,٢٢٦٠٠٨٥٠	١٩
٤٤,٩٥٥٠٢٨٤	٦٠	٣٢,٨٩٤٦٨٦١١	٤٠	١٨,٠٤٥٥٥٢٩٧	٢٠

$$\frac{1 - (1 + \epsilon)^{-n}}{\epsilon} = \overline{n}$$

قيم المقدار \overline{n} عند القيم المختلفة لـ n

$\epsilon = 1.0\%$

\overline{n}	n	\overline{n}	n	\overline{n}	n
٢٠,٤٥٨٩٦.٠٨	٤١	١٧,٩٠٠.١٢٦٧٢	٢١	٠,٩٨٥٢٢١٦٧	١
٢٠,٩٩٤.٥٠٠.٤	٤٢	١٨,٦٢.٨٢٤٣٧	٢٢	١,٩٥٥٨٨٢٤٢	٢
٢١,٥٢١٢٣١٥٧	٤٣	١٩,٢٢٨٦١٤٥	٢٣	٢,٩١٢٢.٠٤٢	٣
٢٢,٠٤.٦٢٢٢٢	٤٤	٢٠,٠٢.٤.٥٢٧	٢٤	٣,٨٥٤٢٨٤٦٥	٤
٢٢,٥٥٢٢٣٧١٨	٤٥	٢٠,٧١٩٦١١٢.	٢٥	٤,٧٨٢٦٤٤٩٧	٥
٢٢,٠٥٦٤٨٩٨٢	٤٦	٢١,٢٩٨٦٢١٧٢	٢٦	٥,٦٩٧١٨٧١٧	٦
٢٢,٥٥٢١٩١٩٥	٤٧	٢٢,٠٦٧٦١٧٤٦	٢٧	٦,٥٩٨٢١٢٩٦	٧
٢٤,٠٤٢٥٥٢٦٤	٤٨	٢٢,٧٢٦٧١٦٧١	٢٨	٧,٤٨٥٩٢٥.٠٨	٨
٤٢,٥٢٤٦٨٢٢٩	٤٩	٢٢,٢٧٦.٧٥٥٨	٢٩	٨,٢٦.٥١٧٢٢	٩
٢٤,٩٩٩٦٨٨.٧	٥٠	٢٤,٠.١٥٨٢٨.١	٣٠	٩,٢٢٢١٨٤٥٥	١٠
٢٥,٤٦٧٦٢٩٨	٥١	٢٤,٦٤٦١٤٥٨٢	٣١	١٠,٠٧١١١٧٧٩	١١
٢٥,٩٢٨٧٤١٨٥	٥٢	٢٥,٢٦٧١٢٨٧٤	٣٢	١٠,٩٠٧٥.٥٢١	١٢
٢٦,٢٨٢٩٩٦٩	٥٣	٢٥,٨٧٨٩٥٤٤٢	٣٣	١١,٧٢١٥٢٢٢٢	١٣
٢٦,٨٢.٥٢٨٨١	٥٤	٢٦,٤٨١٧٢٨٤٩	٣٤	١٢,٥٤٢٢٨١٥.	١٤
٢٧,٢٧٢٤٦٦٨١	٥٥	٢٧,٠٧٥٥٩٤٥٨	٣٥	١٢,٢٤٢٢٢٢.١	١٥
٢٧,٧.٥٨٧٨٦٢	٥٦	٢٧,٦٦.٦٨٤٢١	٣٦	١٤,١٢١٢٦٤.٥	١٦
٢٨,١٢٢٨٧.٥٧	٥٧	٢٨,٢٢٧١٢٧٤.	٣٧	١٤,٩٠٧٦٤٩٢١	١٧
٢٨,٥٥٥٥٢٧٥١	٥٨	٢٨,٨.٥.٥١٦٢	٣٨	١٥,٦٧٢٥٦.٨٩	١٨
٢٨,٩٧.٩٧٢٩٢	٥٩	٢٩,٢٦٤٥٨٢٨٨	٣٩	١٦,٤٢٦١٦٨٢٧	١٩
٢٩,٢٨.٢٦٨٨٨	٦٠	٢٩,٩١٥٨٤٥٢	٤٠	١٧,١٦٨٦٢٨٧٩	٢٠

$$\frac{-(ع + ١) - ١}{ع} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ ن
 $ع = ٢\%$

$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن
٢٧,٧٩٩٤٨٩٤٥	٤١	١٧,٠١٢٠٩١٦	٢١	٠,٩٨٠٣٩٢١٦	١
٢٨,٢٣٤٧٩٣٥٨	٤٢	١٧,٦٥٨٠٤٨٢٠	٢٢	١,٩٤١٥٦٠٩٤	٢
٢٨,٦٦١٥٦٢٣٣	٤٣	١٨,٢٩٢٢٠٤١٢	٢٣	٢,٨٨٤٨٨٤٣٧	٣
٢٩,٠٧٩٦٦٣٠٧	٤٤	١٨,٩١٣٩٢٥٦٠	٢٤	٣,٨٠٧٧٢٨٧٠	٤
٢٩,٤٩٠١٥٩٨٧	٤٥	١٩,٥٢٣٤٥٦٤٧	٢٥	٤,٧١٣٤٥٩٥١	٥
٢٩,٨٩٢٣١٣٦	٤٦	٢٠,١٢١٠٣٥٧٦	٢٦	٥,٦٠١٤٣٠٨٩	٦
٣٠,٢٨٦٥٨١٩٦	٤٧	٢٠,٧٠٦٨٩٧٨٠	٢٧	٦,٤٧١٩٩١٠٧	٧
٣٠,٦٧٣١١٩٥٧	٤٨	٢١,٢٨١١٢٧٢٣٦	٢٨	٧,٣٢٥٤٨١٤٤	٨
٣١,٠٥٢٠٧٨٠١	٤٩	٢١,٨٤٤٣٨٤٦٦	٢٩	٨,١٦٢٢٣٦٧١	٩
٣١,٤٢٣٦٠٥٨٩	٥٠	٢٢,٣٩٦٤٥٥٥٥	٣٠	٨,٩٨٢٥٨٥٠١	١٠
٣١,٧٨٧٨٤٨٩٢	٥١	٢٢,٩٣٧٧٠١٥٢	٣١	٩,٧٨٦٨٤٨٠٥	١١
٣٢,١٤٤٩٤٩٩٢	٥٢	٢٣,٤٦٨٣٣٤٨٢	٣٢	١٠,٥٧٥٣٤١٢٢	١٢
٣٢,٤٩٥٠٤٨٩٤	٥٣	٢٣,٩٨٨٥٦٣٥٥	٣٣	١١,٣٤٨٣٧٣٧٥	١٣
٣٢,٨٣٨٢٨٣٢٧	٥٤	٢٤,٤٩٨٥٩١٧٢	٣٤	١٢,١٠٦٢٤٨٧٧	١٤
٣٣,١٧٤٧٨٧٥٢	٥٥	٢٤,٩٩٨٦١٩٣٣	٣٥	١٢,٨٤٩٢٦٣٥٠	١٥
٣٣,٥٠٤٦٩٣٦٥	٥٦	٢٥,٤٨٨٨٤٢٤٨	٣٦	١٣,٥٧٧٧٠٩٣١	١٦
٣٣,٨٢٨١٣١٠٣	٥٧	٢٥,٩٦٩٤٥٣٤١	٣٧	١٤,٢٩١٨٧١٨٨	١٧
٣٤,١٤٥٢٢٦٥	٥٨	٢٦,٤٤٠٦٤٠٦٠	٣٨	١٤,٩٩٢٠٣١٢٥	١٨
٣٤,٤٥٦١٠٤٤١	٥٩	٢٦,٩٠٢٥٨٨٨٣	٣٩	١٥,٦٧٨٤٦٢٠١	١٩
٣٤,٧٦٠٨٨٦٦٨	٦٠	٢٧,٣٥٥٤٧٩٢٤	٤٠	١٦,٣٥١٤٣٣٣٤	٢٠

$$\frac{-(\epsilon + 1) - 1}{\epsilon} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ n
 $\epsilon = 2.5\%$

$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n
٢٥,٤٦٦١٢٢	٤١	١٦,٩٨٤٥٤٨٥٧	٢١	٠,٩٧٥٦.٩٧٦	١
٢٥,٨٢.٦.٦٨٢	٤٢	١٦,٧٥٥٤١٣٢٤	٢٢	١,٩٢٧٤٢٤١٥	٢
٢٦,١٦٦٤٤٥٦٩	٤٣	١٧,٥٣٢١١.٤٨	٢٣	٢,٨٥٦.٢٣٥٦	٣
٢٦,٥.٣٨٤٩٤٥	٤٤	١٧,٨٨٤٩٨٥٨٢	٢٤	٣,٧٦١٩٧٤٢١	٤
٢٦,٨٢٣.٢٣٨٦	٤٥	١٨,٤٢٤٣٧٦٤٢	٢٥	٤,٦٤٥٨٢٨٥.	٥
٢٧,١٥٤١٦٩٦١	٤٦	١٨,٩٥.٦١١١٤	٢٦	٥,٥.٨١٢٥٣٦	٦
٢٧,٤٦٧٤٨٢٥٥	٤٧	١٩,٤٦٤.١.٨٧	٢٧	٦,٣٤٩٩٩.٦.	٧
٢٧,٧٧٣١٥٣٧١	٤٨	١٩,٩٦٤٨٨٨٦٦	٢٨	٧,١٧.١٣٧١٧	٨
٢٨,٠١٣٦٩٤٧	٤٩	٢٠,٤٥٣٥٤٩٩١	٢٩	٧,٩٧.٨٦٥٥٣	٩
٢٨,٣٦٢٣١١٦٨	٥٠	٢٠,٩٣.٢٩٢٥٩	٣٠	٨,٧٥٢.٦٣٩٢	١٠
٢٨,٦٤٦١٥٧٧٤	٥١	٢١,٣٩٥٤.٧٤١	٣١	٩,٥١٤٢.٨٧١	١١
٢٨,٩٢٣.٨.٧٢	٥٢	٢١,٨٤٩١٧٧٩٦	٣٢	١٠,٢٥٧٧٦٤٦.	١٢
٢٩,١٩٣٢٤٩٤٨	٥٣	٢٢,٢٩١٨٨.٩٤	٣٣	١٠,٩٨٣١٨٤٩٧	١٣
٢٩,٤٥٦٨٢٨٧٦	٥٤	٢٢,٧٢٣٧٨٥٢٨	٣٤	١١,٦٩.٩١٢١٧	١٤
٢٩,٧١٣٩٧٩٢٨	٥٥	٢٣,١٤٥١٥٧٣٤	٣٥	١٢,٣٨١٣٧٧٧٢	١٥
٢٩,٩٦٤٨٥٧٨	٥٦	٢٣,٥٥٦٢٥١.٧	٣٦	١٢,٠٥٥.٠.٢٦٦	١٦
٣٠,٢.٩٦١٧٤	٥٧	٢٣,٩٥٧٣١٨١٢	٣٧	١٢,٧١٢١٩٧٧٢	١٧
٣٠,٤٤٨٤.٧٢	٥٨	٢٤,٣٤٨٦.٣.٤	٣٨	١٤,٣٥٣٣٦٣٦٣	١٨
٣٠,٦٨١٣٧٢٩	٥٩	٢٤,٧٣.٣٤٤٤٣	٣٩	١٤,٩٧٨٨٩١٣٤	١٩
٣٠,٩.٨٦٥٦٤٨	٦٠	٢٥,١.٢٧٧٥.٠	٤٠	١٥,٥٨٩١٦٢٢٩	٢٠

$$\frac{-(\epsilon + 1) - 1}{\epsilon} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ n
 $\epsilon = 3\%$

$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n
٢٣,٤١٢٣٩٩٩٧	٤١	١٥,٤١٥٠٢٤١٤	٢١	٠,٩٧٠٨٧٣٧٩	١
٢٣,٧٠١٣٥٩٢	٤٢	١٥,٩٣٦٩١٦٦٤	٢٢	١,٩١٣٤٦٩٧٠	٢
٢٣,٩٨١٩٠٢١٣	٤٣	١٦,٤٤٣٦٠٨٣٩	٢٣	٢,٨٢٨٦١١٣٥	٣
٢٤,٢٤٢٧٣٩٢	٤٤	١٦,٩٣٥٥٤٢١٢	٢٤	٣,٧١٧٠٩٨٤٠	٤
٢٤,٥١٨٧١٢٥٤	٤٥	١٧,٤١٣١٤٧٦٩	٢٥	٤,٥٧٩٧٠٧١٩	٥
٢٤,٧٧٥٤٤٩٠٧	٤٦	١٧,٨٧٦٨٤٢٤٢	٢٦	٥,٤١٧١٩١٤٤	٦
٢٥,٠٢٤٧٠٧٨٣	٤٧	١٨,٣٢٧٠٣١٤٧	٢٧	٦,٢٣٠٢٨٢٩٦	٧
٢٥,٢٦٦٧٠٦٦٤	٤٨	١٨,٧٦٤١٠٨٢٣	٢٨	٧,٠١٩٦٩٢١٩	٨
٢٥,٥٠١٦٥٦٩٣	٤٩	١٩,١٨٨٤٥٤٥٩	٢٩	٧,٧٨٦١٠٨٩٧	٩
٢٥,٧٢٩٧٦٤	٥٠	١٩,٦٠٠٤٤١٣٥	٣٠	٨,٥٣٠٢٠٢٨٤	١٠
٢٥,٩٥١٢٢٧١٩	٥١	٢٠,٠٠٠٤٢٨٤٩	٣١	٩,٢٥٢٦٢٤١١	١١
٢٦,١٦٦٢٣٩٩٩	٥٢	٢٠,٣٨٨٧٦٥٥٣	٣٢	٩,٩٥٤٠٠٣٩٩	١٢
٢٦,٣٧٤٩٩٠٢٨	٥٣	٢٠,٧٦٥٧٩١٧٨	٣٣	١٠,٦٣٤٩٥٥٣٣	١٣
٢٦,٥٧٧٦٦٠٤٧	٥٤	٢١,١٣١٨٣٦٦٨	٣٤	١١,٢٩٦٠٧٣١٤	١٤
٢٦,٧٧٤٤٢٧٦٤	٥٥	٢١,٤٨٧٢٢٠٠٧	٣٥	١١,٩٣٧٩٣٥٠٩	١٥
٢٦,٩٦٥٤٦٣٧٣	٥٦	٢١,٨٣٢٢٥٢٥٠	٣٦	١٢,٥٦١١٠٢٠٣	١٦
٢٧,١٥٠٩٣٥٦٦	٥٧	٢٢,١٦٧٢٣٥٤٤	٣٧	١٣,١٦٦١١٨٤٧	١٧
٢٧,٣٣١٠٠٥٤٩	٥٨	٢٢,٤٩٢٤٦١٥٩	٣٨	١٣,٧٥٣٥١٣٠٨	١٨
٢٧,٥٠٥٨٣٠٨	٥٩	٢٢,٨٠٨٢١٥١٣	٣٩	١٤,٣٢٣٧٩٩١١	١٩
٢٧,٦٧٥٥٦٣٦٧	٦٠	٢٣,١١٤٧٧١٩٧	٤٠	١٤,٨٧٧٤٧٤٨٦	٢٠

$$\frac{-(\epsilon + 1) - 1}{\epsilon} = \sqrt[n]{-}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{-}$ عند القيم المختلفة لـ n
 $\epsilon = 3.0\%$

$\sqrt[n]{-}$	n	$\sqrt[n]{-}$	n	$\sqrt[n]{-}$	n
٢١,٥٩٩١.٣٧١	٤١	١٤,٦٩٧٩٧٤٢.	٢١	٠,٩٦٦١٨٢٥٧	١
٢١,٨٢٤٨٨٢٨١	٤٢	١٥,١٦٧١٢٤٨٤	٢٢	١,٨٩٩٦٩٤٢٨	٢
٢٢,٠٦٢٦٨٨٧	٤٣	١٥,٦٢.٤١.٤٧	٢٣	٢,٨٠١٦٢٦٩٨	٣
٢٢,٢٨٢٧٩١.٢	٤٤	١٦,٠٥٨٢٦٧٦.	٢٤	٣,٦٧٣.٧٩٢١	٤
٢٢,٤٩٥٤٥.٢٦	٤٥	١٦,٤٨١٥١٤٥٩	٢٥	٤,٥١٥.٥٢٣٨	٥
٢٢,٧٠.٩١٨١٢	٤٦	١٦,٨٩.٣٥٢٢٦	٢٦	٥,٣٢٨٥٥٢.٢	٦
٢٢,٨٩٩٤٣٧٨	٤٧	١٧,٢٨٥٣٦٤٥١	٢٧	٦,١١٤٥٤٣٩٨	٧
٢٣,٠٩١٢٤٤٢٥	٤٨	١٧,٦٦٧.١٨٨٥	٢٨	٦,٨٧٣٩٥٥٥٢	٨
٢٣,٢٧٣٥٦٤٥	٤٩	١٨,٠٣٥٧٦٧.٠	٢٩	٧,٦٠٧٦٨٦٥١	٩
٢٣,٤٥٥٦١٧٨٧	٥٠	١٨,٣٩٢.٤٥٤١	٣٠	٨,٣١٦٦.٥٣٢	١٠
٢٣,٦٢٨٦١٦٣	٥١	١٨,٧٢٦٢٧٥٧٦	٣١	٩,٠٠.١٥٥١.٤	١١
٢٣,٧٩٥٧٦٤٥	٥٢	١٩,٠٦٨٨٦٥٤٧	٣٢	٩,٦٦٣٣٢٤٢٣	١٢
٢٣,٩٥٧٢٦.٤٣	٥٣	١٩,٣٩.٢.٨١٨	٣٣	١٠,٣٠.٢٧٣٨٤٩	١٣
٢٤,١١٣٢٩٥١	٥٤	١٩,٧٠.٦٨٤٢٣	٣٤	١٠,٩٢.٥٢.٢٨	١٤
٢٤,٢٦٤.٥٣٢٣	٥٥	٢٠,٠٠٠.٦٦١١.	٣٥	١١,٥١٧٤١.٩.	١٥
٢٤,٤٠٩٧١٣٢٧	٥٦	٢٠,٢٩.٤٩٣٨١	٣٦	١١٢,٠٩٤١١٦٨١	١٦
٢٤,٥٥.٤٤٧٦	٥٧	٢٠,٥٧.٥٢٥٤٢	٣٧	١٢,٦٥١٣٢.٥٩	١٧
٢٤,٦٨٦٤٢٢٨١	٥٨	٢٠,٨٤١.٨٧٣٦	٣٨	١٣,١٨٩٦٨١٧٣	١٨
٢٤,٨١٧٧٩٩٨	٥٩	٢١,١.٢٤٩٩٨٧	٣٩	١٣,٧.٩٨٣٧٤٢	١٩
٢٤,٩٤٤٧٣٤١	٦٠	٢١,٣٥٥.٧٢٣٤	٤٠	١٤,٢١٢٤.٣٣.	٢٠

$$\frac{1 - (1 + \epsilon)^{-n}}{\epsilon} = \overline{n}^{\epsilon}$$

قيم المقدار \overline{n}^{ϵ} عند القيم المختلفة لـ n
 $\epsilon = 4\%$

\overline{n}^{ϵ}	n	\overline{n}^{ϵ}	n	\overline{n}^{ϵ}	n
19,993.0181	41	14,02910990	21	0,97103846	1
20,18062774	42	14,40111033	22	1,886.9467	2
20,37079444	43	14,80684167	23	2,770.9103	3
20,54884129	44	15,24696314	24	3,72989022	4
22,0039740	45	15,72207994	25	4,40182233	5
20,88460306	46	15,98276918	26	5,24213686	6
21,04293612	47	16,32908050	27	6,00200467	7
21,19013088	48	16,76306322	28	6,72274487	8
21,3414872	49	17,98271463	29	7,43043161	9
21,48218462	50	17,2920333	30	8,11089078	10
21,71748021	51	17,08849306	31	8,76047671	11
21,744708193	52	17,87300100	32	9,38007276	12
21,87376493	53	18,14764067	33	9,98064780	13
21,99290677	54	18,41119773	34	10,06312293	14
22,10871218	55	8,77471223	35	11,11828743	15
22,2198194	56	18,90828190	36	11,70229061	16
22,32674943	57	14207880.319	37	12,17067880	17
22,42906777	58	19,37187423	38	12,70929797	18
22,5284497	59	19,08444848	39	13,13293940	19
22,72348997	60	19,79277288	40	13,09032213	20

$$\frac{-(1 + \epsilon) - 1}{\epsilon} = \frac{1}{\epsilon}$$

قيم المقدار $\frac{1}{\epsilon}$ عند القيم المختلفة لـ ϵ

ϵ	$\frac{1}{\epsilon}$	ϵ	$\frac{1}{\epsilon}$	ϵ	$\frac{1}{\epsilon}$
18,06610949	41	13,40472388	21	0,9069278.	1
18,77304974	42	13,78444247	22	1,87266770	2
18,87421029	43	12,14777489	23	2074896430	3
19,018282.0	44	14,49047827	24	4,0870207.	4
19,10624742	45	14,8282.896	25	4,28991674	5
19,28827.74	46	10,14661140	26	0,10787248	6
19,4147.884	47	10,4012.282	27	0,8927.0.94	7
19,5206.704	48	10,74287201	28	7,090887.7	8
19,70129814	49	17,02188802	29	7,26879.0.	9
19,762.0.778	50	17,2888804	30	7,91271818	10
19,87790.0.3	51	17,04429.90	31	8,02891692	11
19,97922.17	52	17,88889.87	32	9,11808.78	12
20,07624477	53	17,022872.7	33	9,38280242	13
20,10918149	54	17,24670797	34	10,22282028	14
20,248.2.07	55	17,461.124.	35	10,72904072	15
20,322.24.4	56	17,777.4.08	36	11,224.10.0	16
20,41428764	57	17,87222979	37	11,7.719142	17
20,492227.2	58	18,04999.22	38	12,1099918.	18
20,567722.2	59	18,22970072	39	12,09229209	19
20,728.22.4	60	18,40108442	40	12,00792640	20

$$\frac{1 - (1 + \epsilon)^{-n}}{\epsilon} = \sqrt[n]{\frac{1}{1 - \epsilon}}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\frac{1}{1 - \epsilon}}$ عند القيم المختلفة لـ n
 $\epsilon = 0.5\%$

$\sqrt[n]{\frac{1}{1 - \epsilon}}$	n	$\sqrt[n]{\frac{1}{1 - \epsilon}}$	n	$\sqrt[n]{\frac{1}{1 - \epsilon}}$	n
17,29437797	41	12,82110271	21	0,90238.90	1
17,4232.708	42	12,163.0.208	22	1,80941.42	2
17,04091198	43	12,48807288	23	2,722248.3	3
17,16277231	44	12,79874179	24	2,04090.00	4
17,774.7982	40	14,09294407	20	4,22947774	0
17,88.0.760	46	14,2701803.	26	0,70692.7	6
17,981.1071	47	14,643.2262	27	0,7872724.	7
18,07710782	48	14,89812726	28	7,47321276	8
118,16872172	49	10,141.7208	29	7,10782178	9
18,20092047	00	10,2774401.3	30	7,72172492	10
18,22897772	01	10,09281.00	31	8,2.741422	11
18,418.7298	02	10,8.26777	32	8,87320174	12
18,4934.284	03	17,0.204921	33	9,29207299	13
18,06014007	04	17,1929.4.1	34	9,89874.92	14
18,12247197	00	17,27419429	30	10,279608.4	10
18,19804472	06	17,04780171	36	10,82777907	16
18,76.01879	07	17,71128724	37	11,274.7720	17
18,8190417	08	17,878892711	38	11,7890879.	18
18,870704	09	17,0.17.4.77	39	12,0822.87	19
18,92788902	10	17,109.8730	40	12,47221.24	20

$$\frac{-(1 + \epsilon) - 1}{\epsilon} = \bar{n}$$

قيم المقدار \bar{n} عند القيم المختلفة لـ n
 $\epsilon = 0.5\%$

\bar{n}	n	\bar{n}	n	\bar{n}	n
17,10847416	41	12,270244.6	21	0,9478773.	1
17,2629992	42	12,08217973	22	1,84731971	2
17,372.3242	43	12,870.4239	23	2,79793398	3
17,40780.73	44	13,10179890	24	3,0010.12	4
17,04772072	45	13,41392776	25	4,27.28448	5
117,73291027	46	13,77249041	26	4,99002.21	6
17,71377387	47	13,898.9991	27	0,78297712	7
17,79.2.271	48	14,12142172	28	7,33407099	8
17,86270129	49	14,3331.117	29	7,90219020	9
17,9310179	50	14,03974017	30	7,03772083	10
17,99779943	51	14,723929.7	31	8,09202732	11
17,00848287	52	14,90.419817	32	8,78801780	12
17,117.4028	53	10,070.7937	33	9,117.7802	13
17,17200487	54	10,227.3207	34	9,0897479.	14
17,22017.48	55	10,39.0022.	35	10,03708.94	15
17,270.4311	56	10,037.7843	36	10,472172.3	16
17,32231070	57	10,77399801	37	10,8747.807	17
17,37712393	58	108.473793	38	11,24,7.7447	18
17,40.909714	59	10,92877104	39	11,7.770302	19
17,44980416	60	27,0.4712479	40	11,90.38248	20

$$\frac{-(\varepsilon + 1) - 1}{\varepsilon} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ n
 $\varepsilon = 6\%$

$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n
10,128.1092	41	11,764.7772	21	0,94329672	1
10,221.04222	42	12,041.04172	22	1,82229274	2
10,307.717294	43	12,202.227898	23	2,775.1190	3
10,382182.2	44	12,00.20702	24	2,4601.061	4
10,400822.9	45	12,78220617	25	4,21226279	5
10,0243799	46	12,00.217719	26	4,91722422	6
10,089.2821	47	22,21.02414	27	0,08228144	7
10,700.2771	48	12,4.717428	28	7,2.979281	8
10,7.707227	49	12,09.721.2	29	7,8.179227	9
10,77187.74	50	12,77482110	30	7,76.087.0	10
10,813.77.7	51	12,929.8099	31	7,88787408	11
10,87129202	52	14,08.4229	32	8,28284294	12
10,9.7974.8	53	14,22.22971	33	8,80278297	13
10,94997004	54	14,27814114	34	9,79498292	14
10,99.04297	55	14,49824737	35	9,7124899	15
17,02881412	56	14,72.98712	36	10,1089027	16
117,7491898	57	14,70.2778.21	37	10,17720979	17
17,0898.17	58	14,847.1917	38	10,8276.248	18
17,12111227	59	14,949.7478	39	11,10811749	19
17,17142771	60	10,0.4729787	40	11,47992122	20

$$\frac{-(\epsilon + 1) - 1}{\epsilon} = \sqrt{u}$$

قيم المقدار \sqrt{n} عند القيم المختلفة لـ n
 $\epsilon = 6.0\%$

\sqrt{n}	n	\sqrt{n}	n	\sqrt{n}	n
11,22110199	41	11,28498222	21	0,92896714	1
11,29216149	42	11,02019062	22	1,82.72742	2
11,208827.8	43	11,77.12722	23	2,64847001	3
11,42144222	44	11,99.72871	24	3,4207987.	4
11,47.22812	45	12,19787722	25	4,10067944	5
11,02042050	46	12,29227201	26	4,841.1206	6
11,08720422	47	12,07499766	27	5,48401977	7
11,62091946	48	12,74647668	28	6,08850.96	8
11,68161401	49	12,9.748984	29	6,6061.419	9
11,77402.67	50	13,00817091	30	7,18882.22	10
11,7648.814	51	13,2.0.72460	31	7,689.4246	11
11,8.262750	52	13,22292920	32	8,10872022	12
11,82810608	53	13,409.880.	33	8,099742.8	13
11,8710.802	54	13,0766.892	34	9,01284222	14
11,9.78249	55	13,68690672	35	9,4.266880	15
11,92222996	56	13,79.0697.	36	9,76776418	16
11,90984.22	57	13,88780887	37	10,11.0767.	17
11,98076007	58	13,97921.21	38	10,322.46628	18
110,0.1.1.802	59	14,0.7498711	39	10,72471.22	19
10,0.2296044	60	14,13007687	40	11,0.280.720	20

$$\frac{1 - (1 + \epsilon)^{-n}}{\epsilon} = \overline{N}^d$$

قيم المقدار \overline{N}^d عند القيم المختلفة لـ ϵ
 $\epsilon = 7\%$

\overline{N}^d	ن	\overline{N}^d	ن	\overline{N}^d	ن
12,29412.41	41	10,82002722	21	0,92407944	1
12,40244898	42	11,07124.00	22	1,80801817	2
12,50766167	43	11,27218728	23	2,724316.4	3
12,50079.81	44	11,479224.00	24	3,28721127	4
12,60002109	45	11,60208218	25	4,10019744	5
12,60002.18	46	11,82077867	26	4,76602967	6
12,6916.764	47	11,9877.9.4	27	5,2892894.0	7
12,72.47442	48	12,12711120	28	5,97129801	8
12,76679802	49	12,277674.7	29	6,01022220	9
12,80074629	50	12,409.4118	30	7,02208104	10
12,82247217	51	12,52181419	31	7,49874734	11
12,87212447	52	12,64600022	32	7,9427872.0	12
12,88982092	53	12,70279.0.2	33	8,20760.74	13
12,91072402	54	12,804.0.927	34	8,74047799	14
12,92992881	55	12,9476722.0	35	9,107914.1	15
12,96200974	56	12,0202.776	36	9,4477487.0	16
12,9827.0.09	57	12,117.166.0	37	9,76222299	17
13,0024080	58	12,19247240	38	10,009.8791	18
13,0219782	59	12,26492847	39	10,22009024	19
13,0418110	60	12,3217.884	40	10,094.1420	20

$$\frac{-(\epsilon + 1) - 1}{\epsilon} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ ن

$$\epsilon = 7.0\%$$

$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن	$\sqrt[n]{\quad}$	ن
١٢,٦٤٥٩٦١٥٥	٤١	١٠,٤١٣٤٨.٢٢	٢١	٠,٩٢.٢٣٢٥٦	١
١٢,٦٩٣٩١٧٧٢	٤٢	١٠,٦١٧١٩١.١	٢٢	١,٧٩٥٥٦٥١٧	٢
١٢,٧٣٨٥٢٨١١	٤٣	١٠,٨٠٦٦٨٩٢١	٢٣	٢,٦٠.٥٢٥٧٤	٣
١٢,٧٨٠.٢٦١٥	٤٤	١٠,٩٨٢٩٦٦٨.	٢٤	٣,٣٤٩٣٦٦٢٧	٤
١٢,٨١٨٦٢٨٩٨	٤٥	١١,١٤٦٩٤٥٨٦	٢٥	٤,٠٤٥٨٨٤٩٠	٥
١٢,٨٥٤٥٢٨٥٨	٤٦	١١,٢٩٩٤٨٤٥٢	٢٦	٤,٦٩٣٨٤٦٤٢	٦
١٢,٨٨٧٩٤٢٨٧	٤٧	١١,٤٤١٣٨.٩٥	٢٧	٥,٢٩٦٦.١٣٢	٧
١٢,٩١٩.١٦٦٢	٤٨	١١,٥٧٣٣٧٧٦٣	٢٨	٥,٨٥٧٢.٣٥٥	٨
١٢,٩٤٧٩٢٢٤٤	٤٩	١١,٦٩٦١٦٥٢٤	٢٩	٦,٢٧٨٨٨٧.٢	٩
١٢,٩٧٤٨١١٥٧	٥٠	١١,٨١.٣٨٦٢٧	٣٠	٦,٨٦٤.٨.٩٦	١٠
١٢,٩٩٩٨٢٤٧٢	٥١	١١,٩١٦٦٣٨٢٩	٣١	٧,٣١٥٤٣٤١٥	١١
١٣,٠٢٣.٩٢٧٦	٥٢	١٢,٠١٥٤٧٧٥٧	٣٢	١,٧٣٥٢٧٨٢٧	١٢
١٣,٠٤٤٧٣٧٤٥	٥٣	١٢,١٠٧٤٢.٩٩	٣٣	٨,١٢٥٨٤.٢٦	١٣
١٣,٠٦٤٨٧٢.٥	٥٤	١٢,١٩٢٩٤٩٧٦	٣٤	٨,٤٨٩١٥٣٧٢	١٤
١٣,٠٨٣٦.١٩	٥٥	١٢,٢٧٢٥١١٤١	٣٥	٨,٨٢٧١١٩١٥	١٥
١٠.١.٢٥.٣٢١٣	٥٦	١٢,٣٤٦٥٢٢٢٤	٣٦	٩,١٤١٥.٦٧٤	١٦
١٣,١١٧٢٣٢٥٨	٥٧	١٢,٤١٥٢٦٩٥٢	٣٧	٩,٤٣٣٩٥٩٧٦	١٧
١٣,١٣٢٣.٩٣٨	٥٨	١٢,٤٧٩٤١٣٥١	٣٨	٩,٧.٦.٠.٩.٨	١٨
١٣,١٤٦٣٣٤٣١	٥٩	١٢,٥٣٨٩٨٩٢١	٣٩	٩,٩٥٩.٧٨٢١	١٩
١٣,١٥٩٣٨.٧٥	٦٠	١٢,٥٩٤٤.٨٦٦	٤٠	١٠,١٩٤٤٩١٣٦	٢٠

$$\frac{1 - (1 + \epsilon)^{-n}}{\epsilon} = \sqrt[n]{\frac{1}{1 - \epsilon}}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\frac{1}{1 - \epsilon}}$ عند القيم المختلفة لـ n
 $\epsilon = 8\%$

$\sqrt[n]{\frac{1}{1 - \epsilon}}$	n	$\sqrt[n]{\frac{1}{1 - \epsilon}}$	n	$\sqrt[n]{\frac{1}{1 - \epsilon}}$	n
11,96722467	41	10,01680316	21	0,92092092	1
12,00669867	42	10,20074366	22	1,78227470	2
10,04222901	43	10,37100890	23	2,07709699	3
12,07707362	44	10,01870828	24	2,21212682	4
12,108010	45	10,80997790	25	2,99271004	5
12,1274088	46	10,92016277	26	4,22287966	6
12,16226741	47	11,00107829	27	0,20637006	7
12,18912749	48	11,10840601	28	0,74663894	8
12,21216341	49	11,20778234	29	1,24688791	9
12,22248464	50	11,24979939	30	1,71008140	10
12,20222702	51	11,01288827	31	7,12896246	11
12,27100604	52	111,08792367	32	7,02607802	12
12,28823102	53	11,60406822	33	7,90377094	13
12,30410327	54	11,71719279	34	8,24423698	14
12,31871412	55	11,77017801	35	8,0047879	15
12,322000112	56	11,82886899	36	8,80126916	16
12,34449080	57	111,87808240	37	9,12163811	17
12,35601000	58	11,828879	38	9,37188714	18
12,366676	59	11,8780824	39	9,6009920	19
12,3760018	60	11,9246127	40	9,81814741	20

$$\frac{d - (e + 1)}{e} = \sqrt[n]{d}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{d}$ عند القيم المختلفة لـ n

$$e = 8.5\%$$

$\sqrt[n]{d}$	n	$\sqrt[n]{d}$	n	$\sqrt[n]{d}$	n
11,34974433	41	9,64372821	21	0,92160899	1
11,38229339	42	9,80979009	22	1,77111427	2
11,41220197	43	9,96294024	23	2,00402237	3
11,43987307	44	10,10409700	24	2,27009777	4
11,46531200	45	10,23419078	25	2,94074208	5
11,48876787	46	10,35409288	26	4,00308717	6
11,5102842	47	10,46460174	27	5,11801302	7
11,529030802	48	10,56640221	28	5,73918297	8
11,545877099	49	10,66022004	29	6,11907474	9
11,56009028	50	10,74682282	30	6,07124807	10
11,5811929	51	10,82608416	31	6,96898439	11
11,599007041	52	10,90007707	32	7,24478707	12
11,60882077	53	10,96781242	33	7,79090490	13
11,62102287	54	11,03024279	34	8,01009778	14
11,63222887	55	11,08778137	35	8,20422708	15
11,64277208	56	11,14081232	36	8,07022220	16
11,6522211	57	11,18938878	37	8,82019194	17
11,66103012	58	11,23477720	38	9,00047644	18
11,6691068	59	11,27620407	39	9,27772022	19
11,67676221	60	11,31450234	40	9,47322771	20

$$\frac{-(1 + \epsilon) - 1}{\epsilon} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ n
 $\epsilon = 1\%$

$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n
10,78606899	41	9,29224373	21	0,91743119	1
10,81236604	42	9,44242044	22	1,70911119	2
10,83790000	43	9,58020683	23	2,03129467	3
10,86000004	44	9,70661177	24	2,23971988	4
10,88119729	45	9,82207970	25	2,48960127	5
10,900181	46	9,92897211	26	2,68091809	6
10,91709720	47	10,02607992	27	0,02290284	7
10,93207047	48	10,11612837	28	0,02481911	8
10,94823437	49	10,19424291	29	0,99024689	9
10,9616829	50	10,27270404	30	7,81760770	10
10,97402101	51	10,34280187	31	7,80019000	11
10,97402101	51	10,40624020	32	7,17072028	12
10,98024038	52	10,46444070	33	7,48790392	13
11,00020244	54	10,01782041	34	7,78710039	14
11,01299303	55	10,06682148	35	8,06068843	15
11,02202290	56	10,11176282	36	8,31200819	16
11,02936876	57	10,15299342	37	8,04373137	17
11,03611813	58	11,19081970	38	8,70062011	18
11,04230121	59	10,72002271	39	8,90011478	19
11,04799102	60	12,70737020	40	9,12804077	20

$$\frac{-(\epsilon + 1) - 1}{\epsilon} = \sqrt[n]{\quad}$$

قيم المقدار $\sqrt[n]{\quad}$ عند القيم المختلفة لـ n
 $\epsilon = 9.5\%$

$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n	$\sqrt[n]{\quad}$	n
10,27140824	41	8,8217827	21	0,91324201	1
10,29307917	42	8,94040068	22	1,66602639	2
10,31377118	43	9,07098042	23	2,398.7813	3
10,3322.200	44	9,19072747	24	3,0692.83.	4
10,3490.4343	45	9,3067.173	25	3,68493278	5
10,36442322	46	9,40639463	26	4,24981761	6
10,3784687	47	9,49887019	27	4,768.7.08	7
10,39129061	48	9,5827.006	28	5,24301280	8
10,4030.969	49	9,66103117	29	5,6797.708	9
10,4137.748	50	9,73293041	30	6,0988624	10
10,42347710	51	9,79844388	31	6,447.2263	11
10,43229923	52	9,85804340	32	6,78284000	12
10,44040474	53	9,91378.07	33	7,09280630	13
10,44798884	54	9,96427013	34	7,37730300	14
10,45507828	55	10,01077298	35	7,63743167	15
10,46169884	56	10,05224899	36	7,870.0013	16
10,46776073	57	10,0923.900	37	8,09397707	17
10,47318323	58	10,12814493	38	8,2948.274	18
10,47790700	59	10,1610.2142	39	8,479.0711	19
10,48208774	60	10,19118334	40	8,648.9090	20

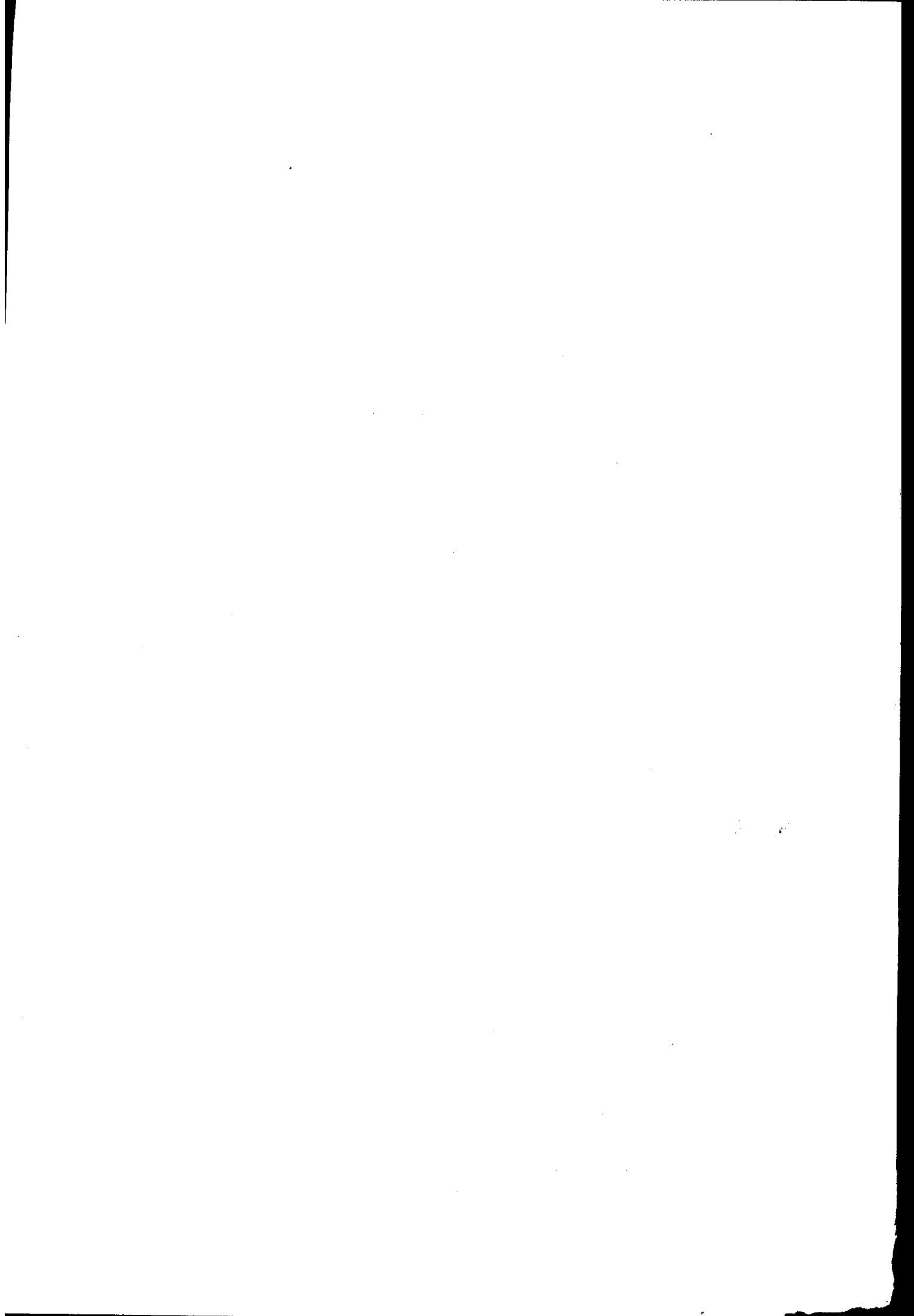
$$\frac{1 - (1 + \epsilon)^{-n}}{\epsilon} = \overline{n}$$

قيم المقدار \overline{n} عند القيم المختلفة لـ n
 $\epsilon = 10\%$

\overline{n}	n	\overline{n}	n	\overline{n}	n
1,799137.17	41	8,74879429	21	0,9.9.9.91	1
1,817397288	42	8,77104.26	22	1,72003719	2
1,83399704	43	8,88211842	23	2,48780199	3
1,849.88764	44	8,984744.2	24	3,17987040	4
1,8628.788	45	9,077.4.0.2	25	3,79.78777	5
1,870279891	46	9,16.94047	26	4,30026.7.	6
1,887718.83	47	9,23722313	27	4,87841882	7
1,89792003	48	9,3.707601	28	5,3349262.	8
1,9.729094	49	9,3797.091	29	5,709.2382	9
1,914814487	50	9,47914447	30	6,14407711	10
1,92200873	51	9,579.1310	31	6,690.71.1	11
1,92909870	52	9,07737009	32	7,11379182	12
1,93099887	53	9,07942237	33	7,1.23072.	13
1,941817149	54	9,7807487	34	7,77788747	14
1,9471.7499	55	9,74410897	35	7,7.7.7901	15
1,951914999	56	9,7760.816	36	7,8227.874	16
1,957287373	57	9,7.091701	37	8,0100331	17
1,96.26.33	58	9,72260137	38	8,2.13121.	18
1,973873 27	59	9,70790079	39	8,37492.0.9	19
1,977107297	60	9,779.0.72	40	8,01307372	20

ملحق رقم (5)

الجداول المالية



ن	(ع + ١)	$\frac{1}{(ع + ١)^2}$	$\frac{1}{ع} + \frac{1}{ع + ١}$	$\frac{1}{ع}$	$\frac{1}{ع^2}$
١	١.١.....	٠.٩٩..٩٩.	١.٠.....	١.٠.....	١.٠.....
٢	١.٢.....	٠.٩٨.٢٩٦١	٢.٠.....	١.٩٧.٢٩..	٠.٥٠٧٥١٢٧
٣	١.٣.....	٠.٩٧.٥٩.٣	٣.٠.....	٢.٩٤.٩٨٥٢	٠.٢٤٠٠٢٢١
٤	١.٤.....	٠.٩٦.٩٧٩٩	٤.٠.....	٣.٩١.٩٦٦٥	٠.٢٥٦٢٨١١
٥	١.٥.....	٠.٩٥١٤٦٥٦	٥.٠.....	٤.٨٥٢٤٢١٢	٠.٢٠٦.٢٩٨
٦	١.٦.....	٠.٩٤٢.٤٢٦	٦.٠.....	٥.٧٩٥٤٧٦٥	٠.١٧٢٥٤٨٤
٧	١.٧.....	٠.٩٣٢٧١٨.	٧.٠.....	٦.٧٢٨١٩٤٥	٠.١٤٨٦٢٨٢
٨	١.٨.....	٠.٩٢٤٤٨٢٢	٨.٠.....	٧.٦٥١٦٧٧٨	٠.١٢.٦٩.٢
٩	١.٩.....	٠.٩١٤٢٢٩٨	٩.٠.....	٨.٥٦٦.١٧٦	٠.١١٦٧٤.٤
١٠	١.١.....	٠.٩٠٢٨٧.	١٠.٠.....	٩.٤٧١٢.٤٥	٠.١٠٥٥٨٢١
١١	١.١.....	٠.٨٩٦٢٢٢٧	١١.٠.....	١٠.٣٦٧١٢٨٢	٠.٠٩٦٤٥٤١
١٢	١.١.....	٠.٨٨٧٤٤٩٢	١٢.٠.....	١١.٢٥٥.٧٧٥	٠.٠٨٨٨٤٨٨
١٣	١.١.....	٠.٨٧٨٦٦٢٦	١٣.٠.....	١٢.١٢٢٧٤.١	٠.٠٨٢٤١٤٨
١٤	١.١.....	٠.٨٦٩٩٦٢.	١٤.٠.....	١٣.٠٠٢٧.٢.	٠.٠٧٦٩.١٢
١٥	١.١.....	٠.٨٦١١٢٤٩	١٥.٠.....	١٣.٨٦٥.٥٢٥	٠.٠٧٢١٢٣٨
١٦	١.١.....	٠.٨٥٢٨٢١٢	١٦.٠.....	١٤.٧١٧٨٧٢٨	٠.٠٦٧٤٤٤٦
١٧	١.١.....	٠.٨٤٤٢٧٧٥	١٧.٠.....	١٥.٥٦٢٢٥١٢	٠.٠٦٤٢٥٨١
١٨	١.١.....	٠.٨٣٦.١٧٢	١٨.٠.....	١٦.٣٩٨٢٢٨١	٠.٠٦.١٨٢١
١٩	١.١.....	٠.٨٢٧٧٢٩٩	١٩.٠.....	١٧.٢٢٦.٠٨٥	٠.٠٥٨.٥١٨
٢٠	١.١.....	٠.٨١٩٥٤٤٥	٢٠.٠.....	١٨.٠٤٥٥٥٢.	٠.٠٥٤١٥٢
٢١	١.١.....	٠.٨١١٤٢.٢	٢١.٠.....	١٨.٨٥٦٩٨٢١	٠.٠٥٢.٢.٨
٢٢	١.١.....	٠.٨٠٣٢٩٦٢	٢٢.٠.....	١٩.٦٦.٢٧١٢	٠.٠٥٠.٨٦٢
٢٣	١.١.....	٠.٧٩٥٤٤١٨	٢٣.٠.....	٢٠.٤٥٥٨٢١١	٠.٠٤٨٨٥٨
٢٤	١.١.....	٠.٧٨٧٥٦٦١	٢٤.٠.....	٢١.٢٤٢٢٨٧٢	٠.٠٤٧.٧٢٥
٢٥	١.١.....	٠.٧٧٩٧٦٨٤	٢٥.٠.....	٢٢.٠٢٢٤٥٥٧	٠.٠٤٥٤.٦٨

ع - ٢ %

ن	(ع - ١) %	ع - ٢ %	ن + ٢ %	ن %	ن %
١	١.٠٠٠٠٠٠	١.٠٠٠٠٠٠	١.٠٠٠٠٠٠	١.٠٠٠٠٠٠	١.٠٠٠٠٠٠
٢	١.٠٢٠٠٠٠	١.٠٤٠٤٠٤	٢.٠٤٠٤٠٤	٢.٠٤٠٤٠٤	٢.٠٤٠٤٠٤
٣	١.٠٦٠٦٠٦	١.٠٨٢٤٣٢	٣.٠٨٢٤٣٢	٣.٠٨٢٤٣٢	٣.٠٨٢٤٣٢
٤	١.٠٨٢٤٣٢	١.١٢٦٦٦٦	٤.١٢٦٦٦٦	٤.١٢٦٦٦٦	٤.١٢٦٦٦٦
٥	١.١٠٤٨٨٨	١.١٧٢٤٤٤	٥.١٧٢٤٤٤	٥.١٧٢٤٤٤	٥.١٧٢٤٤٤
٦	١.١٢٦٦٦٦	١.٢٢٠٠٠٠	٦.٢٢٠٠٠٠	٦.٢٢٠٠٠٠	٦.٢٢٠٠٠٠
٧	١.١٤٨٨٨٨	١.٢٦٨٨٨٨	٧.٢٦٨٨٨٨	٧.٢٦٨٨٨٨	٧.٢٦٨٨٨٨
٨	١.١٧٢٤٤٤	١.٣٢٠٠٠٠	٨.٣٢٠٠٠٠	٨.٣٢٠٠٠٠	٨.٣٢٠٠٠٠
٩	١.١٩٦٠٠٠	١.٣٧٢٠٠٠	٩.٣٧٢٠٠٠	٩.٣٧٢٠٠٠	٩.٣٧٢٠٠٠
١٠	١.٢١٨٨٨٨	١.٤٢٠٠٠٠	١٠.٤٢٠٠٠٠	١٠.٤٢٠٠٠٠	١٠.٤٢٠٠٠٠
١١	١.٢٤٢٠٠٠	١.٤٦٨٨٨٨	١١.٤٦٨٨٨٨	١١.٤٦٨٨٨٨	١١.٤٦٨٨٨٨
١٢	١.٢٦٨٨٨٨	١.٥٢٠٠٠٠	١٢.٥٢٠٠٠٠	١٢.٥٢٠٠٠٠	١٢.٥٢٠٠٠٠
١٣	١.٢٩٦٠٠٠	١.٥٦٨٨٨٨	١٣.٥٦٨٨٨٨	١٣.٥٦٨٨٨٨	١٣.٥٦٨٨٨٨
١٤	١.٣٢٠٠٠٠	١.٦٢٠٠٠٠	١٤.٦٢٠٠٠٠	١٤.٦٢٠٠٠٠	١٤.٦٢٠٠٠٠
١٥	١.٣٤٢٠٠٠	١.٦٦٨٨٨٨	١٥.٦٦٨٨٨٨	١٥.٦٦٨٨٨٨	١٥.٦٦٨٨٨٨
١٦	١.٣٦٨٨٨٨	١.٧٢٠٠٠٠	١٦.٧٢٠٠٠٠	١٦.٧٢٠٠٠٠	١٦.٧٢٠٠٠٠
١٧	١.٣٩٦٠٠٠	١.٧٦٨٨٨٨	١٧.٧٦٨٨٨٨	١٧.٧٦٨٨٨٨	١٧.٧٦٨٨٨٨
١٨	١.٤٢٠٠٠٠	١.٨٢٠٠٠٠	١٨.٨٢٠٠٠٠	١٨.٨٢٠٠٠٠	١٨.٨٢٠٠٠٠
١٩	١.٤٦٨٨٨٨	١.٨٦٨٨٨٨	١٩.٨٦٨٨٨٨	١٩.٨٦٨٨٨٨	١٩.٨٦٨٨٨٨
٢٠	١.٥٢٠٠٠٠	١.٩٢٠٠٠٠	٢٠.٩٢٠٠٠٠	٢٠.٩٢٠٠٠٠	٢٠.٩٢٠٠٠٠
٢١	١.٥٦٨٨٨٨	١.٩٦٨٨٨٨	٢١.٩٦٨٨٨٨	٢١.٩٦٨٨٨٨	٢١.٩٦٨٨٨٨
٢٢	١.٥٦٨٨٨٨	١.٩٦٨٨٨٨	٢٢.٩٦٨٨٨٨	٢٢.٩٦٨٨٨٨	٢٢.٩٦٨٨٨٨
٢٣	١.٥٦٨٨٨٨	١.٩٦٨٨٨٨	٢٣.٩٦٨٨٨٨	٢٣.٩٦٨٨٨٨	٢٣.٩٦٨٨٨٨
٢٤	١.٥٦٨٨٨٨	١.٩٦٨٨٨٨	٢٤.٩٦٨٨٨٨	٢٤.٩٦٨٨٨٨	٢٤.٩٦٨٨٨٨
٢٥	١.٥٦٨٨٨٨	١.٩٦٨٨٨٨	٢٥.٩٦٨٨٨٨	٢٥.٩٦٨٨٨٨	٢٥.٩٦٨٨٨٨

١	٢	٣	٤	٥	٦
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	\sqrt{x}	$\sqrt[3]{x}$	$\frac{1}{x}$	$(1+x)^n$	n
1.00	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1
0.995012	0.997506	0.997506	0.995012	1.005012	2
0.990025	0.995012	0.995012	0.990025	1.010025	3
0.985037	0.992506	0.992506	0.985037	1.015037	4
0.980050	0.990012	0.990012	0.980050	1.020050	5
0.975062	0.987506	0.987506	0.975062	1.025062	6
0.970075	0.985012	0.985012	0.970075	1.030075	7
0.965087	0.982506	0.982506	0.965087	1.035087	8
0.960100	0.980012	0.980012	0.960100	1.040100	9
0.955112	0.977506	0.977506	0.955112	1.045112	10
0.950125	0.975012	0.975012	0.950125	1.050125	11
0.945137	0.972506	0.972506	0.945137	1.055137	12
0.940150	0.970012	0.970012	0.940150	1.060150	13
0.935162	0.967506	0.967506	0.935162	1.065162	14
0.930175	0.965012	0.965012	0.930175	1.070175	15
0.925187	0.962506	0.962506	0.925187	1.075187	16
0.920200	0.960012	0.960012	0.920200	1.080200	17
0.915212	0.957506	0.957506	0.915212	1.085212	18
0.910225	0.955012	0.955012	0.910225	1.090225	19
0.905237	0.952506	0.952506	0.905237	1.095237	20
0.900250	0.950012	0.950012	0.900250	1.100250	21
0.895262	0.947506	0.947506	0.895262	1.105262	22
0.890275	0.945012	0.945012	0.890275	1.110275	23
0.885287	0.942506	0.942506	0.885287	1.115287	24
0.880300	0.940012	0.940012	0.880300	1.120300	25
0.875312	0.937506	0.937506	0.875312	1.125312	26
0.870325	0.935012	0.935012	0.870325	1.130325	27
0.865337	0.932506	0.932506	0.865337	1.135337	28
0.860350	0.930012	0.930012	0.860350	1.140350	29
0.855362	0.927506	0.927506	0.855362	1.145362	30

ع - ٤ %

ن	(ع. ١)	$\frac{1}{\sqrt[n]{x}}$	$\sqrt[n]{x}$	$\sqrt[n]{x} + 1$	$\sqrt[n]{x} - 1$
١	١,٠٤٠٠٠٠	٠,٩٦١٥٣٨٥	١,٠٠٠٠٠٠	٠,٩٦١٥٣٨٥	١,٠٤٠٠٠٠
٢	١,٠٨١٦...	٠,٩٢٤٥٥٦٢	٢,٠٤٠٠٠٠	٠,٩٢٤٥٥٦٢	١,٠٨١٦...
٣	١,١٢٤٨٦٤	٠,٨٨٨٩٩٦٤	٣,١٢١٦...	٠,٨٨٨٩٩٦٤	١,١٢٤٨٦٤
٤	١,١٦٩٨٥٨٦	٠,٨٥٤٨٠٤٢	٤,٢٤٦٤٦٤	٠,٨٥٤٨٠٤٢	١,١٦٩٨٥٨٦
٥	١,٢١٦٦٥٢٩	٠,٨٢١٩٢٧١	٥,٤١٦٢٢٢٦	٠,٨٢١٩٢٧١	١,٢١٦٦٥٢٩
٦	١,٢٦٥٢١٩	٠,٧٩٠٣١٤٥	٦,٦٢٢٩٧٥٥	٠,٧٩٠٣١٤٥	١,٢٦٥٢١٩
٧	١,٣١٥٩٢١٨	٠,٧٥٩٩١٧٨	٧,٨٩٨٢٩٤٥	٠,٧٥٩٩١٧٨	١,٣١٥٩٢١٨
٨	١,٣٦٨٥٦٩١	٠,٧٣٠٦٩٠٢	٩,٢١٤٢٢٦٢	٠,٧٣٠٦٩٠٢	١,٣٦٨٥٦٩١
٩	١,٤٢٢٢١١٨	٠,٧٠٢٥٨١٧	١٠,٥٨٢٧٩٥٢	٠,٧٠٢٥٨١٧	١,٤٢٢٢١١٨
١٠	١,٤٨٠٢٤٤٢	٠,٦٧٥٥٦٤٢	١٢,٠٠٠٠٠٠	٠,٦٧٥٥٦٤٢	١,٤٨٠٢٤٤٢
١١	١,٥٣٩٤٥٤١	٠,٦٤٩٥٨٠٩	١٣,٤٨٦٢٥١٤	٠,٦٤٩٥٨٠٩	١,٥٣٩٤٥٤١
١٢	١,٦٠٠٠٠٠٠	٠,٦٢٤٥٩٧١	١٥,٠٠٠٠٠٠	٠,٦٢٤٥٩٧١	١,٦٠٠٠٠٠٠
١٣	١,٦٦٥٠٧٢٥	٠,٦٠٠٠٧٤١	١٦,٦٢٢٢٢٧٧	٠,٦٠٠٠٧٤١	١,٦٦٥٠٧٢٥
١٤	١,٧٣١٦٧٦٥	٠,٥٧٧٤٧٥١	١٨,٢٩٩٩١١٢	٠,٥٧٧٤٧٥١	١,٧٣١٦٧٦٥
١٥	١,٨٠٠٠٠٠٠	٠,٥٥٥٢٦٤٥	٢٠,٠٠٠٠٠٠	٠,٥٥٥٢٦٤٥	١,٨٠٠٠٠٠٠
١٦	١,٨٧٢٩٨١٢	٠,٥٣٢٩٠٨٢	٢١,٨٢٤٥٢١١	٠,٥٣٢٩٠٨٢	١,٨٧٢٩٨١٢
١٧	١,٩٤٧٩٠٠٠	٠,٥١٢٢٢٧٢	٢٣,٦٩٧٥١٢٤	٠,٥١٢٢٢٧٢	١,٩٤٧٩٠٠٠
١٨	٢,٠٢٥٨١٦٥	٠,٤٩٢٦٢٨١	٢٥,٦٤٥٤١٢٩	٠,٤٩٢٦٢٨١	٢,٠٢٥٨١٦٥
١٩	٢,١٠٦٨٤٩٢	٠,٤٧٤٦٤٤٤	٢٧,٦٧١٢٢٩٤	٠,٤٧٤٦٤٤٤	٢,١٠٦٨٤٩٢
٢٠	٢,١٩١١٢٢١	٠,٤٥٦٢٨٦٩	٢٩,٧٧٨٠٧٨٦	٠,٤٥٦٢٨٦٩	٢,١٩١١٢٢١
٢١	٢,٢٧٨٧٢١١	٠,٤٣٨٨٢٢٦	٣١,٩٦٩٢٠١٧	٠,٤٣٨٨٢٢٦	٢,٢٧٨٧٢١١
٢٢	٢,٣٦٩٩١٨٨	٠,٤٢١٩٥٥٤	٣٤,٢٤٧٩٦٩٨	٠,٤٢١٩٥٥٤	٢,٣٦٩٩١٨٨
٢٣	٢,٤٦٤٧١٥٥٤	٠,٤٠٥٧٢٢٣	٣٦,٦١٧٨٨٨٦	٠,٤٠٥٧٢٢٣	٢,٤٦٤٧١٥٥٤
٢٤	٢,٥٦٢٢٠٤٢	٠,٣٩٠١٢٦٥	٣٩,٠٨٢٦٠٤١	٠,٣٩٠١٢٦٥	٢,٥٦٢٢٠٤٢
٢٥	٢,٦٦٥٨٢٦٢	٠,٣٧٥١١٦٨	٤١,٦٤٥٩,٨٢	٠,٣٧٥١١٦٨	٢,٦٦٥٨٢٦٢

١	٢	٣	٤	٥	٦
$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
١,٠٠٠٠٠٠	٠,٩٠٢٢٨١	١,٠٠٠٠٠٠	٠,٩٠٢٢٨١	١,٠٠٠٠٠٠	١
٠,٠٣٧٨.٤٩	١,٨٠٩٤١.٤	٢,٠٠٠٠٠٠	٠,٩٠٧.٥٩٥	١,٠٠٠٠٠٠	٢
٠,٢٦٧٢.٨٦	٢,٧٢٢٢٤٨	٢,١٥٢٥٠٠٠	٠,٨١٢٨٢٧٦	١,١٥٧٦٢٥	٣
٠,٢٨٢.١١٨	٢,٥٤٥٩٥.٥	٤,٢١.١٢٥	٠,٨٢٢٧.٢٥	١,٢١٥٥.٦٢	٤
٠,٢٢.٩٧٤٨	٤,٢٢٩٤٧٧	٥,٠٢٥٦٣١٢	٠,٧٨٢٥٢٦٢	١,٢٧٦٨٤٥٦	٥
٠,١٩٧.١٧٥	٥,٠٧٥٦١٢١	٦,٨.١٩١٢٨	٠,٧٤٦٢١٥٤	١,٢٤٠٠.٩٥٦	٦
٠,١٧٢٨١٩٨	٥,٧٨٦٢٧٢٤	٨,١٤٢.٠٨٥	٠,٧١.٦٨١٢	١,٤.٧١.٠٤	٧
٠,١٥٤٧٢١٨	٦,٤٦٢٢١٢٨	٩,٥٤٩١.٨٩	٠,٦٧٨٢٩٤	١,٤٧٧٥٥٤٤	٨
٠,١٤.٦٩.١	٧,١.٧٨٢١٧	١١,٠٢٦٥٦٢٢	٠,٦٤٤٦.٨٩	١,٥٥١٢٢٨٢	٩
٠,١٢٩٥.٤٦	٧,٧٢١٧٢٤٩	١٢,٥٧٧٨٩٢٥	٠,٦١٢٩١٢٢	١,٦٢٨٨٩٤٦	١٠
٠,١٢.٢٨٨٩	٨,٢.٦٤١٤٢	١٤,٢.٦٧٨٧٢	٠,٥٨٤٦٧٩٢	١,٧١.٢٢٩٤	١١
٠,١١٢٨٢٥٤	٨,٨٦٢٢٥١٦	١٥,٩١٧١٢٦٥	٠,٥٥٦٨٢٧٤	١,٧٩٥٥٨٢٢	١٢
٠,١.٦٤٥٥٨	٩,٢٩٢٥٧٢	١٧,٧١٢٩٨٢٨	٠,٥٢.٢٢١٤	١,٨٨٥٦٤٩١	١٣
٠,١.١.٢٤	٩,٨٩٨٦٤.٩	١٩,٥٩٨٦٢٢	٠,٥٠٥.٦٨	١,٩٧٩٩٢١٦	١٤
٠,٠٩٦٢٤٢٢	١٠,٢٧٩٦٥٨	٢١,٥٧٨٥٦٢٦	٠,٤٨١.١٧١	٢,٠٧٨٩٢٨٢	١٥
٠,٠٩٢٢٦٩٩	١٠,٨٢٧٧١٩١	٢٢,٦٥٧٤٩١٨	٠,٤٥٨١١١٥	٢,١٨٢٨٧٤٦	١٦
٠,٠٨٦٩٩١١	١١,٢٧٤.٦٦٢	٢٥,٨٤.٢٦٦٤	٠,٤٢٦٢٩٦٧	٢,٢٩٢.١٨٢	١٧
٠,٠٨٥٥٤٦٢	١١,٦٨٩٥٨٧	٢٨,١٢٢٢٨٤٧	٠,٤١٥٥٢.٧	٢,٤.٦٦١٩٢	١٨
٠,٠٨٢٧٤٥	١٢,٠٨٢٢.٩	٢٠,٥٢٩.٢٩	٠,٢٩٥٧٢٤	٢,٥٢٦٩٥.٢	١٩
٠,٠٨٢٤٢٦	١٢,٤٦٢٢١.٢	٢٢,٦٥٩٥٤١	٠,٢٧٦٨١٩٥	٢,٦٥٢٢٩٧٧	٢٠
٠,٠٧٧٩٩٦١	١٢,٨٢١١٥٢٧	٢٥,٧١٩٢٥١٨	٠,٢٥٨٩٤٢٤	٢,٧٨٥٩٦٢٦	٢١
٠,٠٧٥٩٧.٥	١٢,١٦٢.٠٢٦	٢٨,٥٠٥٢١٤٤	٠,٢٤١٨٤٩٩	٢,٩٢٥٢٦.٧	٢٢
٠,٠٧٤١٢٦٨	١٢,٤٨٨٥٧٢٩	٣١,٤٢.٤٧٥١	٠,٢٢٥٥٧١٢	٢,٠٧١٥٢٢٨	٢٣
٠,٠٧٢٤٧.٩	١٢,٧٩٨٦٤١٨	٣٤,٥٠.١٩٩٨٩	٠,٢١.٠٢٧٩	٢,٢٢٥.٩٩٩	٢٤
٠,٠٧.٩٥٢٥	١٤,٠٩٢٩٤٤٦	٣٧,٧٢٧.٩٨٨	٠,٢٩٥٢.٢٨	٢,٢٨٦٢٥٤٩	٢٥

ع - ٦ %

١ ٢	٣	٤	٥ ٦	٧ (٨ - ٩)	٨
١.٠٠٠٠٠٠	٠.٩٨٢٢٩٦٢	١.٠٠٠٠٠٠	٠.٩٨٢٢٩٦٢	١.٠٠٠٠٠٠	١
٠.٠١٥٤٢٦٩	١.٨٢٢٢٩٦٢	٢.٠٠٠٠٠٠	٠.٨٨١٩٩٦٢	١.١٢٢٦٠٠٠	٢
٠.٢٧١١.٩٨	٢.٦٧٢.١٢.	٣.٠٨٢٦٠٠٠	٠.٨٢٢٢٩٦٢	١.١١١.١١.	٣
٠.٢٨٨٥١١٥	٣.٤٦٥١.٥٦	٤.٢٧٤٦١٦.	٠.٧١٢.٩٢٧	١.٢٢٢٤٧٧.	٤
٠.٢٧٢٩٦٤	٤.٢١٢٢٦٢٨	٥.٢٧٢.٩٢.	٠.٧٤٧٢٥٨٢	١.٢٢٢٢٢٥٦	٥
٠.٢.٢٢٢٦٢	٤.٩١٢٢٢٤٢	٦.٩٧٥٢١٨٥	٠.٧.٤٦٦.٥	١.٤١٨١٩١١	٦
٠.١٧١١٢٥.	٥.٥٨٢٢٨١٤	٨.٢٩٢٢٢٧٧	٠.٦٦٥.٥٧١	١.٥.٢٦٢.٢	٧
٠.١٦١.٢٥٩	٦.٢.٩٧١٢٨	٩.٨١٧٤٦٧٩	٠.٦٢٧٤١٢٤	١.٥٩٢٨٤٨١	٨
٠.١٤٧.٢٢٢	٦.٨.١٦٩٢٢	١١.٤٩١٢٦٦.	٠.٥٩١٨٩٨٥	١.٦٨٩٤٧٩.	٩
٠.١٢٥٨٦٨.	٧.٢٦.٠٨٧١	١٢.١٨.٧١٤٩	٠.٥٥٨٢٩٤٨	١.٧٩.٨٤٧٧	١٠
٠.١٢٦٧١٢٩	٧.٨٨٦٨٧٤٦	١٤.٩٧١٦٦٢٦	٠.٥٢٧٨٧٥	١.٨١٨٢٩٨٦	١١
٠.١١١٢٧٧.	٨.٢٨٢٨٤٢٩	١٦.٨٦٩٤٤١٢	٠.٤١٦٩٦١٤	٢.٠١٢١٦٦٥	١٢
٠.١١٢٦٦.١	٨.٨٥٢٦٨٢.	١٨.٨٨٢٢٢٧٧	٠.٤٢٨٨٢٩.	٢.١٢٢١٢٨٢	١٣
٠.١.٧٥٨٤٩	٩.٢٩٤١٨٢٩	٢١.٠١٥.٦٥٩	٠.٤٤٢٢.١.	٢.٢٦.٩.٤.	١٤
٠.١.٢١٦٢٨	٩.٧١٢٢٢٢٩.	٢٢.٢٧٥٢١١٩	٠.٤١٧٢٦٥١	٢.٢٦٦٥٥٨٢	١٥
٠.٠.٩١٥٢١	١٠.٠.٥٨١٥٢	٢٥.٢٧٢٥٢٨١	٠.٢٩٢٦٤٦٢	٢.٥٤.٢٥١٧	١٦
٠.٠.٩٥٤٤٤٨	١٠.٤٧٧٢٥١٧	٢٨.٢١٢٨٧١٨	٠.٢٧١٢٦٤٤	٢.٢١٢٧٧٢٨	١٧
٠.٠.٩٢٢٥٦٥	١٠.٨٢٧٦.٢٥	٣٠.٢.٥٦٥٦٦	٠.٢٥.٢٤٢٨	٢.٨٥٤٢٢٢٢	١٨
٠.٠.٨١٢٢.٩	١١.١٥٨١١٦٥	٣٢.٧٥١١١١٧	٠.٢٢.٥١٢.	٢.٠.٢٥٥٩٦٥	١٩
٠.٠.٨٧١٨٤٦	١١.٤٦٩٩٢٢٢	٣٦.٧٨٥٥٩١٢	٠.٢١١٨.٤٧	٢.٢.٧١٢٥٥	٢٠
٠.٠.٨٥٠٠.٤٦	١١.٧٦٤.٧٦٦	٣٩.٩١٢٧٢١٧	٠.٢١٤١٥٥٤	٢.٢١٥٦٢٦٦	٢١
٠.٠.٨٢.٤٥٦	١٢.٠.٤١٥٨١٧	٤٢.٢٩٢٢٢٩.٢	٠.٢٧٧٥.٦.	٢.٢.٢٥٢٧٤	٢٢
٠.٠.٨١٢٧٨٥	١٢.٢.٢٢٧٩.	٤٦.١٩٥٨٢٧٧	٠.٢٦١٧٩٧٢	٢.٨١٩٧٤١٧	٢٣
٠.٠.٧٩٦٧٩.	١٢.٥٥.٢٥٧٥	٥٠.٨١٥٥٧٧٤	٠.٢٤٦٩٧٨٦	٢.٠.٤٨١٢٤٦	٢٤
٠.٠.٧٨٢٢٢٧	١٢.٧٨٢٢٥٦٢	٥٤.٨٦٤٥١٢.	٠.٢٢٢١٩٨٦	٢.٢١٩٨٧.٧	٢٥

ع - ٧%

ن	(ع. ١) ن	ع - ٧%	ع - ٧%	ع - ٧%	ن
١	١.٠٧.٠٠٠	١.٠٧.٠٠٠	١.٠٧.٠٠٠	١.٠٧.٠٠٠	١
٢	١.١٤٤٩.٠٠	١.١٤٤٩.٠٠	١.١٤٤٩.٠٠	١.١٤٤٩.٠٠	٢
٣	١.٢٢٠.٤٣.	١.٢٢٠.٤٣.	١.٢٢٠.٤٣.	١.٢٢٠.٤٣.	٣
٤	١.٣١.٧٩٦.	١.٣١.٧٩٦.	١.٣١.٧٩٦.	١.٣١.٧٩٦.	٤
٥	١.٤.٢٥٥١٧	١.٤.٢٥٥١٧	١.٤.٢٥٥١٧	١.٤.٢٥٥١٧	٥
٦	١.٥٠٠.٧٣.٤	١.٥٠٠.٧٣.٤	١.٥٠٠.٧٣.٤	١.٥٠٠.٧٣.٤	٦
٧	١.٦.٥٧٨١٥	١.٦.٥٧٨١٥	١.٦.٥٧٨١٥	١.٦.٥٧٨١٥	٧
٨	١.٧١٨١٨٦٢	١.٧١٨١٨٦٢	١.٧١٨١٨٦٢	١.٧١٨١٨٦٢	٨
٩	١.٨٢٨٤٥٩٢	١.٨٢٨٤٥٩٢	١.٨٢٨٤٥٩٢	١.٨٢٨٤٥٩٢	٩
١٠	١.٩٦٧١٥١٤	١.٩٦٧١٥١٤	١.٩٦٧١٥١٤	١.٩٦٧١٥١٤	١٠
١١	٢.١.٤٨٥٢.	٢.١.٤٨٥٢.	٢.١.٤٨٥٢.	٢.١.٤٨٥٢.	١١
١٢	٢.٢٥٢١٩١٦	٢.٢٥٢١٩١٦	٢.٢٥٢١٩١٦	٢.٢٥٢١٩١٦	١٢
١٣	٢.٤.٩٨٤٥.	٢.٤.٩٨٤٥.	٢.٤.٩٨٤٥.	٢.٤.٩٨٤٥.	١٣
١٤	٢.٥٧٨٥٢٤٢	٢.٥٧٨٥٢٤٢	٢.٥٧٨٥٢٤٢	٢.٥٧٨٥٢٤٢	١٤
١٥	٢.٧٥٩.٢١٥	٢.٧٥٩.٢١٥	٢.٧٥٩.٢١٥	٢.٧٥٩.٢١٥	١٥
١٦	٢.٩٥٢١٦٢٨	٢.٩٥٢١٦٢٨	٢.٩٥٢١٦٢٨	٢.٩٥٢١٦٢٨	١٦
١٧	٣.١٥٨١٥٢	٣.١٥٨١٥٢	٣.١٥٨١٥٢	٣.١٥٨١٥٢	١٧
١٨	٣.٢٧٩٩٢٢٢	٣.٢٧٩٩٢٢٢	٣.٢٧٩٩٢٢٢	٣.٢٧٩٩٢٢٢	١٨
١٩	٣.٦١٦٥٢٧٤	٣.٦١٦٥٢٧٤	٣.٦١٦٥٢٧٤	٣.٦١٦٥٢٧٤	١٩
٢٠	٣.٨٦٩٦٨٤٥	٣.٨٦٩٦٨٤٥	٣.٨٦٩٦٨٤٥	٣.٨٦٩٦٨٤٥	٢٠
٢١	٤.١٤.٥٦٢٤	٤.١٤.٥٦٢٤	٤.١٤.٥٦٢٤	٤.١٤.٥٦٢٤	٢١
٢٢	٤.٤٣.٤.١٧	٤.٤٣.٤.١٧	٤.٤٣.٤.١٧	٤.٤٣.٤.١٧	٢٢
٢٣	٤.٧٤.٥٢٩٩	٤.٧٤.٥٢٩٩	٤.٧٤.٥٢٩٩	٤.٧٤.٥٢٩٩	٢٣
٢٤	٥.٠.٦٨٣٧.	٥.٠.٦٨٣٧.	٥.٠.٦٨٣٧.	٥.٠.٦٨٣٧.	٢٤
٢٥	٥.٤٢٧٤٢٢٦	٥.٤٢٧٤٢٢٦	٥.٤٢٧٤٢٢٦	٥.٤٢٧٤٢٢٦	٢٥

ع = ٨%

ن	(ع. ١)	$\frac{1}{(ع. ١)^2}$	$\frac{1}{ع. ١}$	$\frac{1}{ع. ١} \cdot \frac{1}{ع. ١}$	$\frac{1}{ع. ١} \cdot \frac{1}{ع. ١}$
١	١,٠٨٠,٠٠٠	٠,٩٢٥٩٢٥٩	١,٠٠٠,٠٠٠	٠,٩٢٥٩٢٥٩	١,٠٨٠,٠٠٠
٢	١,١٦٦,٠٠٠	٠,٨٥٧٣٣٨٨	٢,٠٨٠,٠٠٠	٠,٨٥٧٣٣٨٨	١,١٦٦,٠٠٠
٣	١,٢٥٩,١٧٢	٠,٧٩٢٨٢٢٢	٣,٢٤٦,٠٠٠	٠,٧٩٢٨٢٢٢	١,٢٥٩,١٧٢
٤	١,٣٦,٤٨٩	٠,٧٣٥٠٢٩٨	٤,٠٠٠,٠٠٠	٠,٧٣٥٠٢٩٨	١,٣٦,٤٨٩
٥	١,٤٦٩,٢٢٨	٠,٦٨٠٥٨٢٢	٥,٨٦٦,٠٠٠	٠,٦٨٠٥٨٢٢	١,٤٦٩,٢٢٨
٦	١,٥٨٦,٨٧٢	٠,٦٣٠٦٦٦٦	٧,٢٣٥,٩٢٩	٠,٦٣٠٦٦٦٦	١,٥٨٦,٨٧٢
٧	١,٧١٣,٨٨٢	٠,٥٨٢٤٩,٤	٨,٩٢٢,٨٢٤	٠,٥٨٢٤٩,٤	١,٧١٣,٨٨٢
٨	١,٨٥٠,٩٢,٢	٠,٥٤٠٢٦٨٩	١٠,١٢٦,٦٦٧	٠,٥٤٠٢٦٨٩	١,٨٥٠,٩٢,٢
٩	١,٩٩٩,٠٤٦	٠,٥٠٠٢٤٩	١٢,٤٨٧,٥٥٧	٠,٥٠٠٢٤٩	١,٩٩٩,٠٤٦
١٠	٢,١٥٨,١٢٥	٠,٤٦٣١٩٢٥	١٤,٤٨٦,٦٢٥	٠,٤٦٣١٩٢٥	٢,١٥٨,١٢٥
١١	٢,٣٢٦,٦٢٩	٠,٤٢٨٨٨٢٩	١٦,٦٤٥,٤٨٧	٠,٤٢٨٨٨٢٩	٢,٣٢٦,٦٢٩
١٢	٢,٥١٨,١٧,١	٠,٣٩٧١١٢٨	١٨,٩٧٧,١٢٦	٠,٣٩٧١١٢٨	٢,٥١٨,١٧,١
١٣	٢,٧١٦,٦٢٧	٠,٣٦٧٦٩٧١	٢١,٤٩٥,٢٩٦	٠,٣٦٧٦٩٧١	٢,٧١٦,٦٢٧
١٤	٢,٩٢٧,١٩٢	٠,٣٤٠٤٦١	٢٤,٢٤٩,٢	٠,٣٤٠٤٦١	٢,٩٢٧,١٩٢
١٥	٣,١٧٢,٦٦١	٠,٣١٥٥٤٤٧	٢٧,١٥٢,١٢٩	٠,٣١٥٥٤٤٧	٣,١٧٢,٦٦١
١٦	٣,٤٢٥,٩٢٦	٠,٢٩١٨٩,٥	٣٠,٢٤٢,٨٢	٠,٢٩١٨٩,٥	٣,٤٢٥,٩٢٦
١٧	٣,٧٠٠,١٨١	٠,٢٧٠٢٦٩	٣٣,٧٥٠,٢٢٥	٠,٢٧٠٢٦٩	٣,٧٠٠,١٨١
١٨	٣,٩٩٦,١٩٥	٠,٢٥٠٢٤٩	٣٧,٤٥٠,٢٤٢	٠,٢٥٠٢٤٩	٣,٩٩٦,١٩٥
١٩	٤,٣١٥,٧٠٦	٠,٢٣١٧١٢١	٤١,٤٤٦,٦٢٢	٠,٢٣١٧١٢١	٤,٣١٥,٧٠٦
٢٠	٤,٦٦,٩٥٧	٠,٢١٤٥٤٨٢	٤٥,٧٦٩,٦٢٢	٠,٢١٤٥٤٨٢	٤,٦٦,٩٥٧
٢١	٥,٠٢٢,٢٢٧	٠,١٩٨٦٥٥٨	٥٠,٤٢٢,٢٢٤	٠,١٩٨٦٥٥٨	٥,٠٢٢,٢٢٧
٢٢	٥,٤٢٦,٥٤٤	٠,١٨٢٩٤,٥	٥٥,٤٥٦,٧٥٥	٠,١٨٢٩٤,٥	٥,٤٢٦,٥٤٤
٢٣	٥,٨٧١,٤٦٧	٠,١٧٠٢١٥٢	٦٠,٨١٢,٢٦٦	٠,١٧٠٢١٥٢	٥,٨٧١,٤٦٧
٢٤	٦,٣٤١,١٨,٧	٠,١٥٧٦٩٩٢	٦٦,٧٦١,٧٥٢	٠,١٥٧٦٩٩٢	٦,٣٤١,١٨,٧
٢٥	٦,٨٤١,٧٥٢	٠,١٤٦,١٧١	٧٢,١٠١٤,٠٠	٠,١٤٦,١٧١	٦,٨٤١,٧٥٢

ن	(ع + ١) ن	$\frac{1}{(ع + ١)^2}$	$\frac{1}{(ع + ١)}$	$\frac{1}{(ع + ١)^2}$	$\frac{1}{(ع + ١)}$
١	١,٠٩.....	٠,٩١٧٤٢١٢	١,.....	٠,٩١٧٤٢١٢	١,.....
٢	١,١٨٨١...	٠,٨٤١٢٨..	٢,٠٩.....	٠,٨٤١٢٨..	١,٠٩.....
٣	١,٢٩٥.٢٩.	٠,٧٧١٨٢٥	٣,٢٧٨١...	٠,٧٧١٨٢٥	٢,٠٩.....
٤	١,٤١١٥٨١٦	٠,٧٠٨٤٢٥٢	٤,٥٧٢١٢٩.	٠,٧٠٨٤٢٥٢	٣,٢٧٨١...
٥	١,٥٢٨٦٢٤.	٠,٦٤٩٩٢١٤	٥,٩٨٤٧١.٦	٠,٦٤٩٩٢١٤	٤,٥٧٢١٢٩.
٦	١,٦٧٧١..١	٠,٥٩٦٢٦٧٢	٧,٥٢٢٢٢٤٦	٠,٥٩٦٢٦٧٢	٥,٩٨٤٧١.٦
٧	١,٨٢٨.٢٩١	٠,٥٤٧.٢٤٢	٩,٢..٤٢٤٧	٠,٥٤٧.٢٤٢	٧,٥٢٢٢٢٤٦
٨	١,٩٩٢٥٦٢٦	٠,٥٠١٨٦٢٢	١١,٢٨٤٧٢٨	٠,٥٠١٨٦٢٢	٩,٢..٤٢٤٧
٩	٢,١٧٨٩٢٢	٠,٤٦.٤٢٧٨	١٢,٢١.٢٦٤	٠,٤٦.٤٢٧٨	١١,٢٨٤٧٢٨
١٠	٢,٣٧٢٢٢٧	٠,٤٢٤٤١.٨	١٥,١٩٢٢٢٧	٠,٤٢٤٤١.٨	١٢,٢١.٢٦٤
١١	٢,٥٨.٤٢٦٤	٠,٣٨٧٥٢٢٩	١٧,٥٦.٢٢٤٤	٠,٣٨٧٥٢٢٩	١٥,١٩٢٢٢٧
١٢	٢,٨١٢٦٦٤٨	٠,٣٥٥٢٤٤٧	٢٠,١٤.٧١٩٨	٠,٣٥٥٢٤٤٧	١٧,٥٦.٢٢٤٤
١٣	٣,٠٦٥٨.٤٦	٠,٣٢٦١٧٨٧	٢٢,٩٥٢٢٨٤٦	٠,٣٢٦١٧٨٧	٢٠,١٤.٧١٩٨
١٤	٤١٧٢٧.٢. ٢	٠,٢٩٩٢٤٦٥	٢٦,٠١٩٨١٢	٠,٢٩٩٢٤٦٥	٢٢,٩٥٢٢٨٤٦
١٥	٣,٦٤٤٤٨٢٥	٠,٢٧٤٥٢٨.	٢٩,٢٦.٩١٦.	٠,٢٧٤٥٢٨.	٢٦,٠١٩٨١٢
١٦	٣,٩٧.٢.٥٩	٠,٢٥١٨٦٩٨	٣٢,٠٠.٢٢٢٨٧	٠,٢٥١٨٦٩٨	٢٩,٢٦.٩١٦.
١٧	٤,٢٢٧٦٢٢٤	٠,٢٢٦.٧٢٢	٣٦,٩٧٢٧.٤٦	٠,٢٢٦.٧٢٢	٣٢,٠٠.٢٢٢٨٧
١٨	٤,٧١٧٢.٤	٠,٢١١٩١٢٧	٤١,٢.١٢٢٨.	٠,٢١١٩١٢٧	٣٦,٩٧٢٧.٤٦
١٩	٥,١٤١٦٦١٢	٠,١٩٤٤٨٩٧	٤٦,٠١٨٤٥٨٤	٠,١٩٤٤٨٩٧	٤١,٢.١٢٢٨.
٢٠	٥,٦.٤٤١.٨	٠,١٧٨٤٢.٩	٥١,١٦.١١٩٦	٠,١٧٨٤٢.٩	٤٦,٠١٨٤٥٨٤
٢١	٦,١.٨٨.٧٧	٠,١٦٢٦٩٨١	٥٦,٧٦٤٥٢.٤	٠,١٦٢٦٩٨١	٥١,١٦.١١٩٦
٢٢	٦,٦٥٨٦..٤	٠,١٥٠١٨١٧	٦٢,٨٧٢٢٢٨١	٠,١٥٠١٨١٧	٥٦,٧٦٤٥٢.٤
٢٣	٧,٢٥٧٨٧٤٥	٠,١٣٧٧٨١٤	٦٩,٥٢١٩٢٨٦	٠,١٣٧٧٨١٤	٦٢,٨٧٢٢٢٨١
٢٤	٧,٩١١.٨٢٢	٠,١٢٦٤.٤٩	٧٦,٧٨١٨١٢١	٠,١٢٦٤.٤٩	٦٩,٥٢١٩٢٨٦
٢٥	٨,٦٢٢.٨.٧	٠,١١٥٩٦٧٨	٨٤,٧.٠٨١٢	٠,١١٥٩٦٧٨	٧٦,٧٨١٨١٢١

ن	(ع + ١) ن	$\frac{1}{(ع + ١) - ٢}$	$\frac{1}{2} \sqrt{ع + ١}$	$\frac{1}{2} \sqrt{ع}$	$\frac{1}{2} \sqrt{ع - ١}$
١	١,١.....	٠,٩.٩.٩.٩	١,.....	٠,٩.٩.٩.٩	١,١.....
٢	١,٢١.....	٠,٨٢٦٤٤٦٢	٢,١.....	١,٧٢٥٥٢٧٢	٠,٥٧٦١٩.٥
٣	١,٢٣١.....	٠,٧٥١٢١٤٨	٢,٢١.....	٢,٤٨٦٨٥٢.	٠,٤.٢١١٤٨
٤	١,٤٦٤١...	٠,٦٨٢.١٢٥	٤,٦٤١.....	٢,١٦٩٨٦٥٥	٠,٢١٥٤٧.٨
٥	١,٦١.٥١..	٠,٦٢.٩٢١٢	٦,١.٥١...	٢,٧٩.٧٨٦٨	٠,٢٦٢٧١٧٥
٦	١,٧٧١٥٦١.	٠,٥٦٤٤٧٢٩	٧,٧١٥٦١..	٤,٢٥٥٢٦.٧	٠,٢٢٩٦.٧٤
٧	١,٩٤٨٧١٧١	٠,٥١٢١٥٨١	٩,٤٨٧١٧١.	٤,٨٦٨٤١٨٨	٠,٢.٥٤.٥٥
٨	٢,١٤٢٥٨٨٨	٠,٤٦٦٥.٧٤	١١,٤٢٥٨٨٨	٥,٢٢٤٩٢٦٢	٠,١٨٧٤٤٤٤
٩	٢,٢٥٧٩٤٧٧	٠,٤٢٤.٩٧٦	١٢,٥٧٩٤٧٧.	٥,٧٥٩.٢٢٨	٠,١٧٢٦٤.٥
١٠	٢,٥٩٢٧٤٢٥	٠,٣٨٥٥٤٢٢	١٥,٩٢٧٤٢٤٦	٦,١٤٤٥٦٧١	٠,١٦٢٧٤٥٤
١١	٢,٨٥٢١١٦٧	٢٥.٤٩٢٩	١٨,٥٢١١٦٧١	٦,٤٩٥.٦١.	٠,١٥٢٩٦٢١
١٢	٢,١٢٨٤٢٨٤	٢١٨٦٢.٨	٢١,٢٨٤٢٨٢٨	٦,٨١٢٦٩١٨	٠,١٤٦٧٦٢٢
١٣	٢,٤٥٢٢٧١٢	٠,٢٨٩٦٦٤٤	٢٤,٥٢٢٧١٢١	٧,١.٢٢٥٦٢	٠,١٤.٧٧٨٥
١٤	٢,٧٩٧٤٩٨٢	٠,٢٦٢٢٢١٢	٢٧,٩٧٤٩٨٢٤	٧,٢٦٦٦٨٧٥	٠,١٢٥٧٤٦٢
١٥	٤,١٧٧٢٤٨٢	٠,٢٢٩٢٢١.	٢١,٧٧٢٤٨١٧	٧,٦.٦.٧٩٥	٠,١٢١٤٧٢٨
١٦	٤,٥٩٤٩٧٢.	٠,٢١٧٦٢٩١	٢٥,٩٤٩٧٢٩٩	٧,٨٢٢٧.٨٦	٠,١٢٧٨١٦٦
١٧	٥,٠٥٤٤٧.٢	٠,١٩٧٨٤٤٧	٤٠,٥٤٤٧.٢٩	٨,٠٢١٥٥٢٢	٠,١٢٤٦٦٤١
١٨	٥,٥٥٩٩١٧٢	٠,١٧٩٨٥٨٨	٤٥,٥٩٩١٧٢١	٨,٢.١٤١٢.	٠,١٢١٩٢.٢
١٩	٦,١١٥٩.٩١	٠,١٦٢٥.٨.	٥١,١٥٩.٩.٥	٨,٢٦٤٩٢.١	٠,١١٩٥٤٦٩
٢٠	٦,٧٢٧٥...	٠,١٤٨٦٤٦٦	٥٧,٢٧٤٩٩١٥	٨,٥١٢٥٦٢٧	٠,١١٧٤٥٩٦
٢١	٧,٤.٠٢٤٩٩	٠,١٢٥١٢.٦	٦٤,٠.٢٤٩٩٤	٨,٦٤٨٦٩٤٢	٠,١١٥٦٢٤٤
٢٢	٨,١٤.٢٧٤٩	٠,١٢٢٨٤٦.	٧١,٤.٢٧٤٩٤	٨,٧٧١٥٤.٢	٠,١١٤.٠.٥١
٢٣	٨,٩٥٤٢.٢٤	٠,١١١٦٧٨٢	٧٩,٥٤٢.٢٤٢	٨,٨٨٢٢١٨٤	٠,١١٢٥٧١٨
٢٤	٩,٨٤٩٧٢٢٧	٠,١.١٥٢٥٦	٨٨,٤٩٧٢٢٢٨	٨,٩٨٤٧٤٤.	٠,١١١٢٩٩٨
٢٥	٩,٨٢٤٧.٥٩	٠,٠٩٢٢٩٦.	٩٨,٢٤٧.٥٩٤	٩,٠٧٧.٤..	٠,١١.١٦٨١

ن	(ع. ١) ن	١ - (ع. ١) ن	١ - (ع. ١) ن	١ - (ع. ١) ن	١ - (ع. ١) ن
١	١.١١.....	١.١١.....	١.١١.....	١.١١.....	١.١١.....
٢	١.٢٢٢١...	١.٢٢٢١...	١.٢٢٢١...	١.٢٢٢١...	١.٢٢٢١...
٣	١١.٢٦٧٢١.	١١.٢٦٧٢١.	١١.٢٦٧٢١.	١١.٢٦٧٢١.	١١.٢٦٧٢١.
٤	١.٠١٨.٧.٤	١.٠١٨.٧.٤	١.٠١٨.٧.٤	١.٠١٨.٧.٤	١.٠١٨.٧.٤
٥	١.٦٨٠.٠٨٢	١.٦٨٠.٠٨٢	١.٦٨٠.٠٨٢	١.٦٨٠.٠٨٢	١.٦٨٠.٠٨٢
٦	١.٨٧.٤١٤٦	١.٨٧.٤١٤٦	١.٨٧.٤١٤٦	١.٨٧.٤١٤٦	١.٨٧.٤١٤٦
٧	٢.٠٧١٦.٢	٢.٠٧١٦.٢	٢.٠٧١٦.٢	٢.٠٧١٦.٢	٢.٠٧١٦.٢
٨	٢.٢.٤٠٧٨.	٢.٢.٤٠٧٨.	٢.٢.٤٠٧٨.	٢.٢.٤٠٧٨.	٢.٢.٤٠٧٨.
٩	٢.٠٠٨.٢٦٩	٢.٠٠٨.٢٦٩	٢.٠٠٨.٢٦٩	٢.٠٠٨.٢٦٩	٢.٠٠٨.٢٦٩
١٠	٢.٨٢٩٤٢١.	٢.٨٢٩٤٢١.	٢.٨٢٩٤٢١.	٢.٨٢٩٤٢١.	٢.٨٢٩٤٢١.
١١	٢.١٠١٧٥٧٢	٢.١٠١٧٥٧٢	٢.١٠١٧٥٧٢	٢.١٠١٧٥٧٢	٢.١٠١٧٥٧٢
١٢	٢.٤٩٨٤٠.٦	٢.٤٩٨٤٠.٦	٢.٤٩٨٤٠.٦	٢.٤٩٨٤٠.٦	٢.٤٩٨٤٠.٦
١٣	٢.٨٨٢٢٨.٢	٢.٨٨٢٢٨.٢	٢.٨٨٢٢٨.٢	٢.٨٨٢٢٨.٢	٢.٨٨٢٢٨.٢
١٤	٤.٢١.٤٤١.	٤.٢١.٤٤١.	٤.٢١.٤٤١.	٤.٢١.٤٤١.	٤.٢١.٤٤١.
١٥	٤.٧٨٤٠٨٩٠	٤.٧٨٤٠٨٩٠	٤.٧٨٤٠٨٩٠	٤.٧٨٤٠٨٩٠	٤.٧٨٤٠٨٩٠
١٦	٥.٢١.٨٩٤٢	٥.٢١.٨٩٤٢	٥.٢١.٨٩٤٢	٥.٢١.٨٩٤٢	٥.٢١.٨٩٤٢
١٧	٥.٨٩٠.٩٢٧	٥.٨٩٠.٩٢٧	٥.٨٩٠.٩٢٧	٥.٨٩٠.٩٢٧	٥.٨٩٠.٩٢٧
١٨	٦.٠٤٢٥٥٢٩	٦.٠٤٢٥٥٢٩	٦.٠٤٢٥٥٢٩	٦.٠٤٢٥٥٢٩	٦.٠٤٢٥٥٢٩
١٩	٧.٢٦٢٤٢٧	٧.٢٦٢٤٢٧	٧.٢٦٢٤٢٧	٧.٢٦٢٤٢٧	٧.٢٦٢٤٢٧
٢٠	٨.٠٦٢٢١٠	٨.٠٦٢٢١٠	٨.٠٦٢٢١٠	٨.٠٦٢٢١٠	٨.٠٦٢٢١٠
٢١	٨.٩٤٩١٦٥٨	٨.٩٤٩١٦٥٨	٨.٩٤٩١٦٥٨	٨.٩٤٩١٦٥٨	٨.٩٤٩١٦٥٨
٢٢	٩.٩٢٥٧٤.	٩.٩٢٥٧٤.	٩.٩٢٥٧٤.	٩.٩٢٥٧٤.	٩.٩٢٥٧٤.
٢٣	١١.٠٢٦٢٧٢	١١.٠٢٦٢٧٢	١١.٠٢٦٢٧٢	١١.٠٢٦٢٧٢	١١.٠٢٦٢٧٢
٢٤	١٢.٢٢٩١٥٧	١٢.٢٢٩١٥٧	١٢.٢٢٩١٥٧	١٢.٢٢٩١٥٧	١٢.٢٢٩١٥٧
٢٥	١٢.٥٨٥٤٦٨	١٢.٥٨٥٤٦٨	١٢.٥٨٥٤٦٨	١٢.٥٨٥٤٦٨	١٢.٥٨٥٤٦٨

ن	(ع + ١) ن	$\frac{1}{(ع + ١) - ٢}$	$\frac{1}{2} \sqrt{ع + ١}$	$\frac{1}{2} \sqrt{ع}$	$\frac{1}{2} \sqrt{ع - ١}$
١	١,١٢.....	٠,٨١٢٨٥٧١	١,.....	٠,٨١٢٨٥٧١	١,.....
٢	١,٢٥٤٤....	٠,٧١٧١٩٢١	٢,١٢.....	١,٦٩...٥١٠	٠,٥١١٦٩٨١
٣	١,٤٠٤٩٢٨.	٠,٦١١٧٨.٢	٣,٢٧٤٤....	٢,٤٠١٨٢١٢	٠,٤١٦٢٤٩.
٤	١,٥٧٢٥١٩٤	٠,٥٢٥٥١٨١	٤,٧٧١٢٨.	٣,٠٢٧٢٤٩٤	٠,٣٢٩١٢٤٤
٥	١,٧٦٢٢٤١٧	٠,٤٦٧٤٢١١	٥,٢٥٢٨١٧٤	٣,٦٠٤٧٧١٢	٠,٢٧٧١.٩٧
٦	١,٩٧٢٨٢٢٧	٠,٤٠٦٦٢١١	٦,١١٥١٨٩.	٤,١١١٤.٧٢	٠,٢٢٢٢٤٥٧
٧	٢,٢١.٦٨١٤	٠,٣٥٢٢٤٩٢	٧,٠٠.٨٩.١١٧	٤,٥٦٢٧٥٦٥	٠,٢١٩١١٧٧
٨	٢,٤٧٥٩٦٢١	٠,٣٠٢٨٢٢	٨,٢٩٩٦٩٢١	٤,٩٤٧٦٢٩٨	٠,٢٠١٢.٢٨
٩	٢,٧٧٢.٧٨٨	٠,٢٦.٦١..	٩,٧٧٥٦٥٦٢	٥,٢٢٨٢٤٩٨	٠,١٨٧٢٨٩
١٠	٣,١٠٥٨٤٨٢	٠,٢٢١٩٧٢٢	١٠,٥٤٨٧٢٥١	٥,٦٥.٢٢٢.	٠,١٧٦٩٨٢٢
١١	٣,٤٧٨٥٥..	٠,٢٨٧٤٧١١	١١,٦٥٤٥٨٢٢	٥,٩٢٧٦٩٩١	٠,١٦٨٤١٥٤
١٢	٣,٨٩٥٩٧٦.	٠,٢٥٦٦٧٥١	١٢,١٢٢١٢٢٢	٦,١٩٤٢٧٤٢	٠,١٦١٤٢٢٨
١٣	٤,٢٦٢٤٩٢١	٠,٢٢٩١٧٤٢	١٣,٢٩١١.٩٢	٦,٤٢٢٥٤٨٤	٠,١٥٥٦٧٧٢
١٤	٤,٨٨٧١١٢٢	٠,٢٠.٤٦٩٨	١٤,٢٩٢٦.٢٤	٦,٦٢٨١٦٨٢	٠,١٥٠٨٧١٢
١٥	٥,٤٧٢٥٦٥٨	٠,١٨٢٦٩٢	١٥,٢٧١٧١٤٧	٦,٨١.٨٦٤٥	٠,١٤٦٨٢٢٢
١٦	٦,١٢.٢٩٢٧	٠,١٦٢١٢١٧	١٦,٧٥٢٢٨.٤	٦,٩٧٢٩٨٦١	٠,١٤٢٢٩..
١٧	٦,٨٦٦.٤.٩	٠,١٤٥٦٤٢٢	١٧,٨٨٢٦٧٤١	٧,١١٩٦٢.٥	٠,١٤.٤٥٦٧
١٨	٧,٦٨٩٩٦٥٨	٠,١٢..٢٩٦	١٨,٥٤٩٧١٥.	٧,٢٤٩٦٧.١	٠,١٢٧١٢٧٢
١٩	٨,٦١٢٧١٦١٧	٠,١١٦١.٢٨	١٩,٤٢٩٦٨.٨	٧,٢٦٥٧٧٢١	٠,١٢٥٧٢٢.
٢٠	٩,٦٦٢٢٩٢١	٠,١٠.٢٦٢٢٨	٢٠,٠٢٤٤٢٤	٧,٤٦٩٤٤٢٦	٠,١٢٢٨٧٨٨
٢١	١٠,٨٠٢٨٤٨٢	٠,٠٩٢٥٥٦٦	٢١,٦٩٨٧٢٥٥	٧,٥٦٢..٢٢	٠,١٢٢٢٤.١
٢٢	١٢,١٠.٢١.١	٠,٠٨٢٦٤٢٥	٢٢,٥٠.٢٥٨٢٨	٧,٦٤٤٤٥٧٥	٠,١٢.٨١.٥
٢٣	١٢,٥٥٢٢٤٧٢	٠,٠٧٢٧٨٨.	٢٣,٤.٦.٤٨٢٢١	٧,٧١٨٤٢٢٧	٠,١٢٩٥٦..
٢٤	١٥,١٧٨٦٢٨٩	٠,٠٦٥٨٨٢١	٢٤,١٥٥٢٤١١	٧,٧٨٤٢١٥٨	٠,١٢٨٤٦٢٤
٢٥	١٧,.....٦٤٤	٠,٠٥٨٨٢٢٢	٢٥,٢٢٢٨٧.	٧,٨٤٢١٢٩١	٠,١٢٧٥...

١ ٢	٣	٤	٥	٦	٧
١, ١٢.....	٠, ٨٨٩٠٠٨	١, ٠٠٠٠٠٠	٠, ٨٨٩٠٠٨	١, ١٢.....	١
٠, ٠٩٩٤٨٣٦	١, ٦٦١٠٢٤	٢, ١٢.....	٠, ٧٨٢١٤٦٧	١, ٢٧٦٩....	٢
٠, ٤٢٣٥٢٢.	٢, ٢٦١١٥٢٦	٣, ٤٠٦١...	٠, ٦١٢.٥.٢	١, ٤٤٢٨٩٧.	٣
٠, ٢٢٦١٩٤٢	٢, ٩٧٤٤٧١٢	٤, ٨٤٩١٧٧.	٠, ٦١٢٢١٨٧	١, ٦٢.٤٧٦٦	٤
٠, ٢٨٤٢١٤٥	٢, ٥١٧٢٢١٢	٥, ٤٨.٢٧.٦	٠, ٥٤٢٧٦..	١, ٨٤٢٤٢٥٢	٥
٠, ٢٥.١٥٢٢	٢, ٩٩٧٥٤٩٨	٦, ٢٢٢٧.٥٨	٠, ٤٨.٢١٨٥	٢, ٠.٨١٩٥١٨.	٦
٠, ٢٢٦١١.٨	٤, ٤٢٢٦١.٤	٧, ٤.٤.٧٥	٠, ٤٢٥.٦.٦	٢, ٢٥٢٦.٥٥	٧
٠, ٢.٨٢٨٦٧	٤, ٧٩٨٧٧.٢	٨, ٧٥٧٢ ٢.	٠, ٢٧٦١٥٩٩	٢, ٦٥٨٤٤٤٤٢	٨
٠, ١٩٤٨٦٨٩	٥, ١٢٦٦٥٥١	٩, ٤١٥٧.٢٢	٠, ٢٢٢٨٨٤٨	٢, ٠.٤.٤١٩	٩
٠, ١٨٤٢٨٩٦	٥, ٤٢٦٢٢٢٥	١٠, ٤١٩٧٤٩٢	٠, ٢١٤٥٨٨٤	٢, ٢٩٤٥٦٧٤	١٠
٠, ١٧٥٨٤١٥	٥, ٦١٦١٤١١	١١, ٨١٤٢١٦٥	٠, ٢٦.٦١٧٧	٢, ٨٢٥٨٦١٢	١١
٠, ١٦٦١٦٦١	٥, ٦١٧٦٤٧.	١٢, ٦٥.١٧٧٧	٠, ٢٢.٧.٥٩	٤, ٢٢٤٥٢٢١	١٢
١, ٦٢٢٥.٢	٦, ١٢١٨١١٥	١٣, ٩٨٤٧.٠١	٠, ٢.٤١٦٤٥	٤, ٨١٨.١١	١٣
٠, ١٥٨٦٦٧٥	٦, ٢.٢٤٨٨١	١٤, ٨٨٢٧١١٩	٠, ١٨.٦٧٦٦	٥, ٥٤٢٧٥٢٦	١٤
٠, ١٥٤٧٤١٨	٦, ٤٢٢٢٧٨٨	١٥, ٤١٧٤٦٤٤	٠, ١٥٩٨٩.٨	٦, ٢٥٤٢٧.٤	١٥
٠, ١٥١٤٢٦٢	٦, ٦.٢٨٧٥١	١٦, ٦١٧٧٢٤٨	٠, ١٤٤٩٦٢	٧, ٠.٦٧٢٢٥٥	١٦
٠, ١٤٨٦.٨٤	٦, ٧٢٩.٩٢.	١٧, ٧٢٩.٦.٤	٠, ١٢٥٢١٧٩	٧, ٩٨٦.٧٧٩	١٧
٠, ١٤٦٢.٠٩	٦, ٨٢٩٩.٥٢	١٨, ٧٢٥١٢٨٢	٠, ١١.٨١٢٢	٩, ٠.٢٤٢٢٨.	١٨
٠, ١٤٤١٢٤٤	٦, ٩٢٧٦٦٢	١٩, ٧٤٤٤.٦٢	٠, ٩٨.٦٤.	١٠, ١٩٧٤٢٢٨	١٩
٠, ١٤٢٢٥٢٨	٧, ٠.٢٤٧٥١٦	٢٠, ٩٤٦٨٢٩.	٠, ٨١٧٨٢٢٩	١١, ٥٢٢.٨٧٨	٢٠
٠, ١٤.٨١٤٢	٧, ١.١٥٥.١	٢١, ٤٦٩٩١٧٧	٠, ٧٦٧٩٨٥	١٢, ٠.٢١.٨٩٢	٢١
٠, ١٢٩٤٧٩٥	٧, ١٦٩٥١٢٢	٢٢, ٤٩١.٠٥٩	٠, ٦٧٩٦٢٢٢	١٤, ٧١٢٨٢.٨	٢٢
٠, ١٢٨٢١٩١	٧, ٢٢٩٦٥٧٨	٢٣, ٢.٤٨٢٦٧	٠, ٦.١٤٤٥	١٦, ٦٢٦٦٢٨٨	٢٣
٠, ١٢٧٢.٨٢	٧, ٢٨٢٨٨٢.	٢٤, ٨٢٦٦٦٥٤	٠, ٥٢٢٢٥٢	١٨, ٧٨٨.٩.٥	٢٤
٠, ١٢٤٢٥٩	٧, ٢٢٩٩٨٥.	٢٥, ٦١٩٥٥٥٩	٠, ٤٧١.٢.	٢١, ٢٢.٥٤٢٢	٢٥

ع - ١٤ %

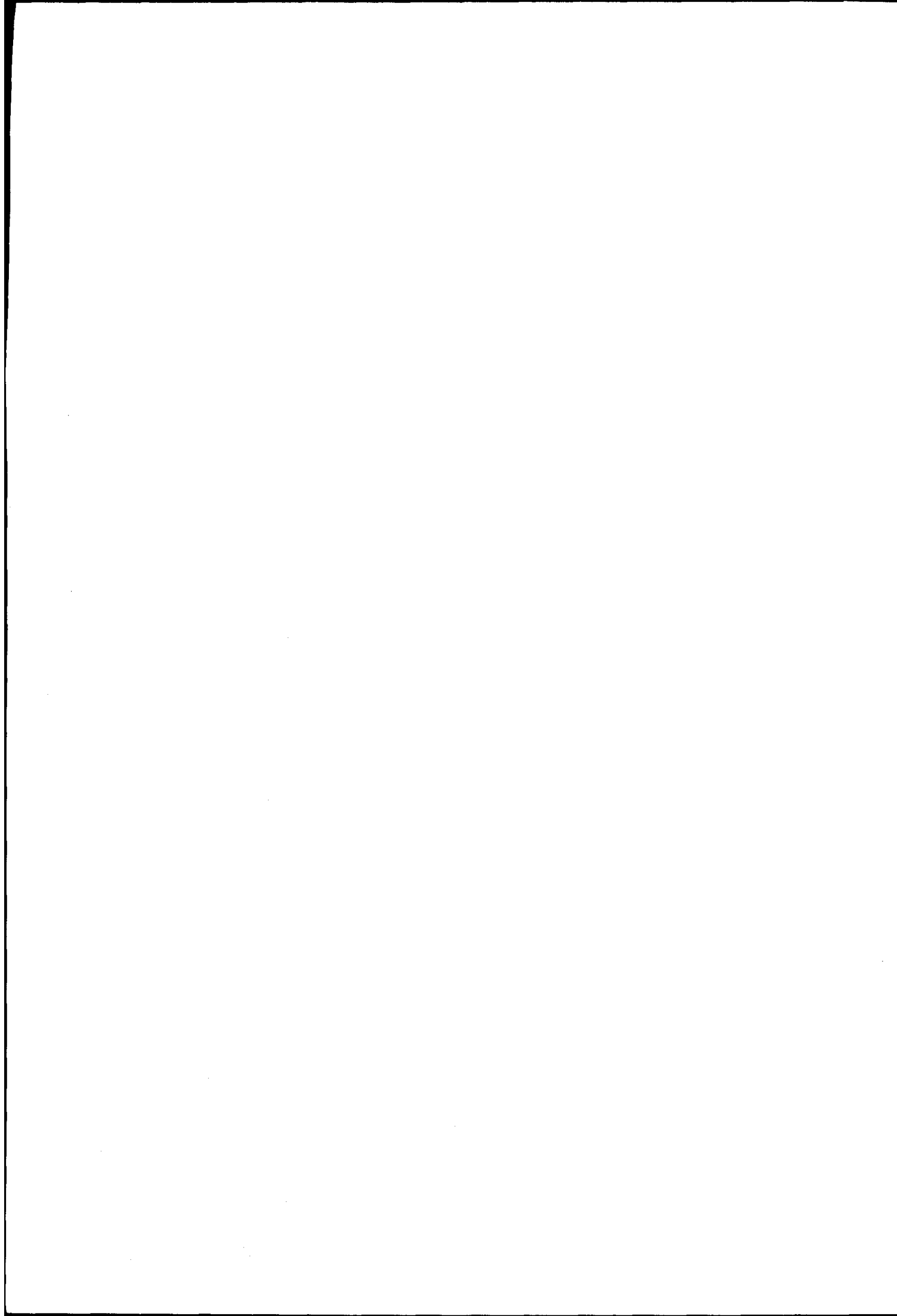
ن	(ع. ١)	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
١	١,١٤.....	٠,٨٧١٩٣	١,.....	٠,٨٧١٩٣	١,١٤.....
٢	١,٢٩٩٦...	١,٧٤٦٦٠٠	٢,١٤.....	٠,٧٤٦٦٠	١,٢٩٩٦...
٣	١,٤٨١٥٤٤	٢,٢٢١٦٣٢	٣,٤٢٩٦...	٠,٧٤٩٧١٥	١,٤٨١٥٤٤
٤	١,٦٨٨٩٦	٢,٩١٢٧١٣	٤,٩٢١١٤٤	٠,٥٩٢	١,٦٨٨٩٦
٥	١,٩٢٥٤١٤٦	٢,٤٢٣	٦,٦١	٠,٥١٩٣٨٧	١,٩٢٥٤١٤٦
٦	٢,١٩٤٩٧٢٦	٢,٨٨١٦٧١	٨,٥٢٥١٨٧	٠,٤٥٥٥٨٦٦	٢,١٩٤٩٧٢٦
٧	٢,٥٠٢٢٦٨٨	٤,٢٨٨٢	١٠,٧٢	٠,٣٩٩٦٣٧٢	٢,٥٠٢٢٦٨٨
٨	٢,٨٥٢٥٨٦٤	٤,٦٢٨٦٢٩	١٢,٢٢٣٧٦	٠,٣٥٠٥٩١	٢,٨٥٢٥٨٦٤
٩	٣,٢٥١٩٤٨٥	٤,٩٤٦٣٧١٨	١٦,٨٥٢٤٦٦	٠,٣٠٧٥	٣,٢٥١٩٤٨٥
١٠	٣,٧٠٢٢١٣	٥,٢١٦١١٥٦٥	١٩,٢٣٧٢٩٥١	٠,٢٦٩٧٤٢٨	٣,٧٠٢٢١٣
١١	٤,٢٢٦٢٢٢٢	٥,٤٥٢٧٢٢	٢٢,٤٤٥١٦٤	٠,٢٢٦١١٧٤	٤,٢٢٦٢٢٢٢
١٢	٤,٨١٧٩	٥,٦٦	٢٧,٢٧	٠,٢٠٧٥٥٩١	٤,٨١٧٩
١٣	٥,٤٩٢٤١١٥	٥,٨٤٢٣٦١٥	٢٢,٨٨٦٥٢٥	٠,١٨٢	٥,٤٩٢٤١١٥
١٤	٦,٢٦١٢٤٩١	٦,٠٠٢	٢٧,٥٨١	٠,١٥٩٧١	٦,٢٦١٢٤٩١
١٥	٧,١٢٧٩٢٨	٦,١٤٢١٦٨	٤٢,٨٤٢٤١٤١	٠,١٤	٧,١٢٧٩٢٨
١٦	٨,١٢٧٢٤٩٢	٦,٢٦٥	٥٠,١٨	٠,١٢٢٨٩١٧	٨,١٢٧٢٤٩٢
١٧	٩,٢٧٤٤٦٤٢	٦,٢٧٢٨٥٩٢	٥٩,١١٧٦	٠,١٠٧٧٩٧	٩,٢٧٤٤٦٤٢
١٨	١٠,٥٧٥١٦٩٢	٦,٤٦٧٤٢	٦٨,٢٩٤	٠,٠٩٤٥٦١١	١٠,٥٧٥١٦٩٢
١٩	١٢,٠٥٦٩٢٩	٦,٥٥	٧٨,٩٦٩٢٤٨	٠,٠٨٢٩٨٤٤	١٢,٠٥٦٩٢٩
٢٠	١٢,٧٤٢٤٨٩٩	٦,٦٢٢١٣	٩١,٢٤٩٢٧٧	٠,٠٧٢٧١١٧	١٢,٧٤٢٤٨٩٩
٢١	١٥,٦٦٧٥٧٨٥	٦,٦٨٦٩٥٦٦	١٠٤,٧٦٨٤١٧٥	٠,٠٦٢٨٢٦١	١٥,٦٦٧٥٧٨٥
٢٢	١٧,٨٦١	٦,٧٤٢٩٤٤٤	١٢,٤٢٦	٠,٠٥٦٨٧٨	١٧,٨٦١
٢٣	٢٠,٣٦١٥٨٥	٦,٧٩٢	١٢٨,٢١٧	٠,٠٤٩١١٢١	٢٠,٣٦١٥٨٥
٢٤	٢٢,٢١٢٢	٦,٨٢٥١٢٧٢	١٥٨,٦٥٨٦٢	٠,٠٤٢	٢٢,٢١٢٢
٢٥	٢٦,٤٦١٩١٥٨	٦,٨٧٢٩٢٧٤	١٨١,٨٧	٠,٠٣٧٧٩	٢٦,٤٦١٩١٥٨

ع - ١٥ %

ن	(ع. ١)	ع - ١ (ع. ١)	ع - ١ (ع. ١)	ع - ١ (ع. ١)
١	١.١٥.....	١.١٥.....	١.١٥.....	١.١٥.....
٢	١.٢٢٢٥....	١.٢٢٢٥....	١.٢٢٢٥....	١.٢٢٢٥....
٣	١.٥٢.٨٧٥.	١.٥٢.٨٧٥.	١.٥٢.٨٧٥.	١.٥٢.٨٧٥.
٤	١.٧٤٩.٠٦٢	١.٧٤٩.٠٦٢	١.٧٤٩.٠٦٢	١.٧٤٩.٠٦٢
٥	٢.٠١٢٥٧٢	٢.٠١٢٥٧٢	٢.٠١٢٥٧٢	٢.٠١٢٥٧٢
٦	٢.٢١٢.٦.٨	٢.٢١٢.٦.٨	٢.٢١٢.٦.٨	٢.٢١٢.٦.٨
٧	٢.٦٦.٠١٩٩	٢.٦٦.٠١٩٩	٢.٦٦.٠١٩٩	٢.٦٦.٠١٩٩
٨	٢.٠٩.٢٢٩	٢.٠٩.٢٢٩	٢.٠٩.٢٢٩	٢.٠٩.٢٢٩
٩	٢.٠١٧٨٧٦٢	٢.٠١٧٨٧٦٢	٢.٠١٧٨٧٦٢	٢.٠١٧٨٧٦٢
١٠	٤.٠٤٥٥٥٧	٤.٠٤٥٥٥٧	٤.٠٤٥٥٥٧	٤.٠٤٥٥٥٧
١١	٤.٦٥٢٢٩١٤	٤.٦٥٢٢٩١٤	٤.٦٥٢٢٩١٤	٤.٦٥٢٢٩١٤
١٢	٥.٢٥.٢٥.١	٥.٢٥.٢٥.١	٥.٢٥.٢٥.١	٥.٢٥.٢٥.١
١٣	٦.١٥٢٧٨٧٦	٦.١٥٢٧٨٧٦	٦.١٥٢٧٨٧٦	٦.١٥٢٧٨٧٦
١٤	٧.٠٧٥.٥٨	٧.٠٧٥.٥٨	٧.٠٧٥.٥٨	٧.٠٧٥.٥٨
١٥	٨.١٢٧.٦١٦	٨.١٢٧.٦١٦	٨.١٢٧.٦١٦	٨.١٢٧.٦١٦
١٦	٩.٢٥٧٢.٨٧	٩.٢٥٧٢.٨٧	٩.٢٥٧٢.٨٧	٩.٢٥٧٢.٨٧
١٧	١٠.٧١٢٦٤.	١٠.٧١٢٦٤.	١٠.٧١٢٦٤.	١٠.٧١٢٦٤.
١٨	١٢.٢٧٥٤٥٢٦	١٢.٢٧٥٤٥٢٦	١٢.٢٧٥٤٥٢٦	١٢.٢٧٥٤٥٢٦
١٩	١٤.٢٢١٧٧١٧	١٤.٢٢١٧٧١٧	١٤.٢٢١٧٧١٧	١٤.٢٢١٧٧١٧
٢٠	١٦.٢٦٦٥٢٧٤	١٦.٢٦٦٥٢٧٤	١٦.٢٦٦٥٢٧٤	١٦.٢٦٦٥٢٧٤
٢١	١٨.٨٢١٥١٨.	١٨.٨٢١٥١٨.	١٨.٨٢١٥١٨.	١٨.٨٢١٥١٨.
٢٢	٢١.٦٤٤٧٤٥٧	٢١.٦٤٤٧٤٥٧	٢١.٦٤٤٧٤٥٧	٢١.٦٤٤٧٤٥٧
٢٣	٢٤.٨١١٤٥٧٦	٢٤.٨١١٤٥٧٦	٢٤.٨١١٤٥٧٦	٢٤.٨١١٤٥٧٦
٢٤	٢٨.٦٢٥١٧٦٢	٢٨.٦٢٥١٧٦٢	٢٨.٦٢٥١٧٦٢	٢٨.٦٢٥١٧٦٢
٢٥	٣٢.٩١٨٩٥٢٦	٣٢.٩١٨٩٥٢٦	٣٢.٩١٨٩٥٢٦	٣٢.٩١٨٩٥٢٦

جملة وحدة النقود لكسور المدة

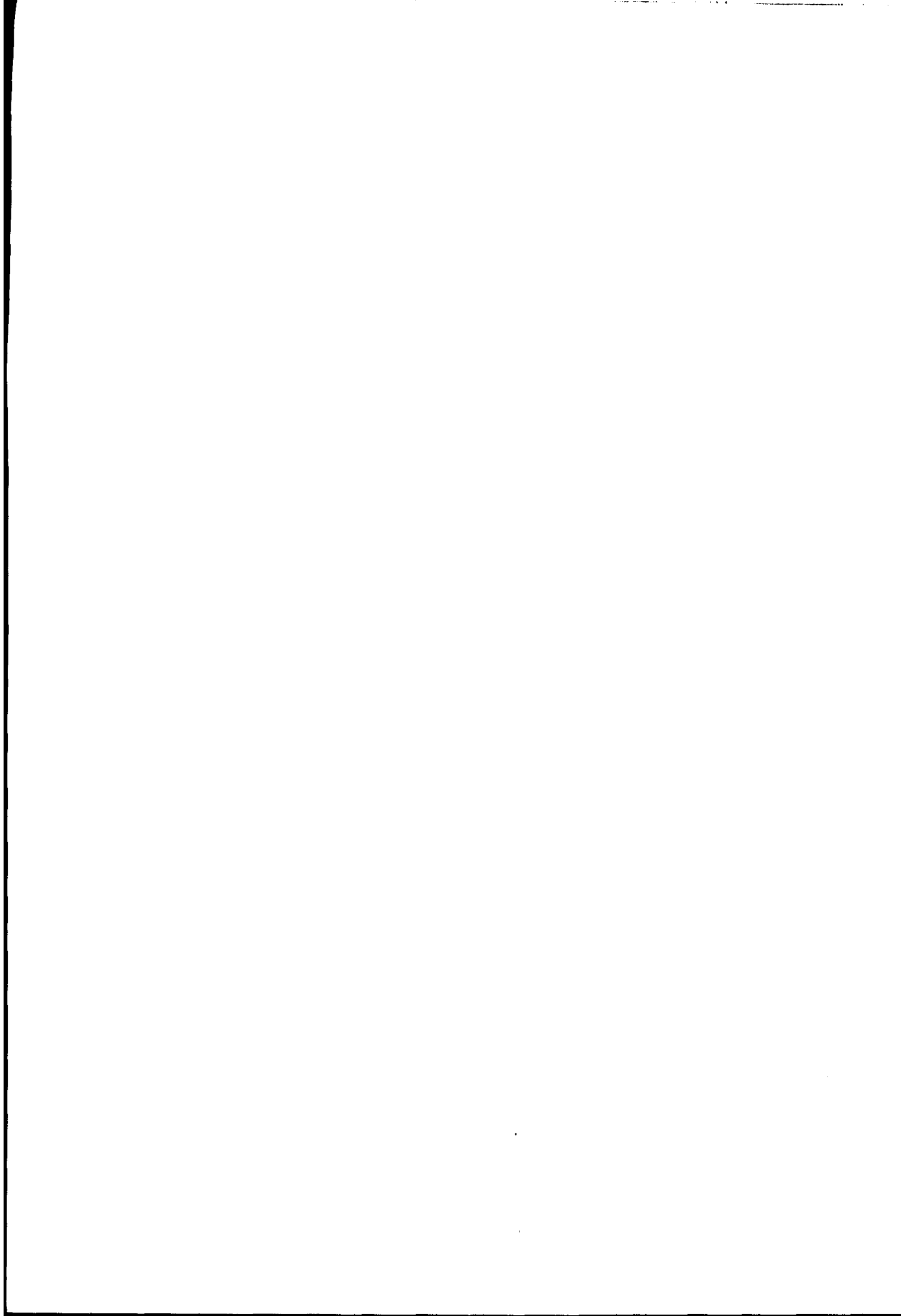
[illegible]



المراجع

- العربية

- الأجنبية



المراجع

أولاً: المراجع العربية :

- 1- طلبة السيد زين الدين ، الرياضيات المالية - دراسة تحليلية وتطبيقية
للأساليب الرياضية للاستثمار والتوظيف المالي ، (القاهرة : مكتبة
عين شمس ، 1994) .
- 2- عفاف الدش ، رياضيات الأعمال ، (القاهرة : جامعة حلوان - جهاز نشر
وتوزيع الكتاب ، 1999) .
- 3- عبد الله توفيق الهلباوي ، رياضيات الاستثمار (القاهرة : مكتبة عين شمس ،
1998) .
- 4- فتحي محمد على ، دلود سليمان المدني وآخرون ، الرياضيات المالية والتأمين ،
(القاهرة : كلية التجارة - جامعة عين شمس ، 1999) .
- 5- محمد صلاح الدين صدقي ، إبراهيم محمد مهدي وآخرون ، رياضيات
الأعمال التجارية وتطبيقاتها العملية ، (القاهرة : مكتبة عين شمس ، 1999) .
- 6- محمد جمعة الروبي ، مقدمة رياضيات الاستثمار ، (السويس : جامعة قناة
السويس ، 2001) .
- 7- عبد الله عبد الحليم أبو بكر ، مصطفى أحمد على ، وآخرون ، (القاهرة :
كلية التجارة - جامعة عين شمس ، 1999) .
- 8- إبراهيم محمد مهدي ، الرياضيات البحتة والمالية ، (القاهرة : مكتبة عين
شمس ، 1997) .
- 9- مني محمد عمار ، مصطفى عبد الغني أحمد وآخرون ، رياضيات التمويل ،
(القاهرة : مكتبة عين شمس ، 2001) .

- 10- محمد توفيق المنصوري ، ناشد محمود عبد السلام وآخرون ، أساسيات الرياضة للتجاربيين ، (القاهرة : جامعة القاهرة - كلية التجارة ، 1994).
- 11- ساهر عبد القادر محمد شحاتة ، رياضيات الاستثمار ، (القاهرة : مكتبة عين شمس ، 1999).
- 12- نور الدين محمد رمضان ، رياضيات التمويل والاستثمار ، (القاهرة : جامعة عين شمس - كلية التجارة ، 2000) .
- 13- منعم لطفي توفيق ، رياضيات التمويل والاستثمار ، (السويس : المعهد الفني التجاري للحاسب الآلي ، 2002) .
- 14- سلامة عبد الله سلامة ، رياضيات التمويل والاستثمار ، دار النهضة العربية ، القاهرة ، 1982 .
- 15- سعد السعيد عبد الرازق ، الرياضة المالية ، دار الثقافة العربية ، القاهرة ، 1996 .
- 16- شوقي سيف النصر سيد الرياضة المالية ، دار الثقافة العربية ، القاهرة ، 1996 .
- 17- عادل عبد الحميد عز ، رياضيات التمويل والاستثمار ، دار الثقافة العربية ، القاهرة 1996 .
- 18- محمد توفيق المنصوري ، مصطفى عبد الغني أحمد ، رياضيات التمويل والاستثمار ، دار النهضة العربية ، القاهرة 1996 .
- 19- محمد صلاح الدين صدقي ، مني محمد عمار ، الرياضة المالية ، دار الثقافة العربية ، القاهرة 1989 .
- 20- محمد صلاح الدين صدقي ، مني محمد عمار ، مصطفى عبد الغني أحمد رياضيات التمويل والاستثمار ، دار الثقافة العربية ، القاهرة 1997 .

21- محمد غازي صليح ، مصطفى عبد الغني أحمد ، رياضيات التمويل والاستثمار ، دار الثقافة العربية ، القاهرة 1996 .

22- محمد وحيد عبد الباري ، الرياضة المالية ، دار الثقافة العربية ، القاهرة ، 1996 .

ثانيا : المراجع الأجنبية :

1. Cissel R., Cissel H.; and Flaspohler D. (1990) : " Mathematics of Finance – Enghih Edition, Houghton Mifflin Company, New Jersey.
2. David M., Pertr Z., Robert L.(1996) : " " Mathematics of Finance " Me Graw- Hill Book Company , Sydney .
3. Frank Ayres JK. (1963) : " Schaum's outline series theory and Problems of mathematics of finance " Me Graw- Hill Book Company , London .
4. Shoa, S. and Shoa, L. (1990) : " Mathematics for Management and Finance " South- Western, West Chicago, IL.

الفهرس

الصفحة	الموضوع
8 - 7	المقدمة
93 - 9	الفصل الأول: حسابات الفائدة
146 - 95	الفصل الثاني: الخصم والقيمة الحالية
192 - 147	الفصل الثالث: خصم الأوراق التجارية
242 - 193	الفصل الرابع: الدفعات المتساوية
329 - 243	الفصل الخامس: استهلاك القروض قصيرة الأجل
384 - 331	الفصل السادس: استهلاك القروض طويلة الأجل
429 - 385	الفصل السابع: تعديل الديون
476 - 431	الفصل الثامن: استهلاك القروض من السندية
509 - 477	الفصل التاسع: برنامج أكسيل والرياضة المالية
566 - 511	الفصل العاشر: تمارين متنوعة
673 - 567	• ملحق الكتاب
679 - 675	• قائمة المراجع